

**PENGHITUNGAN PREMI UNTUK ASURANSI KENDARAAN BERMOTOR
BERDASARKAN SEJARAH FREKUENSI KLAIM PEMEGANG POLIS
MENGUNAKAN ANALISIS BAYES**

Aceng Komarudin Mutaqin¹ dan Komarudin²

¹Jurusan Statistika, FMIPA Universitas Islam Bandung

Jl. Purnawarman No. 63 Bandung 40116

e-mail: shidiq_03@yahoo.com dan s307_aceng@students.itb.ac.id

²Alumni Jurusan Statistika, FMIPA Universitas Islam Bandung

Abstrak

Makalah ini membahas masalah penghitungan premi untuk asuransi kendaraan bermotor berdasarkan sejarah frekuensi klaim pemegang polis menggunakan analisis Bayes. Dilihat dari sudut pandang pemegang polis, premi yang dihasilkan bersifat adil, karena premi yang harus dibayarkan pada saat perpanjangan polis proporsional dengan taksiran frekuensi klaimnya. Sementara itu, dilihat dari sudut pandang perusahaan asuransi, akan menghasilkan keseimbangan finansial. Sebagai bahan aplikasi digunakan data klaim pemegang polis asuransi kendaraan bermotor dari salah satu perusahaan asuransi yang berdomisili di Bandung.

Kata kunci : sistem bonus malus, analisis Bayes, asuransi kendaraan bermotor, frekuensi klaim

PENDAHULUAN

Asuransi adalah suatu alat untuk mengurangi risiko yang melekat pada perekonomian, dengan cara menggabungkan sejumlah unit-unit yang terkena risiko yang sama atau hampir sama, dalam jumlah yang cukup besar, agar probabilitas kerugiannya dapat diramalkan dan bila kerugian yang diramalkan terjadi akan dibagi secara proporsional oleh semua pihak dalam gabungan itu.

Secara garis besar asuransi terdiri dari dua macam, yaitu asuransi jiwa dan asuransi kerugian (www.sinarmas.co.id). Asuransi Jiwa menutup pertanggungan untuk membayarkan sejumlah santunan karena meninggal atau tetap hidupnya seseorang dalam jangka waktu pertanggungan. Dalam asuransi jiwa, penanggung menerima premi dari tertanggung dan apabila tertanggung meninggal, maka santunan (uang pertanggungan) dibayarkan kepada ahli waris atau seseorang yang ditunjuk dalam polis sebagai penerima santunan. Asuransi Kerugian menutup pertanggungan untuk kerugian karena kerusakan

atau kemusnahan harta benda yang dipertanggungkan karena sebab-sebab atau kejadian yang dipertanggungkan (sebab-sebab yang disebut dalam kontrak atau polis asuransi).

Dalam asuransi kerugian, penanggung menerima premi dari tertanggung dan apabila terjadi kerusakan atau kemusnahan atas harta benda yang dipertanggungkan maka penggantian kerugian akan dibayarkan kepada tertanggung. Salah satu produk dari asuransi kerugian adalah asuransi kendaraan bermotor (www.sinarmas.co.id).

Dalam asuransi kendaraan bermotor, penting sekali untuk menentukan besarnya premi secara adil yang harus dibayar oleh pemegang polis. Premi yang adil bagi semua pemegang polis bisa didapat dengan membagi seluruh polis ke dalam kelas-kelas yang homogen, sehingga seluruh pemegang polis dalam kelas yang sama akan membayar premi dalam jumlah yang sama. Dalam asuransi kendaraan tanggungan pihak ketiga, penggolongan kelas hanya didasarkan pada peubah *prior* seperti usia, jenis kelamin pemegang polis, jenis kendaraan, dan tempat domisili. Sedangkan faktor-faktor yang sangat mempengaruhi terjadinya kecelakaan lalu lintas seperti keterampilan mengemudi dan pengetahuan tentang rambu-rambu lalu lintas diabaikan karena variabel tersebut sangat sulit untuk diukur. Berdasarkan hal tersebut muncul ide untuk menghitung premi berdasarkan pada peubah *posterior*, yaitu sejarah klaim individu pemegang polis.

Pemegang polis yang mempunyai sejarah klaim yang banyak akan membayar premi yang lebih besar dari pemegang polis yang mempunyai sejarah tanpa klaim. Oleh karena itu pada pertengahan tahun 1950 untuk memperhitungkan pengaturan premi, setelah meneliti sejarah klaim dari tiap pemegang polis diperkenalkan sistem bonus malus (Lemaire, 1995). Prinsip dari sistem ini adalah menghukum pemegang polis karena terjadi satu atau lebih kecelakaan dengan penambahan premi (malus) pada periode berikutnya dan memberi penghargaan kepada pemegang polis karena tidak melakukan klaim dengan memberikan pengurangan premi (bonus) pada periode berikutnya. Tujuan utamanya di samping menambah kehati-hatian dalam mengemudi bagi pemegang polis juga memberikan penaksiran risiko individu yang lebih baik sehingga setiap orang akan membayar premi sesuai dengan frekuensi klaimnya sendiri.

Salah satu metode yang digunakan untuk menentukan besarnya premi yang harus dibayar dalam asuransi kendaraan bermotor untuk mendapatkan sistem bonus malus yang optimal adalah menggunakan analisis Bayes (Lemaire, 1995). Sistem bonus malus yang

optimal bisa dicapai dengan meminimumkan *expected squared rating error* (yang didefinisikan sebagai beda antara *true net premi* dan premi yang benar-benar dibayar). Dilihat dari sudut pandang pemegang polis, sistem bonus malus yang dibangun menggunakan analisis Bayes sangat adil (*fair*). Karena premi yang harus dibayarkan oleh setiap pemegang polis pada saat perpanjangan polis merupakan premi yang proporsional dengan taksiran frekuensi klaimnya. Sementara itu, dilihat dari sudut pandang perusahaan asuransi, sistem bonus malus yang dibangun menggunakan analisis Bayes seimbang secara finansial. Hal ini karena untuk setiap tahun tunggal, rata-rata dari seluruh premi yang dikumpulkan dari semua pemegang polis, tetap konstan.

Makalah ini akan mengulas teori yang berkaitan dengan penghitungan premi pada asuransi kendaraan bermotor berdasarkan sejarah frekuensi pemegang polis pada periode sebelumnya dengan menggunakan analisis Bayes. Sebagai bahan aplikasi digunakan data klaim pemegang polis asuransi kendaraan bermotor dari salah satu perusahaan asuransi yang berdomisili di Bandung.

MODEL UNTUK FREKUENSI KLAIM

Tahap pertama dalam penghitungan premi asuransi kendaraan bermotor berdasarkan sejarah frekuensi klaim pemegang polis menggunakan analisis Bayes adalah memodelkan frekuensi klaim pemegang polis. Berdasarkan fenomena dari terjadinya klaim, frekuensi klaim dapat dipandang sebagai peubah acak yang mengikuti distribusi Poisson (Meyers, dan Schenker, 1984). Misalkan X menyatakan peubah acak frekuensi klaim yang mengikuti distribusi Poisson dengan fungsi peluang,

$$P(X = k, \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} ; \text{ untuk } k = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

dimana $\lambda > 0$ menyatakan rata-rata frekuensi klaim pemegang polis.

Hal di atas menunjukkan bahwa frekuensi klaim untuk setiap pemegang polis sama atau konstan, yaitu λ . Akan tetapi hal tersebut jarang atau bahkan tidak terpenuhi karena pada kenyataannya setiap pemegang polis memiliki karakteristik mengemudi yang berbeda. Ini biasanya dipengaruhi oleh gender, usia, jenis mobil, domisili, dan lain-lain. Dengan demikian λ tidak lagi konstan, tapi menjadi suatu peubah acak yang mempunyai

distribusi, dan notasi yang ada pada Persamaan (1), yaitu $P(X=k,\lambda)$ berubah menjadi $P(X=k|\lambda)$. Jika peubah acak Λ mengikuti distribusi Gamma dengan fungsi densitas

$$u(\lambda) = \frac{\tau^a e^{-\tau\lambda} \lambda^{a-1}}{\Gamma(a)} ; \text{ untuk } a > 0, \tau > 0 \text{ dan } \lambda > 0 \quad (2)$$

Dapat ditunjukkan bahwa distribusi marjinal dari peubah acak frekuensi klaim X binomial negatif (Klugman *et al.* 2004) dengan fungsi peluang

$$p_k = P(X = k) = \binom{k+a-1}{k} p^a q^k ; \text{ untuk } k = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

dimana $p = \frac{\tau}{1+\tau}$, dan $q = 1-p = \frac{1}{1+\tau}$.

Distribusi marjinal lainnya untuk peubah acak frekuensi klaim dapat dilihat dalam Lemaire (1995).

PENGHITUNGAN PREMI MENGGUNAKAN ANALISIS BAYES

Dalam bagian ini akan dikemukakan teori penghitungan premi asuransi kendaraan bermotor berdasarkan sejarah frekuensi klaim pemegang polis menggunakan analisis Bayes. Dengan menggunakan asumsi-asumsi seperti yang ada pada Bagian 2 di atas, jika sampai periode (umumnya tahun) t seorang pemegang polis mempunyai sejarah frekuensi klaim k_1, k_2, \dots, k_t , maka fungsi densitas bersamanya adalah,

$$\begin{aligned} P(k_1, \dots, k_t | \lambda) &= P(k_1 | \lambda) \dots P(k_t | \lambda) \\ &= \frac{\lambda^{k_1} e^{-\lambda}}{k_1!} \dots \frac{\lambda^{k_t} e^{-\lambda}}{k_t!} = \frac{\lambda^k e^{-t\lambda}}{\prod_{j=1}^t (k_j!)} \end{aligned} \quad (4)$$

Dengan menggunakan teorema Bayes (lihat Walpole dan Myers, 1990), distribusi posterior untuk peubah acak Λ adalah

$$\begin{aligned} u(\lambda | k_1, \dots, k_t) &= \frac{P(k_1, \dots, k_t | \lambda) u(\lambda)}{f(k_1, \dots, k_t)} \\ &= \frac{(\tau + t)^{a+K} \lambda^{a+K-1} e^{-(\tau+t)\lambda}}{\Gamma(a + K)} \end{aligned} \quad (5)$$

yang merupakan fungsi densitas dari distribusi Gamma dengan parameter $a + K$ dan $\tau + t$, dimana

$$K = \sum_{i=1}^t k_i \tag{6}$$

dimana K menyatakan total jumlah klaim seorang pemegang polis sampai tahun t , dan k_i menyatakan frekuensi klaim pemegang polis tersebut pada tahun i .

Dengan menggunakan fungsi rugi berbentuk kuadrat, taksiran rata-rata frekuensi klaim dari pemegang polis yang mempunyai sejarah klaim (k_1, k_2, \dots, k_t) pada tahun $t + 1$ dapat dihitung sebagai ekspektasi dari distribusi posterior yang ada pada Persamaan (5) yaitu

$$\lambda_{t+1}(k_1, \dots, k_t) = \frac{a + K}{\tau + t} \tag{7}$$

Sedangkan premi yang harus dibayar oleh seorang pemegang polis yang mempunyai sejarah frekuensi klaim (k_1, k_2, \dots, k_t) pada tahun $t + 1$ adalah *net premium* ditambah dengan *security loading* yang proporsional terhadap *net premium*-nya, yaitu:

$$P_{t+1}(k_1, \dots, k_t) = (1 + \alpha)\lambda_{t+1}(k_1, \dots, k_t) = (1 + \alpha)\frac{a + K}{\tau + t} \tag{8}$$

Apabila faktor $(1 + \alpha)$ tidak diketahui, dengan mengganti a dan τ oleh penaksirnya, maka premi yang harus dibayar oleh seorang pemegang polis yang mempunyai sejarah frekuensi klaim (k_1, k_2, \dots, k_t) pada tahun $t + 1$ dengan asumsi premi awal sebesar 100 satuan mata uang adalah

$$P_{t+1}(k_1, \dots, k_t) = \frac{100 \frac{a + K}{\tau + t}}{\frac{a}{\tau}} = 100 \frac{\tau(a + K)}{a(\tau + t)} \tag{9}$$

CONTOH NUMERIK

Data yang digunakan sebagai bahan aplikasi dari teori yang dijelaskan dalam makalah ini didapat dari salah satu perusahaan asuransi yang berdomisili di Bandung (sebut saja PT. X). Datanya memuat klaim asuransi kendaraan bermotor untuk para pemegang polis di tahun 2006. Datanya memuat nomor polis, nama tertanggung, tanggal

kejadian klaim, tanggal mulai polis, dan tanggal akhir polis. Tabel 1 berisikan distribusi frekuensi klaim pemegang polis asuransi kendaraan bermotor di PT. X. berdasarkan tabel tersebut terlihat bahwa ada 489 pemegang polis yang tidak melakukan klaim selama satu tahun masa asuransinya. Ada 131 pemegang polis yang melakukan klaim sebanyak 1 kali selama satu tahun masa asuransinya. Begitu seterusnya untuk yang lainnya.

Tabel 1.
Distribusi Frekuensi Klaim

Frekuensi Klaim	Banyaknya Pemegang Polis
0	489
1	131
2	58
3	13
4	6
5	1
> 5	0
Total	698

Rata-rata dan variansi dari data di atas masing-masing adalah $\bar{x} = 0,4513$, dan $S^2 = 0,6583$. Pertama-tama data frekuensi di atas dicocokkan oleh distribusi Poisson. Taksiran kemungkinan maksimum untuk parameter distribusi Poisson tersebut adalah $\hat{\lambda} = 0,4513$. Nilai harapan untuk setiap frekuensi klaim tersaji dalam Tabel 2. Statistik uji χ^2 digunakan untuk menguji distribusi Poisson tersebut, hasilnya adalah, $\chi^2 = 51,9713$ (ini dihitung berdasarkan nilai harapan untuk setiap frekuensi klaim dengan terlebih dahulu menggabungkan kategori yang nilai harapannya < 5 dengan kategori yang berdekatan). Dengan taraf arti, $\alpha = 5\%$, nilai kritis untuk pengujian tersebut adalah 5,99. Berdasarkan nilai-nilai tersebut dapat disimpulkan bahwa data frekuensi klaim pemegang polis asuransi kendaraan bermotor PT. X tidak berasal dari populasi yang berdistribusi Poisson.

Perhitungan Premi untuk Asuransi ... (Aceng)

Tabel 2.
Perhitungan untuk Uji Kecocokan Distribusi Frekuensi Klaim

Frekuensi Klaim	Banyaknya Pemegang Polis	Nilai Harapan	
		Distribusi Poisson	Distribusi Binomial Negatif
0	489	444,5	487
1	131	200,6	143
2	58	45,2	46
3	13	6,8	15,1
4	6	0,8	5,1
5	1	0,1	1,8
> 5	0	0	0
Total	698	698	698
Taksiran Parameter		$\hat{\lambda} = 0,4513$	$\hat{a} = 0,8444$
			$\hat{c} = 1,8711$
Statistik Uji		51,9713	4,4392
Nilai Kritis		5,99	5,99

Ketidakcocokkan distribusi Poisson di atas diduga disebabkan oleh karakteristik pemegang polis dalam mengemudi kendaraan bermotor secara umum berbeda-beda. Atau dengan perkataan lain, pemegang polisnya heterogen. Hal ini akan berakibat pada rata-rata frekuensi klaim setiap pemegang polis secara umum berbeda-beda. Untuk itu, berikut ini akan dicoba dicocokkan distribusi binomial negatif untuk data frekuensi klaim. Distribusi binomial negatif termasuk ke dalam distribusi Poisson campuran, dengan Λ diasumsikan berdistribusi Gamma. Perhitungan untuk uji kecocokan distribusi binomial negatif tersaji juga dalam Tabel 2. Berdasarkan nilai statistik uji dan nilai kritisnya dapat disimpulkan bahwa distribusi binomial negatif cocok untuk memodelkan frekuensi klaim.

Langkah berikutnya adalah menghitung premi asuransi kendaraan bermotor di PT. X menggunakan Persamaan (9). Namun dengan asumsi premi awalnya sebesar Rp. 1.000.000,00. Hasilnya ditunjukkan dalam Tabel 3.

Tabel 3.
 Nilai Premi Berdasarkan Sejarah Frekuensi Klaim (dalam Rp. 10.000,00)

	<i>K</i>						
<i>t</i>	0	1	2	3	4	5	6
0	100,00						
1	65,17	142,35	219,53	296,71	373,89	451,07	528,25
2	48,34	105,58	162,82	220,06	277,30	334,55	391,79
3	38,41	83,90	129,39	174,88	220,37	265,87	311,36
4	31,87	69,61	107,35	145,10	182,84	220,58	258,32
5	27,23	59,48	91,73	123,98	156,23	188,48	220,73
6	23,77	51,92	80,08	108,23	136,38	164,53	192,69
7	21,09	46,07	71,05	96,03	121,01	145,99	170,96

Penjelasan untuk Tabel 3 di atas adalah sebagai berikut. Sebagai contoh untuk baris $t = 1$, dengan asumsi premi di tahun pertama masa asuransi sebesar Rp. 1.000.000,00, jika pemegang polis tidak mengajukan klaim dalam satu tahun masa asuransinya, maka premi yang harus dibayarkan di tahun kedua masa asuransinya (dengan catatan apabila pemegang polis memperpanjang polis asuransinya) adalah sebesar Rp. 651.700,00; jika pemegang polis mengajukan satu kali klaim dalam satu tahun masa asuransinya, maka premi yang harus dibayarkan di tahun kedua masa asuransinya adalah sebesar Rp. 1.423.500,00; jika pemegang polis mengajukan tiga kali klaim dalam satu tahun masa asuransinya, maka premi yang harus dibayarkan di tahun kedua masa asuransinya adalah sebesar Rp. 2.967.100,00. Untuk baris $t = 2$, dengan asumsi premi di tahun pertama masa asuransi sebesar Rp. 1.000.000,00, jika pemegang polis tidak mengajukan klaim dalam dua tahun masa asuransinya, maka premi yang harus dibayarkan di tahun ketiga masa asuransinya (dengan catatan apabila pemegang polis memperpanjang polis asuransinya) adalah sebesar Rp. 483.400,00. Jika pemegang polis mengajukan satu kali klaim selama dua tahun masa asuransinya, maka premi yang harus dibayarkan di tahun ketiga masa asuransinya adalah sebesar Rp. 1.055.800,00. Jika pemegang polis mengajukan tiga kali klaim selama dua tahun masa asuransinya, maka premi yang harus dibayarkan di tahun ketiga masa asuransinya adalah sebesar Rp. 2.200.600,00.

KESIMPULAN

Makalah ini memaparkan metode untuk menentukan besarnya premi yang harus dibayar oleh pemegang polis dalam asuransi kendaraan bermotor berdasarkan sejarah frekuensi klaim pemegang polisnya menggunakan analisis Bayes. Metode ini akan menghasilkan system bonus malus yang optimal. Sistem bonus malus yang optimal bisa dicapai dengan meminimumkan fungsi rugi kuadratnya. Dilihat dari sudut pandang pemegang polis, sistem bonus malus yang dibangun menggunakan analisis Bayes sangat adil (*fair*). Karena premi yang harus dibayarkan oleh setiap pemegang polis pada saat perpanjangan polis merupakan premi yang proporsional dengan taksiran frekuensi klaimnya.

DAFTAR PUSTAKA

<http://www.sinarmas.co.id>. Didownload tanggal 7 September 2007.

Klugman, S. A., Panjer, H. H. & Willmot, G. E. 2004. *Loss Models: From Data to Decisions*. New Jersey: John Wiley & Sons.

Lemaire, J. 1995. *Bonus-Malus Systems in Automobile Insurance*. Boston: Kluwer Academic Publishers.

Meyers, G. & Schenker, N. 1984. *Parameter Uncertainty in the Collective Risk Model*. www.casact.org.

Walpole, R. E. & Myers, R. H. 1990. *Probability and Statistics for Engineers and Scientists*. Fourth Edition. New York: Macmillan Publishing Company.