



## Identifikasi proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah aljabar dengan menggunakan representasi graf

Siti Lailiyah <sup>a</sup>\*, Kusaeri Kusaeri <sup>b</sup>, Wenda Yulian Rizki <sup>c</sup>

Universitas Islam Negeri Sunan Ampel, Jalan Ahamd Yani 117, Surabaya, Jawa Timur, 60237, Indonesia.

E-mail: <sup>a</sup> [lailiyah@uinsby.ac.id](mailto:lailiyah@uinsby.ac.id); <sup>b</sup> [kusaeri@uinsby.ac.id](mailto:kusaeri@uinsby.ac.id); <sup>c</sup> [weyulki@gmail.com](mailto:weyulki@gmail.com)

\* Corresponding Author

### ARTICLE INFO

#### Article history

Received: 7 June 2020

Revised: 15 July 2020

Accepted: 18 August 2020

#### Keywords

graf pohon biner; graf pohon keputusan; graf pohon rentang; representasi graf; proses berpikir; *binary tree graph*; *spanning tree graph*; *decision tree graph*; *graph representation*; *thinking process*

### ABSTRACT

Representasi graf banyak digunakan, salah satunya untuk menggambarkan proses berpikir siswa. Caranya dengan melihat hubungan antara langkah penyelesaian satu dengan lainnya dalam menyelesaikan masalah matematika. Penelitian ini bertujuan untuk merepresentasikan proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah aljabar dengan bantuan representasi graf. Subjek penelitian ini adalah 3 dari 38 siswa kelas IX-A SMP Negeri 26 Surabaya, yang diambil dengan teknik *snowball sampling*. Teknik pengumpulan data menggunakan metode wawancara berbasis tugas. Tugas atau masalah yang diberikan berupa dua soal *open ended* dan hasilnya dianalisis serta direpresentasikan melalui graf: graf pohon biner, graf pohon rentang, dan graf pohon keputusan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa melalui graf pohon biner, representasi proses berpikir siswa masih sederhana dan tidak sistematis dengan langkah-langkah penyelesaian yang dilakukan masih sedikit. Melalui graf pohon rentang, proses berpikir siswa direpresentasikan secara praktis, lengkap, dan tepat. Melalui graf pohon keputusan, proses berpikir siswa direpresentasikan secara teratur, rinci, dan terurut.

*One of the uses of graph representation was to describe students' thinking. Processes by identifying the relationship between one completion step and another completion step in doing mathematics problems. This qualitative descriptive research aimed to describe the representation of students' thinking processes in solving algebraic questions with the help of graph representation. The subjects of this study were 3 from 38 students of class IX-A at SMP Negeri 26 Surabaya, Indonesia selected through snowball sampling. Data was collected from task-based interview methods. The task or problem given was two open-ended questions and the results were analyzed as well as represented through graphs: binary tree graph, spanning tree graph, and decision tree graph. The results showed that through the binary tree graph, the representations of students' thinking processes were still simple and not systematic with few steps to complete. Through the spanning tree graph, students' thinking processes were represented practically, completely, and precisely. Through the decision tree graph, students' thinking processes were represented in an orderly, detailed, and consecutive.*



This is an open access article under the [CC-BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license.



**How to Cite:** Lailiyah, S., Kusaeri, K., & Rizki, W. (2020). Identifikasi proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah aljabar dengan menggunakan representasi graf. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 7(1), 25-44. doi:<https://doi.org/10.21831/jrpm.v7i1.32257>

### PENDAHULUAN

Salah satu tujuan siswa belajar matematika dalam Kurikulum 2013 adalah memahami konsep matematika, yakni mampu menjelaskan keterkaitan antar konsep, menggunakan konsep matematika secara luwes, akurat, efisien, dan tepat dalam pemecahan masalah ([Menteri Pendidikan dan Kebudayaan](#)

Republik Indonesia, 2018). Kompetensi tersebut dicirikan dengan kemampuan siswa menyajikan konsep dalam berbagai macam bentuk representasi, baik berupa tabel, grafik, diagram, gambar, sketsa, model matematika, atau cara lainnya (Kholiqowati et al., 2016). Kemampuan representasi itu sangat penting bagi siswa, karena erat kaitannya dengan kemampuan komunikasi dan pemecahan masalah kehidupan sehari-hari. Melalui representasi, masalah yang semula terlihat sulit dan rumit dapat dilihat dengan lebih mudah dan sederhana, sehingga masalah yang disajikan dapat dipecahkan dengan lebih mudah (Sabirin, 2014). Dengan demikian, representasi merupakan sarana untuk membantu menemukan solusi dari suatu masalah yang kompleks.

Salah satu jenis representasi yang memainkan peran penting dalam membangun dan meningkatkan kemampuan matematika siswa adalah representasi matematis (Kar et al., 2011). Selain itu, representasi matematis merupakan komponen utama yang dapat membangun proses berpikir spasial (Fiantika et al., 2017). Hal ini dipertegas oleh hasil penelitian Permana & Surya (2017) yang menyatakan bahwa representasi matematis merupakan kemampuan mendasar untuk membangun konsep dan berpikir matematis. Penelitian lain dilakukan Astutik (2018) mendapati bahwa representasi matematis memiliki pengaruh langsung terhadap kemampuan berpikir kritis dalam menyelesaikan masalah matematika sebesar 60%. Beberapa fakta dan hasil penelitian tersebut menandakan bahwa representasi matematis memiliki dampak yang tinggi terhadap proses berpikir siswa.

Proses berpikir merupakan aktivitas kognitif yang terjadi di dalam mental atau pikiran seorang siswa dan bersifat internal, sehingga sulit untuk diamati secara langsung (Pramesti, 2014). Dengan kata lain, proses berpikir siswa sulit untuk dilihat secara kasat mata oleh guru. Untuk mengetahuinya, diperlukan suatu media yang dapat merangsang proses berpikir mereka, misalnya dengan memberikan sebuah permasalahan matematika (Kusaeri et al., 2018). Seseorang dapat dilihat proses berpikirnya dengan mengidentifikasi hasil pekerjaannya (Razzouk & Shute, 2012). Dengan kata lain, proses berpikir siswa terlihat dari jawaban yang diberikannya dalam menyelesaikan masalah.

Fakta menunjukkan bahwa masih banyak siswa lemah dalam kemampuan representasi matematis. Sejumlah penelitian telah berupaya mengidentifikasi lemahnya kemampuan representasi matematis siswa. Penelitian Panduwinata et al. (2019) mengemukakan bahwa kesulitan siswa dalam representasi matematis yaitu siswa belum mampu mengembangkan ide, mengubah bentuk representasi visual menjadi informasi aljabar, dan bingung dalam melibatkan ekspresi matematika. Penelitian lain dilakukan Johar dan Lubis (2018) yang berhasil mengidentifikasi beberapa penyebab siswa lemah dalam representasi matematis antara lain siswa tidak terbiasa dengan masalah yang membutuhkan representasi, siswa tidak terbiasa memecahkan masalah *word problem*, dan kendala guru yang kurang mendalam mengajarkan masalah nonrutin. Oleh karena itu, dalam artikel ini peneliti ingin melihat cara untuk melihat proses berpikir siswa dengan menggambarkan penyelesaian yang dilakukannya menggunakan representasi graf. Hal ini dikarenakan representasi graf sangat membantu dalam menggambarkan proses berpikir siswa (Dafik, 2015).

Penelitian-penelitian yang mengkaji penggunaan representasi graf telah banyak dilakukan (misalnya: Amrullah, 2011; Jonathan, 2012; Wirdasari, 2011). Penelitian yang dilakukan oleh Jonathan (2012) fokus pada representasi objek-objek dan menghubungkannya serta mengimplementasikan graf dalam penentuan materi dan metode yang digunakan dalam kaderisasi. Penelitian Amrullah (2011) tentang representasi graf pada algoritma Huffman untuk menghemat ukuran data dalam sistem komputer. Penelitian Wirdasari (2011) tentang implementasi teori graf yang diterapkan dalam bidang komputer khususnya struktur data dan menentukan minimum *spanning tree*. Berdasarkan penelitian-penelitian tersebut, tampak bahwa fokusnya adalah pada representasi graf pada ilmu komputer. Ada bagian yang belum disentuh oleh penelitian-penelitian tersebut, misalnya representasi graf pada proses berpikir. Oleh karena itu, kajian ini difokuskan pada penggambaran proses berpikir siswa dalam bentuk representasi graf. Itulah celah yang dapat ditawarkan oleh peneliti di tengah menjamurnya kajian tentang representasi graf.

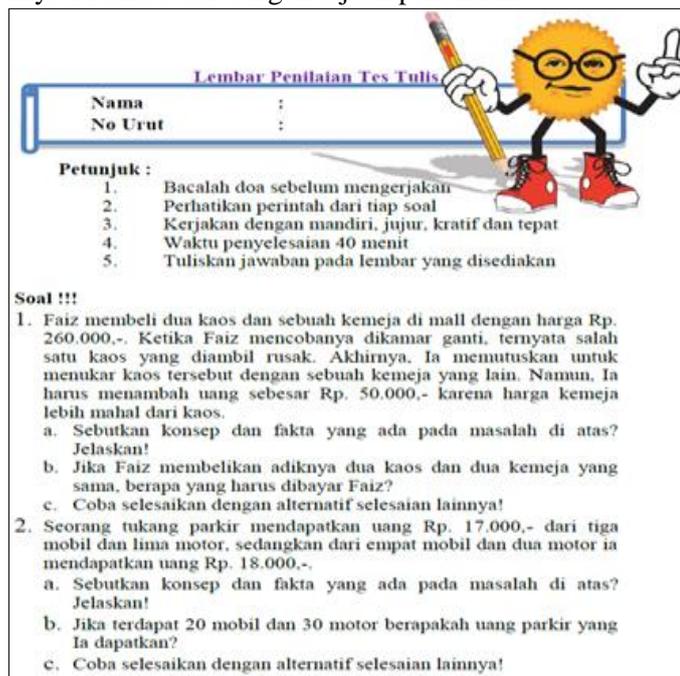
Bentuk representasi graf yang memiliki terapan cukup banyak dan cocok dalam merepresentasikan proses berpikir siswa adalah representasi graf pohon (*tree*) (Al Amin, 2014). Menurut Al Amin (2014) graf pohon adalah graf tidak berarah yang bersifat hanya terdapat sebuah lintasan unik antara setiap pasang simpulnya. Tiga kriteria utama pada graf pohon adalah graf yang terhubung, tak berarah, dan tidak memuat sirkuit (Amrullah, 2011). Selain itu, Amrullah (2011) juga menyebutkan bahwa graf pohon memegang peranan cukup penting karena struktur ini digunakan untuk menyajikan data yang mengandung hubungan hierarki antara elemen-elemen tersebut.

Graf pohon digolongkan menjadi tiga jenis yakni graf pohon biner (*binary*), graf pohon keputusan, dan graf pohon merentang (Jonathan, 2012). Di antara ketiga graf pohon tersebut, yang lebih mudah dikelola dalam komputer adalah pohon biner (*binary*) (Amrullah, 2011). Dalam kaitannya dengan penggambaran proses berpikir, graf pohon biner dapat menggambarkan simpul-simpul proses berpikir yang memiliki hubungan hierarki. Sementara itu, graf pohon yang memudahkan dalam penyusunan algoritma adalah graf pohon keputusan (Jonathan, 2012). Graf pohon keputusan sangat penting dalam merepresentasikan proses berpikir siswa karena dapat menghasilkan suatu hasil atau keputusan-keputusan yang diperoleh dari proses berpikir. Di sisi lain, graf pohon yang dapat digunakan memecahkan masalah yang berkaitan dengan mendesain jaringan, analisis *cluster*, dan analisis jaringan otak adalah graf pohon merentang (Nurdiyanto & Susanti, 2019). Dalam konteks ini, graf pohon rentang dapat menentukan jalur berpikir yang efektif dan efisien. Penggambaran proses berpikir dengan representasi graf pohon akan memperlihatkan proses berpikirnya secara jelas dan akan membantu untuk menentukan keputusan atau langkah ke depannya.

Representasi proses berpikir sangat penting karena dapat membantu peserta didik mengkomunikasikan gagasan matematisnya yang bersifat abstrak menjadi konkret sehingga mudah untuk dipahami (Effendi, 2012). Selain itu, representasi graf juga memiliki potensi untuk memfasilitasi siswa yang mengalami kesulitan dalam proses berpikir atau penalaran (Chen et al., 2018). Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk merepresentasikan proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah aljabar dengan menggunakan representasi graf pohon.

## METODE

Jenis penelitian yang digunakan dalam penelitian ini yaitu penelitian deskripsi kualitatif. Hal ini dikarenakan tujuan penelitian ini yaitu untuk merepresentasikan proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah aljabar dengan bantuan representasi graf. Teknik pengambilan subjek menggunakan *snowball sampling*. *Snowball sampling* merupakan suatu metode penentuan subjek dengan teknik jaringan atau rantai hubung, dimana subjek satu dengan subjek berikutnya memiliki keterhubungan yang terus menerus yang digunakan untuk mengungkapkan data secara spesifik (Nurdiani, 2014). Langkah-langkah pengambilan subjek dimulai dengan memilih satu subjek secara acak, kemudian subjek diberi masalah *open ended* dan dilakukan proses wawancara setelah menyelesaikan masalah tersebut. Selanjutnya, hasil penyelesaian subjek dianalisis proses berpikirnya. Bila hasil representasi graf pohonnya belum sesuai maka dilakukan pengambilan subjek lagi. Pengambilan subjek terus diulangi sampai didapatkan hasil representasi graf pohonnya sesuai dengan tujuan penelitian. Pengambilan subjek berhenti jika hasil representasi graf pohonnya sudah sesuai dengan tujuan penelitian.



**Lembar Penilaian Tes Tulis**

Nama	:	
No Urut	:	

**Petunjuk :**

1. Bacalah doa sebelum mengerjakan
2. Perhatikan perintah dari tiap soal
3. Kerjakan dengan mandiri, jujur, kreatif dan tepat
4. Waktu penyelesaian 40 menit
5. Tuliskan jawaban pada lembar yang disediakan

**Soal !!!**

1. Faiz membeli dua kaos dan sebuah kemeja di mall dengan harga Rp. 260.000,-. Ketika Faiz mencobanya dikamar ganti, ternyata salah satu kaos yang diambil rusak. Akhirnya, Ia memutuskan untuk menukar kaos tersebut dengan sebuah kemeja yang lain. Namun, Ia harus menambah uang sebesar Rp. 50.000,- karena harga kemeja lebih mahal dari kaos.
  - a. Sebutkan konsep dan fakta yang ada pada masalah di atas? Jelaskan!
  - b. Jika Faiz membelikan adiknya dua kaos dan dua kemeja yang sama, berapa yang harus dibayar Faiz?
  - c. Coba selesaikan dengan alternatif selesaian lainnya!
2. Seorang tukang parkir mendapatkan uang Rp. 17.000,- dari tiga mobil dan lima motor, sedangkan dari empat mobil dan dua motor ia mendapatkan uang Rp. 18.000,-.
  - a. Sebutkan konsep dan fakta yang ada pada masalah di atas? Jelaskan!
  - b. Jika terdapat 20 mobil dan 30 motor berapakah uang parkir yang Ia dapatkan?
  - c. Coba selesaikan dengan alternatif selesaian lainnya!

Gambar 1. Soal pada Instrumen Penelitian

**Tabel 1.** Kode Langkah-langkah Penyelesaian Soal Nomor 1 dan Soal Nomor 2

Penyelesaian	Koding	Penyelesaian	Koding
Menulis kembali soal pada nomor 1	$V_1$	Menulis kembali soal pada nomor 2	$W_1$
Menulis apa yang diketahui pada soal nomor 1 dengan kalimat atau pemisalan variabel $x$ dan $y$	$V_2$	Menulis apa yang diketahui pada soal nomor 2 dengan kalimat atau pemisalan variabel $x$ dan $y$	$W_2$
Menulis apa yang ditanya pada soal nomor 1 dengan kalimat atau pemisalan variabel $x$ dan $y$	$V_3$	Menulis apa yang ditanya pada soal nomor 2 dengan kalimat atau pemisalan variabel $x$ dan $y$	$W_3$
Membuat strategi penyelesaian masalah pada soal nomor 1 dengan membuat tabel	$V_4$	Membuat strategi penyelesaian masalah pada soal nomor 2 dengan membuat tabel	$W_4$
Membuat strategi penyelesaian masalah pada soal nomor 1 dengan mengubah masalah menjadi model matematikanya	$V_5$	Membuat strategi penyelesaian masalah pada soal nomor 2 dengan mengubah masalah menjadi model matematikanya	$W_5$
Mengklasifikasi model matematika pada soal nomor 1 menjadi persamaan pertama dan persamaan kedua	$V_6$	Mengklasifikasi model matematika pada soal nomor 2 menjadi persamaan pertama dan persamaan kedua	$W_6$
Menyelesaikan masalah pada soal nomor 1 dengan metode eliminasi yaitu mengeliminasi nilai $y$	$V_7$	Menyelesaikan masalah dengan metode eliminasi yaitu mengeliminasi nilai $y$	$W_7$
Menyelesaikan masalah pada soal nomor 1 dengan metode eliminasi yaitu mengeliminasi nilai $x$	$V_8$	Menyelesaikan masalah dengan metode eliminasi yaitu mengeliminasi nilai $x$	$W_8$
Menyelesaikan masalah pada soal nomor 1 dengan metode substitusi yaitu mengubah persamaan yang diketahui untuk mendapatkan nilai dari variabel $x$ atau $y$	$V_9$	Menyelesaikan masalah dengan metode substitusi yaitu substitusi persamaan satu ke persamaan lain untuk mendapatkan nilai dari salah satu variabel	$W_9$
Menyelesaikan masalah pada soal nomor 1 dengan metode substitusi yaitu substitusi persamaan satu ke persamaan lain untuk mendapatkan nilai dari salah satu variabel	$V_{10}$	Menyubstitusikan nilai salah satu variabel yang didapatkan ke persamaan lain untuk mendapatkan nilai variabel yang lain	$W_{10}$
Menyubstitusikan nilai salah satu variabel yang didapatkan ke persamaan lain untuk mendapatkan nilai variabel yang lain	$V_{11}$	Menyelesaikan masalah dengan metode grafik yaitu memisalkan nilai $x = 0$ dan $y = 0$	$W_{11}$
Menyelesaikan masalah pada soal nomor 1 dengan metode grafik yaitu memisalkan nilai $x = 0$ dan $y = 0$	$V_{12}$	Menentukan nilai $x$ jika $y = 0$ dan nilai $y$ jika $x = 0$	$W_{12}$
Menentukan nilai $x$ jika $y = 0$ dan nilai $y$ jika $x = 0$	$V_{13}$	Menggambarkan grafik dari pemisalan $x = 0$ dan $y = 0$	$W_{13}$
Menggambarkan grafik dari pemisalan $x = 0$ dan $y = 0$	$V_{14}$	Membuat kesimpulan dari penyelesaian yang diperoleh	$W_{14}$
Membuat kesimpulan dari penyelesaian yang diperoleh pada soal nomor 1	$V_{15}$	Menuliskan kalimat “Jadi tarif parkir mobil adalah Rp. xx dan tarif parkir sepeda motor adalah Rp. xx”	$W_{15}$
Menuliskan kalimat “Jadi harga sepotong kaos adalah Rp. xx dan harga sepotong kemeja adalah Rp. xx”	$V_{16}$	Menentukan uang yang didapatkan tukang parkir apabila terdapat 20 mobil dan 30 sepeda motor.	$W_{16}$
Menentukan uang yang harus dibayar untuk sepotong kaos dan 2 potong kemeja	$V_{17}$		

Subjek pertama dipilih dari 38 siswa yang didasarkan pada hasil rekomendasi guru matematika kelas IX A SMP Negeri 26 Surabaya. Hasil representasi graf pohon penyelesaian subjek pertama belum sesuai dengan tujuan penelitian. Oleh karena itu, dilakukan pengambilan subjek kedua berdasarkan hasil rekomendasi guru matematika, dan hasil representasi graf pohon penyelesaian subjek kedua juga belum sesuai dengan tujuan penelitian. Selanjutnya dilakukan pengambilan subjek ketiga yang didasarkan pada rekomendasi guru matematika. Ternyata hasil representasi graf pohon penyelesaian subjek ketiga sudah sesuai dengan tujuan penelitian ini dan lebih baik dari subjek pertama dan kedua. Berdasarkan tahapan ini, maka pengambilan subjek penelitian ini sudah cukup dan pada akhirnya ketiganya dijadikan subjek penelitian ini.

Data dikumpulkan dengan menggunakan instrumen wawancara berbasis tugas. Wawancara berbasis tugas diterapkan ketika siswa telah menyelesaikan permasalahan matematika (Siregar, 2018). Wawancara dilakukan untuk memperjelas dan memperdalam informasi yang belum terduga ketika siswa menjawab permasalahan yang diberikan. Wawancara juga digunakan sebagai sarana triangulasi hasil penyelesaian siswa (Siregar, 2018). Tugas atau permasalahan yang diberikan berupa dua soal materi Sistem Persamaan Linier Dua Variabel (SPLDV). Tugas atau soal yang dirancang bersifat *open ended*, dengan harapan dapat memicu siswa dalam menyelesaikan masalah secara beragam, terurut, dan efektif (Faridah et al., 2016). Selain itu soal matematika berbasis *open ended* dapat mengembangkan keterampilan berpikir tingkat tinggi siswa (*HOTS skill*) (Ernawati, 2016). Soal 1 dirancang untuk melihat kemampuan representasi proses berpikir siswa dalam bentuk representasi graf pohon biner dan representasi graf pohon perentang. Sementara itu, Soal 2 dirancang untuk melihat representasi proses berpikir siswa dalam bentuk representasi graf pohon keputusan dan perentang. Adapun instrumen yang digunakan dalam penelitian ini disajikan pada Gambar 1.

Sebelum digunakan instrumen penelitian tersebut divalidasi oleh empat validator, yang terdiri dari dua validator dosen Pendidikan Matematika UIN Sunan Ampel, satu guru matematika SMP Negeri 26 Surabaya dan 1 guru matematika SMP Negeri 1 Puri Mojokerto. Validator pertama menyatakan bahwa instrumen penelitian ini layak digunakan dengan merevisi indikator soal yang tidak sesuai dengan tujuan penelitian. Setelah instrumen direvisi, selanjutnya instrumen divalidasi oleh validator kedua. Validator kedua menyatakan bahwa instrumen penelitian ini sudah valid dan layak digunakan. Validator ketiga menyatakan bahwa instrumen penelitian ini dinyatakan layak digunakan dengan merevisi tata bahasa soal nomor 1 dikarenakan masih sulit dipahami oleh siswa SMP. Setelah instrumen divalidasi, selanjutnya instrumen divalidasi oleh validator keempat. Validator keempat menyatakan bahwa instrumen penelitian harus diujicobakan terlebih dahulu ke kelas lain yang tidak dijadikan subjek penelitian untuk mengetahui keefektifan waktu yang digunakan.

Data hasil tertulis dianalisis dengan tahapan berikut: pengkodean data jawaban tertulis subjek, sebagaimana disajikan pada Tabel 1; mencari keterhubungan antar langkah dan menggambarkan hubungan langkah-langkah penyelesaian ke dalam representasi graf pohon: reduksi data; penyajian data; dan penarikan kesimpulan. Transkrip wawancara dikoding sebagai berikut:  $P_{a,b,c}$  dan  $S_{a,b,c}$  dimana  $P$  = pewawancara,  $S$  = subjek penelitian, dan  $a,b,c$  = kode digit setelah  $P$  dan  $S$ . Digit pertama menyatakan subjek ke- $a$ ,  $a = 1,2,3, \dots$ , digit kedua menyatakan nomor soal ke- $b$ ,  $b = 1,2,3, \dots$ , serta digit ketiga menyatakan pertanyaan atau jawaban ke- $c$ ,  $c = 1,2,3, \dots$

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada penelitian ini, data hasil penelitian diperoleh dari tiga siswa yang menjadi subjek utama penelitian. Jawaban ketiga siswa dalam menyelesaikan tugas dan hasil wawancara dideskripsikan untuk merepresentasikan proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah aljabar dengan menggunakan representasi graf pohon. Adapun deskripsi tersebut diuraikan sebagai berikut.

### Proses Berpikir Subjek Pertama dalam Menyelesaikan Masalah Aljabar Menggunakan Representasi Graf Pohon

Berikut disajikan Jawaban tertulis subjek pertama pada soal nomor 1 dalam menyelesaikan masalah aljabar. Pada Gambar 2 terlihat bahwa subjek pertama menyelesaikan masalah pada soal 1 dengan cara memisalkan  $x$  yang menyatakan kaos dan  $y$  yang menyatakan kemeja. Selanjutnya subjek pertama membuat model matematika dan menyelesaikan masalah aljabar tersebut dengan menggunakan cara eliminasi pada soal nomor 1a dan cara substitusi pada soal nomor 1b dan 1c.

Selanjutnya disajikan jawaban tertulis subjek pertama pada soal nomor 2 dalam menyelesaikan masalah aljabar (Gambar 3). Pada Gambar 3, subjek pertama menuliskan pemisalan  $x$  untuk pemisalan tarif parkir mobil dan  $y$  untuk pemisalan tarif parkir motor. Selanjutnya subjek pertama membuat model matematika dari permasalahan tersebut dan menyelesaikan masalah tersebut menggunakan cara campuran untuk soal nomor 2a dan 2b, serta cara eliminasi untuk soal nomor 2c.

Berdasarkan hasil wawancara, subjek pertama melakukan penyelesaian masalah dengan memisalkan informasi yang ada, menceritakan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan pada soal dan menceritakan proses penyelesaian soal tersebut. Hal ini terlihat pada petikan wawancara pada Tabel 2.

**Lembar Jawaban**

V<sub>2</sub> 1. a)  $x$  <sup>harga kaos</sup>  
 $y$  <sup>harga kemeja</sup> Ditanya:  $x$  ?  
 $y$  ? V<sub>3</sub>

V<sub>5</sub>  $2x + y = \text{Rp. } 260.000$  I  
 $x + 2y = \text{Rp. } 260.000 + \text{Rp. } 50.000 = \text{Rp. } 310.000$  II

V<sub>8</sub>  $2x + y = \text{Rp. } 260.000$   
 $2x + 4y = \text{Rp. } 620.000$  -  
 $-3y = -\text{Rp. } 360.000$   
 $y = -\text{Rp. } 360.000 : -3$   
 $= \text{Rp. } 120.000$

$2x + 2y = \text{Rp. } 520.000$   
 $x + 2y = \text{Rp. } 310.000$  -  
 $3x = \text{Rp. } 210.000$   
 $x = \text{Rp. } 210.000 : 3$   
 $= \text{Rp. } 70.000$  V<sub>7</sub>

b) 10. Jika  $2x + 2y = ?$   
 $2. \text{Rp. } 70.000 + 2. \text{Rp. } 120.000 = \text{Rp. } 140.000 + \text{Rp. } 240.000$   
 $= \text{Rp. } 380.000$   
 Jadi yang harus dibayar Faiz adalah  $\text{Rp. } 380.000$  V<sub>17</sub>

c)  $2x + y = \text{Rp. } 260.000$   
 $y = \text{Rp. } 260.000 - 2x$  V<sub>9</sub>

$x + 2y = \text{Rp. } 310.000$   
 $x + 2(\text{Rp. } 260.000 - 2x) = \text{Rp. } 310.000$   
 $x + \text{Rp. } 520.000 - 4x = \text{Rp. } 310.000$   
 $x - 4x = \text{Rp. } 310.000 - \text{Rp. } 520.000$   
 $-3x = -\text{Rp. } 210.000$   
 $x = -\text{Rp. } 210.000 : -3$   
 $= \text{Rp. } 70.000$  V<sub>10</sub>

$2x + y = \text{Rp. } 260.000$   
 $2. \text{Rp. } 70.000 + y = \text{Rp. } 260.000$   
 $\text{Rp. } 140.000 + y = \text{Rp. } 260.000$   
 $y = \text{Rp. } 260.000 - \text{Rp. } 140.000$   
 $= \text{Rp. } 120.000$  V<sub>11</sub>

Gambar 2. Jawaban Tertulis Subjek Pertama pada Soal Nomor 1

W<sub>2</sub> 1. a)  $x$  <sup>harga parkir mobil</sup>  
 $y$  <sup>harga parkir sepeda motor</sup>

W<sub>5</sub>  $3x + 5y = \text{Rp. } 17.000$   
 $4x + 2y = \text{Rp. } 13.000$

W<sub>8</sub>  $3x + 5y = \text{Rp. } 17.000 \times 4$   $12x + 20y = \text{Rp. } 68.000$   
 $4x + 2y = \text{Rp. } 13.000 \times 3$   $12x + 6y = \text{Rp. } 39.000$  -  
 $14y = \text{Rp. } 29.000$   
 $y = \text{Rp. } 2.071,43$

$3x + 5y = \text{Rp. } 17.000$   
 $3x + 5. \text{Rp. } 1000 = \text{Rp. } 17.000$   
 $3x + \text{Rp. } 5000 = \text{Rp. } 17.000$   
 $3x = \text{Rp. } 17.000 - \text{Rp. } 5000$   
 $3x = \text{Rp. } 12.000$   
 $x = \text{Rp. } 4000$  W<sub>10</sub>

b) Jika terdapat 20 mobil dan 30 motor  
 $20x + 30y = ?$   
 $20. \text{Rp. } 4000 + 30. \text{Rp. } 1000 = \text{Rp. } 80.000 + \text{Rp. } 30.000$   
 $= \text{Rp. } 110.000$   
 Jadi ia mendapat uang parkir sebesar  $\text{Rp. } 110.000$  W<sub>15</sub>

c)  $3x + 5y = \text{Rp. } 17.000 \times 4$   $\rightarrow 12x + 20y = \text{Rp. } 68.000$   
 $4x + 2y = \text{Rp. } 13.000 \times 3$   $\rightarrow 12x + 6y = \text{Rp. } 39.000$  -  
 $14y = \text{Rp. } 29.000$   
 $y = \text{Rp. } 2.071,43$  W<sub>8</sub>

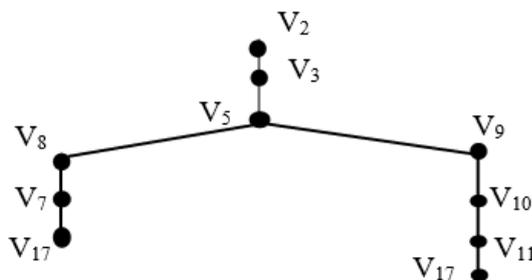
$3x + 5y = \text{Rp. } 17.000 \times 2$   $\rightarrow 6x + 10y = \text{Rp. } 34.000$   
 $4x + 2y = \text{Rp. } 13.000 \times 5$   $\rightarrow 20x + 10y = \text{Rp. } 65.000$  -  
 $-14x = -\text{Rp. } 31.000$   
 $x = -\text{Rp. } 31.000 : -14$   
 $= \text{Rp. } 2.214,29$  W<sub>7</sub>

Gambar 3. Jawaban Tertulis Subjek Pertama pada Soal 2

**Tabel 2.** Petikan Wawancara Subjek Pertama pada Soal Nomor 1 dan Soal Nomor 2

Soal Nomor 1	Soal Nomor 2
P <sub>1.1.2</sub> : “Jelaskan informasi yang Anda dapatkan dari masalah tersebut!”	P <sub>1.3.1</sub> : “Apakah Anda menemukan suatu persamaan dari informasi yang diberikan dengan soal sebelumnya?”
S <sub>1.1.2</sub> : “Pertama saya misalkan $x$ adalah kaos dan $y$ adalah kemeja, Faiz membeli 2 kaos dan kemeja dengan harga Rp. 260.000,-, jadi $2x + y = 260.000$ . Faiz menukar 1 kaos dengan 1 kemeja. Jadi dia membeli 1 kaos dan 2 kemeja, kalau $x + 2y = 260.000 + 50.000$ , ditambah 50.000 karena menukar dengan 1 kemeja.”	S <sub>1.3.1</sub> : “Iya ada, persamaannya sama-sama persamaan linier dua variabel, terus pemisalnya saya juga sama $x$ dan $y$ ”
P <sub>1.1.3</sub> : “Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?”	P <sub>1.4.1</sub> : “Sekarang jelaskan kembali apa yang Anda dapatkan di soal nomor 2!”
S <sub>1.1.3</sub> : “Nilai $x$ dan $y$ nya pak, terus nilai dari $2x + 2y =$ berapa seperti itu.”	S <sub>1.4.1</sub> : “Sebenarnya sama cuman $x$ dimisalkan tarif parkir mobil dan $y$ dimisalkan tarif parkir motor. Saya jadikan persamaan 1 yaitu $3x + 5y = 17.000$ dan persamaan 2 yaitu $4x + 2y = 18.000$ ”
P <sub>1.2.1</sub> : “Bagaimana cara menyelesaikan masalah tersebut?”	P <sub>1.4.2</sub> : “Apa ada kesulitan dalam menyelesaikan masalah tersebut?”
S <sub>1.2.1</sub> : “Pertama aku mencari dengan cara eliminasi, di sini saya mengeliminasi nilai $x$ untuk mendapatkan $y$ hasilnya Rp. 70.000,-, untuk mendapatkan nilai $y$ . Kemudian untuk mendapatkan nilai $x$ saya mengeliminasi nilai $y$ untuk mendapatkan nilai $x$ .”	S <sub>1.4.2</sub> : “Tidak ada pak, karena mengikuti cara yang nomor 1”
P <sub>1.2.2</sub> : “Apa yang dapat disimpulkan dari penyelesaian Anda sampai ini?”	P <sub>1.4.3</sub> : “Pada jawaban nomor 2b ada beberapa coretan dari penyelesaian Anda coba jelaskan!”
S <sub>1.2.2</sub> : “Jadi nilai $x$ sebesar Rp. 70.000,- dan $y$ sebesar Rp. 120.000,-, nanti nilai $x$ dan $y$ di masukkan pada $2x + 2y$ , soalnya Faiz membeli 2 kaos dan 2 kemeja sehingga ia harus membayar Rp. 380.000,-.”	S <sub>1.4.3</sub> : “Iya pak, itu awalnya saya hitung nilainya 120.000 ternyata saat saya hitung lagi hasilnya 110.000.”
P <sub>1.2.3</sub> : “Cara apalagi yang Anda gunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut!”	P <sub>1.4.4</sub> : “Apakah Anda yakin dengan jawaban Anda yang kedua?, padahal belum tentu benar juga!”
S <sub>1.2.3</sub> : “Untuk cara berikutnya pakai cara substitusi, pertama saya pindahkan nilai $x$ dari persamaan $2x + y = 260.000$ menjadi $y = 260.000 - 2x$ . Setelah itu saya substitusikan pada persamaan $x + 2y = 310.000$ untuk mendapatkan nilai $x$ . Selanjutnya nilai $x$ saya substitusikan pada persamaan $2x + y = 260.000$ . hasilnya sama dengan yang sebelumnya.”	S <sub>1.4.4</sub> : “Yakin pak, karena sudah saya cek lagi soalnya kurang teliti.”
	P <sub>1.4.5</sub> : “Berikan alasan di soal 2c Anda tidak memberikan kesimpulan?”
	S <sub>1.4.5</sub> : “Saya kira mempunyai hasil yang sama dengan hasil yang 2b dan disoal 2c tidak terdapat pertanyaan untuk mencari kesimpulan yang 2b.”

Berdasarkan hasil tes dan wawancara pada Tabel 2, selanjutnya data dianalisis dengan mencari kesamaan hasil penyelesaian dengan hasil wawancara, sehingga dapat ditarik keterhubungan setiap langkah penyelesaian dan didapatkan hasil penggambaran proses berpikir subjek pertama dalam menyelesaikan soal nomor 1. Representasi graf pohon pertama yaitu menggunakan graf pohon biner. Adapun representasi graf pohon biner proses berpikir subjek pertama pada soal nomor 1 disajikan pada Gambar 4.



**Gambar 4.** Representasi Graf Pohon Biner Proses Berpikir Subjek Pertama pada Soal Nomor 1

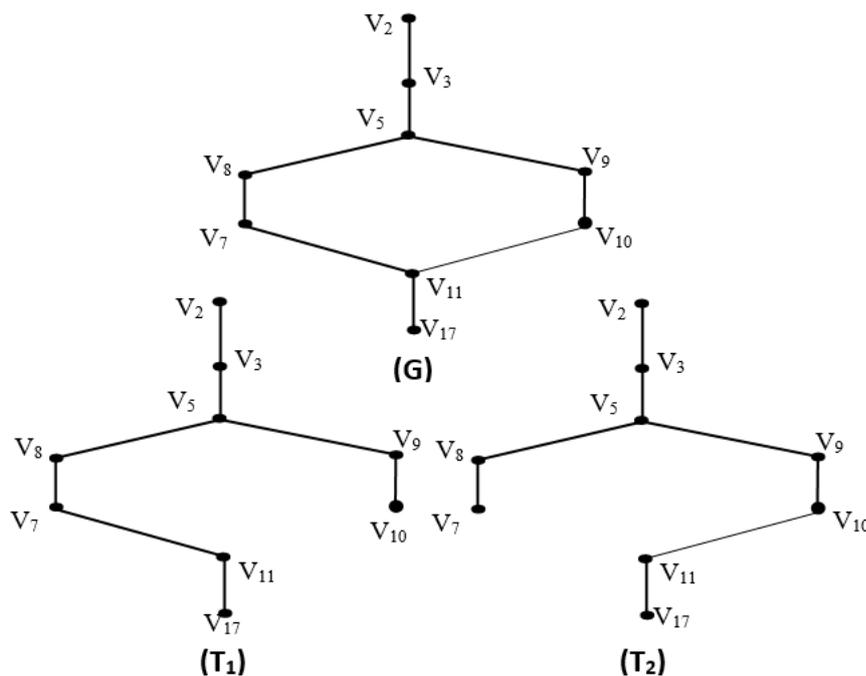
Keterangan Gambar 4:

- (node) = Simbol langkah-langkah penyelesaian
- (edge) = Simbol langkah selanjutnya

Pada Gambar 3 didapatkan hasil penggambaran graf pohon biner proses berpikir subjek pertama dalam menyelesaikan soal 1 menggunakan dua macam cara penyelesaian. Cara pertama menggunakan metode eliminasi dalam menyelesaikan soal nomor 1a dan cara kedua menggunakan metode substitusi dalam menyelesaikan soal nomor 1b dan 1c. Representasi graf pohon biner disimbolkan dengan simpul/titik (*node/verteks*) dan sisi/busur/garis (*edge*). *Node* menyatakan langkah-langkah penyelesaian dan *edge* yang menghubungkan *node-node* tersebut. Setiap *node* memiliki paling banyak dua anak (*upapohon*) yaitu anak kanan dan anak kiri.

Langkah penyelesaian yang digunakan subjek pertama memiliki 9 langkah penyelesaian yaitu  $V_2, V_3, V_5, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}$ , dan  $V_{17}$ , dimana dari langkah tersebut menunjukkan subjek pertama dapat menyelesaikan masalah sampai tuntas. Pada langkah  $V_2$  memiliki keterhubungan (struktur-struktur yang saling keterkaitan, dalam hal ini langkah penyelesaian satu memiliki keterkaitan dengan langkah penyelesaian lain) dengan langkah penyelesaian  $V_3$  dan  $V_5$ . Pada  $V_5$  memiliki keterhubungan 2 langkah penyelesaian yang arahnya berbeda atau bercabang yaitu  $V_8$  dan  $V_9$ . Dalam hal ini  $V_5$  memiliki 2 anak yaitu anak kanan  $V_8$  dan anak kiri  $V_9$ . Pada tahap ini dapat dilihat bahwa subjek pertama memiliki 2 macam cara penyelesaian (cara eliminasi dan substitusi). Selanjutnya  $V_7$  merupakan langkah berikutnya yang diselesaikan dan mengarah ke langkah  $V_{17}$ . Pada  $V_9$  dilanjutkan ke langkah  $V_{10}$  dan  $V_{11}$ . Langkah penyelesaian  $V_{17}$  merupakan langkah akhir yang dilakukan subjek 1, dimana langkah tersebut adalah simpulan dan hasil dalam penyelesaian. Representasi graf pohon biner proses berpikir subjek pertama pada soal nomor 2 tidak dapat digambarkan. Hal ini dikarenakan soal nomor 2 dirancang hanya untuk melihat representasi proses berpikir dalam bentuk graf pohon rentang dan graf pohon keputusan.

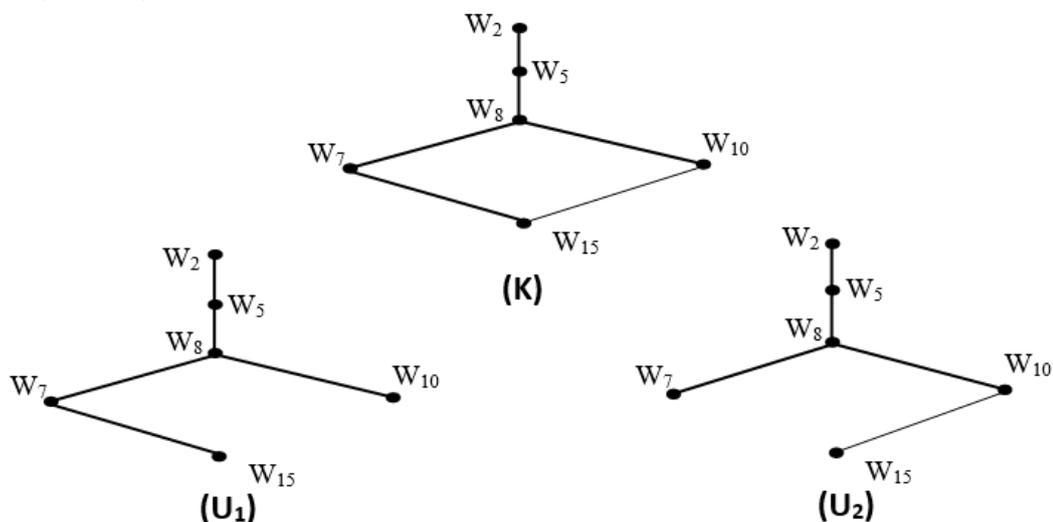
Representasi graf pohon kedua adalah graf pohon rentang. Pohon rentang adalah himpunan bagian dari himpunan garis-garis (*edge*) yang tidak berarah dan menghubungkan semua titik tanpa membentuk siklus. Representasi graf pohon rentang juga disimbolkan dengan simpul/titik (*node/verteks*) dan sisi/busur/garis (*edge*). Perbedaan graf pohon biner dengan pohon rentang adalah pada jumlah maksimal anak/*upapohon*-nya. *Upapohon* pohon biner maksimal 2 sedangkan *upapohon* pohon rentang lebih dari dua. Adapun representasi graf pohon rentang proses berpikir subjek pertama pada soal nomor 1 disajikan pada Gambar 5.



**Gambar 5.** Representasi Graf Pohon Rentang Proses Berpikir Subjek Pertama pada Soal Nomor 1

Gambar 5 menunjukkan ada dua graf pohon rentang dari graf  $G$  yaitu graf  $T_1$  dan graf  $T_2$ . Graf  $G$  merupakan graf pohon penyelesaian secara keseluruhan subjek pertama pada soal nomor 1, graf  $T_1$  merupakan alternatif penyelesaian pertama dan graf  $T_2$  merupakan alternatif penyelesaian kedua. Graf  $T_1$  menggunakan metode eliminasi untuk soal nomor 1a, sedangkan graf  $T_2$  menggunakan metode substitusi untuk soal nomor 1b dan 1c.

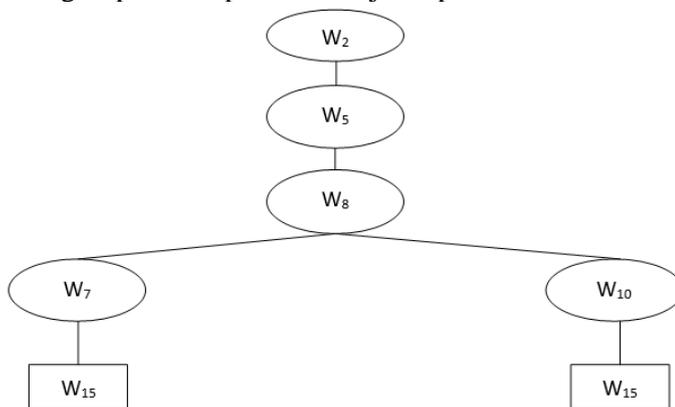
Adapun representasi graf pohon rentang proses berpikir subjek pertama pada soal nomor 2 disajikan pada Gambar 6.



Gambar 6. Representasi Graf Pohon Rentang Proses Berpikir Subjek Pertama pada Soal Nomor 2

Gambar 6 menunjukkan bahwa ada dua pohon rentang dari graf K yaitu graf  $U_1$  dan graf  $U_2$ . Graf pohon K merupakan graf pohon penyelesaian keseluruhan subjek pertama pada soal 2, graf  $U_1$  menunjukkan alternatif penyelesaian pertama, dan graf  $U_2$  menunjukkan alternatif penyelesaian kedua. Graf  $U_1$  menggunakan cara campuran untuk soal nomor 2a dan 2b, sedangkan graf  $U_2$  menggunakan cara eliminasi untuk soal nomor 2c.

Representasi graf pohon ketiga yaitu graf pohon keputusan. Penggambaran proses berpikir dalam bentuk representatif graf pohon keputusan yang mengacu pada hasil penyelesaian masalah subjek pertama pada soal nomor 2 dengan melihat keterhubungan antara penyelesaian satu dengan penyelesaian lainnya. Adapun representasi proses berpikir subjek pertama dalam menyelesaikan soal nomor 2 dengan menggunakan representasi graf pohon keputusan disajikan pada Gambar 7.



Gambar 7. Representasi Graf Pohon Keputusan Proses Berpikir Subjek Pertama pada Soal Nomor 2

Keterangan Gambar 6:

$W_1, W_2, W_3, \dots$  = kode langkah penyelesaian



= Simbol langkah penyelesaian yang berlanjut

= Simbol langkah penyelesaian yang berhenti

Gambar 7 menjelaskan tentang proses keputusan penyelesaian masalah soal nomor 2. Langkah pengambilan keputusan dalam menyelesaikan masalah diawali pada langkah  $W_2, W_5, W_7, W_8, W_{10}$ , dan  $W_{15}$ , dimana pada langkah  $W_{15}$  menunjukkan penyelesaian berhenti yang berarti subjek pertama dapat menyelesaikan masalah sampai tuntas dan benar. Selain itu, pada langkah penyelesaian  $W_8$ , menunjukkan bahwa terdapat kemungkinan pengambilan keputusan yang ganda atau bersamaan dalam menggunakan strategi penyelesaian masalah subjek pertama pada soal nomor 2 yaitu langkah  $W_7$  dan  $W_{10}$ . Dengan kata lain, bahwa subjek pertama dalam mengambil keputusan penyelesaian masalah ini ada dua

keputusan yang diambil yaitu keputusan pertama dalam menyelesaikan soal nomor 2a dan 2b menggunakan cara campuran, sedangkan keputusan kedua dalam menyelesaikan soal nomor 2c menggunakan cara eliminasi.

### Proses Berpikir Subjek Kedua Dalam Menyelesaikan Masalah Aljabar Menggunakan Representasi Graf Pohon

Jawaban tertulis subjek kedua dalam menyelesaikan masalah aljabar pada soal nomor 1 disajikan pada Gambar 8. Berdasarkan Gambar 8 didapatkan bahwa hasil penyelesaian subjek kedua dalam menyelesaikan soal nomor 1 menggunakan dua cara yaitu cara eliminasi untuk penyelesaian soal nomor 1a, serta cara campuran untuk penyelesaian soal nomor 1b dan 1c. Subjek kedua menuliskan pemisalan pada masalah tersebut dengan memisalkan  $x$  untuk menyatakan kaos dan  $y$  untuk menyatakan kemeja. Selanjutnya subjek kedua memodelkan ke dalam bentuk matematika dan menyelesaikannya dengan dua cara yaitu cara eliminasi dan campuran.

The image shows handwritten mathematical work for solving a system of linear equations in two variables. The work is organized into several sections, each labeled with a vertex identifier:

- V<sub>2</sub>**: Initial assignment:  $x = 70.000$ ,  $y = 120.000$ . It also shows the equations:  $x = 14000$  and  $y = 120000$ .
- V<sub>5</sub>**: Shows the system of equations:  $A. \begin{cases} 2x + y = 260.000 \\ x + 2y = 310.000 \end{cases}$ . It then shows the elimination step:  $= x = 70.000$  and  $= y = 70.000 + 80.000 = 150.000$ .
- V<sub>10</sub>**: Shows two elimination methods. On the left, it uses  $2 \times (2x + y = 260.000) \rightarrow 4x + 2y = 520.000$  and subtracts  $x + 2y = 310.000$  to get  $3x = 210.000 \rightarrow x = 70.000$ . On the right, it uses  $2 \times (x + 2y = 310.000) \rightarrow 2x + 4y = 620.000$  and subtracts  $2x + y = 260.000$  to get  $3y = 360.000 \rightarrow y = 120.000$ .
- V<sub>17</sub>**: Shows a substitution method:  $B. \begin{cases} 2x + 2y = 0 \\ = 2 \times 70.000 + 2 \times 120.000 \\ = 140.000 + 240.000 \\ = 380.000 \end{cases}$  labeled as "Campuran".
- V<sub>7</sub>**: Shows another elimination step:  $C. \begin{cases} 2x + y = 260.000 \\ x + 2y = 310.000 \times 2 \\ = 2x + 4y = 620.000 \\ - (2x + y = 260.000) \\ \hline 3y = 360.000 \\ y = 120.000 \end{cases}$  and then  $x = \frac{210.000}{3} = 70.000$ .
- V<sub>8</sub>**: Shows a final calculation:  $\begin{cases} 2x + y = 260.000 \\ = 2 \times 70.000 + y = 260.000 \\ 140.000 + y = 260.000 \\ y = 260.000 - 140.000 \\ = 120.000 \end{cases}$  and a final sum:  $= 70.000 + 120.000 = 190.000$ .
- V<sub>11</sub>**: A large box on the right side containing the elimination steps for  $y$  as shown in V<sub>10</sub>.

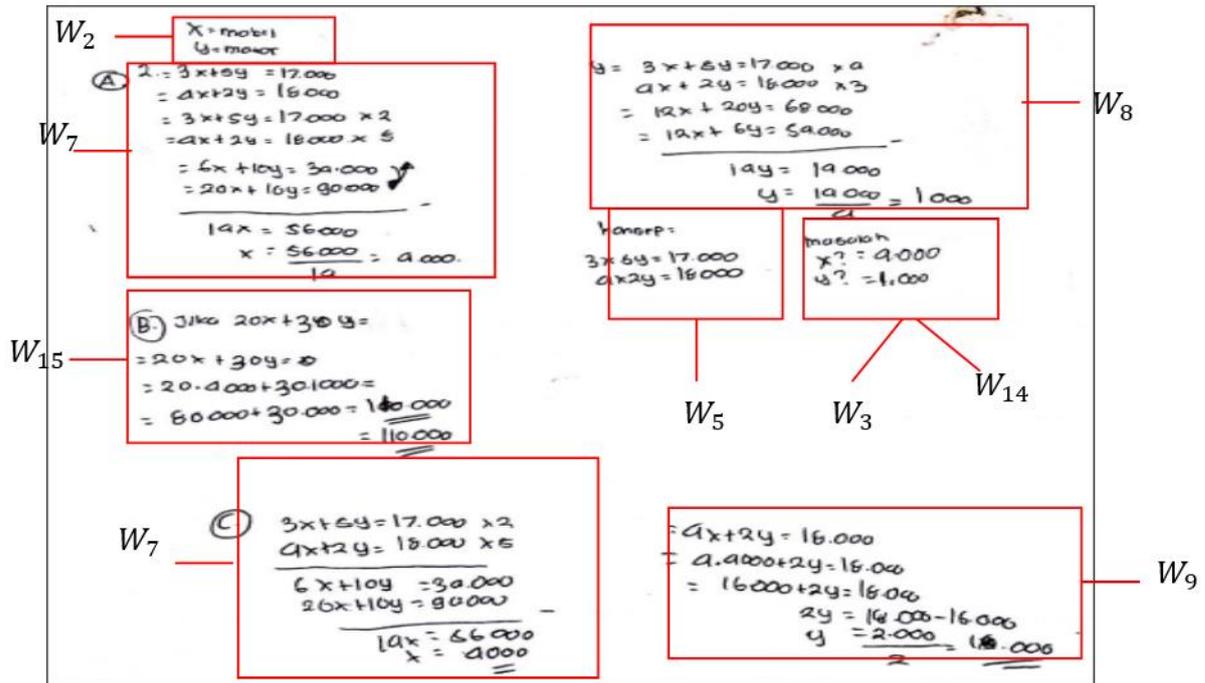
Gambar 8. Jawaban Subjek Kedua pada Soal Nomor 1

Berikut disajikan jawaban tertulis subjek kedua pada soal nomor 2 dalam menyelesaikan masalah aljabar. Subjek kedua mampu menyelesaikan masalah pada soal nomor 2 dengan tuntas bahkan mampu membuat alternatif kedua penyelesaian masalah tersebut. Penyelesaian pertama menggunakan cara eliminasi pada soal nomor 2a dan 2b, sedangkan penyelesaian kedua menggunakan cara campuran pada soal nomor 2c. Adapun jawaban tertulis subjek kedua pada soal nomor 2 disajikan pada Gambar 9.

Berdasarkan hasil wawancara, subjek kedua tidak menuliskan apa yang ditanyakan pada soal nomor 1. Subjek kedua menceritakan proses penyelesaian masalah tersebut dengan rinci baik pada alternatif pertama dan alternatif kedua dalam penyelesaian masalah tersebut. Subjek kedua membuat keputusan bahwa penyelesaian masalah soal nomor 2 dengan memisalkan informasi yang terdapat soal nomor 2. Selanjutnya subjek kedua menceritakan proses penyelesaian masalah tersebut dengan menggunakan eliminasi lalu menuliskan apa yang ditanyakan serta memodelkannya. Hal ini terlihat pada petikan wawancara pada Tabel 3.

Berdasarkan hasil tes dan wawancara pada Tabel 3, selanjutnya data dianalisis dan digambarkan proses berpikir subjek kedua dalam menyelesaikan soal nomor 1 dan soal nomor 2 dengan menggunakan representasi graf pohon. Representasi graf pohon pertama menggunakan graf pohon biner. Adapun graf

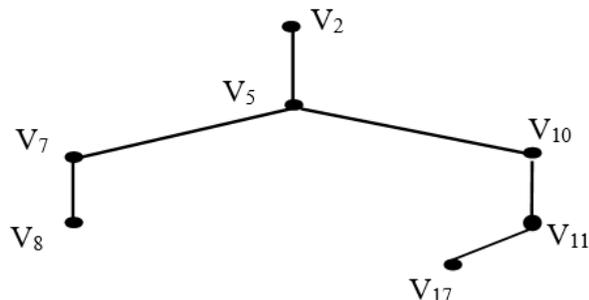
pohon biner proses berpikir subjek kedua dalam menyelesaikan soal nomor 1 disajikan pada Gambar 10.



Gambar 8. Jawaban Subjek Kedua pada Soal Nomor 2

Tabel 3. Petikan Wawancara Subjek Kedua pada Soal Nomor 1 dan Soal Nomor 2

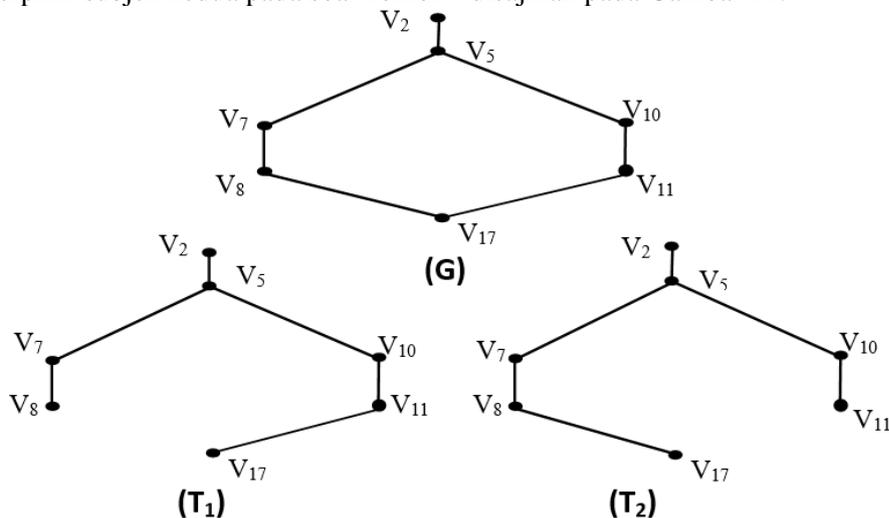
Soal Nomor 1	Soal Nomor 2
P <sub>2.1.2</sub> : "Jelaskan informasi yang Anda dapatkan dari masalah tersebut!"	P <sub>2.3.2</sub> : "Apakah persamaan/perbedaan tersebut membentuk suatu susunan penyelesaian yang baru?"
S <sub>2.1.2</sub> : "Pertama saya misalkan x adalah kaos dan y adalah kemeja. Lalu selanjutnya saya ubah yang diketahui yang di soal. Misal $2x + y = 260.000$ dan $x + 2y = 310.000$ ."	S <sub>2.3.2</sub> : "Tidak, saya memakai cara yang sama dengan soal pertama."
P <sub>2.1.2</sub> : "Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?"	P <sub>2.4.1</sub> : "Sekarang jelaskan kembali apa yang Anda dapatkan di soal nomor 2!"
S <sub>2.1.2</sub> : "Nilai x dan y nya pak."	S <sub>2.4.1</sub> : "Ya, saya misalkan dulu seperti yang nomor 1 cuman saya ubah saja konstanta sama pemisalnya."
P <sub>2.2.1</sub> : "Bagaimana cara menyelesaikan masalah tersebut?"	P <sub>2.4.2</sub> : "Apa ada kesulitan dalam menyelesaikan masalah tersebut?"
S <sub>2.2.1</sub> : "Pertama saya pakai cara logika pak, jadi saya cocok-cocokan seperti yang ada di soal itu lalu dicoba kalau misal $x = 70.000$ jadi $y = 120.000$ ."	S <sub>2.4.2</sub> : "Tidak ada pak, karena mengikuti cara yang nomor 1."
P <sub>2.2.2</sub> : "Bagaimana cara Anda untuk mendapatkan nilai x dan y sehingga ketemu seperti itu?, apa Anda yakin dengan jawaban Anda!"	P <sub>2.4.4</sub> : "Apakah Anda yakin dengan jawaban Anda yang kedua?"
S <sub>2.2.2</sub> : "Yaa ... itu tadi dengan logika, yakin pak."	S <sub>2.4.4</sub> : "Yakin pak."
P <sub>2.2.3</sub> : "Apa yang dapat disimpulkan dari penyelesaian Anda sampai ini?"	
S <sub>2.2.3</sub> : "Jadi nilai x sebesar Rp. 70.000,- dan y sebesar Rp. 120.000,-, nanti nilai x dan y di masukkan pada $2x + 2y$ soalnya Faiz membeli 2 kaos dan 2 kemeja sehingga Ia harus membayar Rp. 380.000,-."	
P <sub>2.2.4</sub> : "Cara apalagi yang Anda gunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut!"	
S <sub>2.2.4</sub> : "Untuk cara berikutnya pakai cara campuran, pertama saya eliminasi mencari nilai x lalu tak masukkan ke persamaan $2x + y = 260.000$ , nanti ketemu nilai y nya."	



**Gambar 10.** Representasi Graf Pohon Biner Proses Berpikir Subjek Kedua pada Soal Nomor 1

Berdasarkan Gambar 10, representasi graf pohon biner ini menunjukkan bahwa subjek kedua menggunakan dua macam cara penyelesaian. Cara pertama menggunakan metode eliminasi untuk soal nomor 1a, sedangkan cara kedua menggunakan metode campuran eliminasi dan substitusi untuk soal nomor 1b dan 1c. Langkah penyelesaian yang digunakan subjek kedua memiliki 7 langkah penyelesaian yaitu  $V_2$ ,  $V_5$ ,  $V_7$ ,  $V_8$ ,  $V_{10}$ ,  $V_{11}$ , dan  $V_{17}$ . Berdasarkan langkah-langkah tersebut menunjukkan bahwa subjek kedua dapat menyelesaikan masalah pada soal nomor 1 sampai tuntas. Pada langkah  $V_2$  memiliki keterhubungan dengan langkah penyelesaian  $V_5$ . Pada  $V_5$  memiliki keterhubungan dua langkah penyelesaian yang arahnya berbeda atau bercabang yaitu  $V_7$  dan  $V_{10}$ , pada tahap ini dapat dilihat bahwa subjek kedua memiliki dua macam cara penyelesaian (eliminasi dan campuran). Selanjutnya  $V_7$  merupakan langkah berikutnya yang diselesaikan dan mengarah ke langkah  $V_8$ . Kemudian  $V_7$  juga dilanjutkan ke langkah  $V_{10}$ ,  $V_{11}$  dan  $V_{17}$  yang merupakan langkah akhir yang dilakukan subjek kedua.  $V_{17}$  adalah langkah penyelesaian yang menunjukkan kesimpulan dan hasil dalam penyelesaian masalah subjek kedua pada soal nomor 1. Representasi graf pohon biner proses berpikir subjek kedua pada soal nomor 2 tidak dapat digambarkan. Hal ini dikarenakan soal nomor 2 dirancang hanya untuk melihat representasi proses berpikir dalam bentuk graf pohon rentang dan graf pohon keputusan.

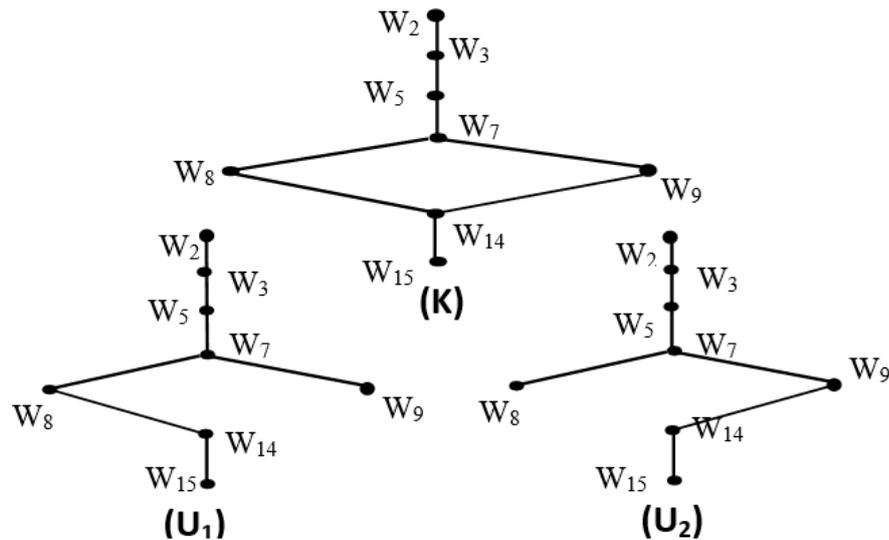
Representasi graf pohon kedua adalah graf pohon rentang. Adapun representasi graf pohon rentang proses berpikir subjek kedua pada soal nomor 1 disajikan pada Gambar 11.



**Gambar 11.** Representasi Graf Pohon Rentang Proses Berpikir Subjek Kedua Pada Soal Nomor 1

Representasi graf pohon rentang pada Gambar 11 merupakan penggambaran proses berpikir subjek kedua dalam menyelesaikan soal nomor 1. Pada Gambar 11 ditunjukkan bahwa ada dua pohon rentang dari graf  $G$  yaitu graf  $T_1$  dan graf  $T_2$ . Graf  $G$  merupakan graf pohon penyelesaian secara keseluruhan subjek kedua pada soal nomor 1, graf  $T_1$  menunjukkan alternatif penyelesaian pertama soal nomor 1 menggunakan metode eliminasi dengan menggunakan metode eliminasi untuk soal nomor 1a, dan graf  $T_2$  menunjukkan alternatif penyelesaian kedua soal nomor 1 menggunakan metode campuran eliminasi dan substitusi untuk soal nomor 1b dan 1c.

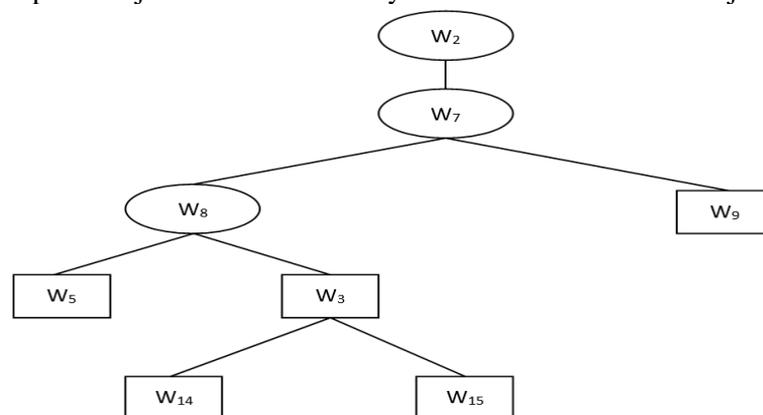
Adapun representasi graf pohon rentang proses berpikir subjek kedua dalam menyelesaikan soal nomor 2 disajikan pada Gambar 12.



**Gambar 12.** Representasi Graf Pohon Rentang Proses Berpikir Subjek Kedua Pada Soal Nomor 2

Gambar 12 menunjukkan proses berpikir subjek kedua yang tergambarkan dengan menggunakan representasi graf pohon rentang. Pada representasi graf pohon rentang di atas terdapat dua pohon rentang dari graf pohon K yaitu graf  $U_1$  dan graf  $U_2$ . Graf pohon K menyimbolkan hasil penyelesaian secara keseluruhan subjek kedua pada soal nomor 2,  $U_1$  merupakan hasil penggambaran representasi graf pohon rentang alternatif penyelesaian pertama soal nomor 2 menggunakan eliminasi untuk soal nomor 2a dan 2b, sedangkan  $U_2$  merupakan hasil penggambaran representasi graf pohon rentang alternatif penyelesaian soal nomor 2 menggunakan cara campuran untuk soal nomor 2c.

Representasi graf pohon ketiga yaitu graf pohon keputusan. Adapun representasi graf pohon keputusan proses berpikir subjek kedua dalam menyelesaikan soal nomor 2 disajikan pada Gambar 13.



**Gambar 13.** Representasi Graf Pohon Keputusan Proses Berpikir Subjek Kedua Pada Soal Nomor 2

Berdasarkan Gambar 13 dapat dilihat bahwa langkah pengambilan keputusan subjek kedua dalam menyelesaikan masalah diawali pada langkah  $W_2$ ,  $W_7$ ,  $W_8$ ,  $W_5$ ,  $W_3$ ,  $W_{14}$ ,  $W_{15}$ , dan  $W_9$ . Langkah-langkah tersebut menunjukkan bahwa subjek kedua dapat menyelesaikan masalah pada soal nomor 2 sampai tuntas dan benar. Selain itu, pada langkah penyelesaian  $W_9$  menunjukkan penyelesaian terhenti, dan langkah  $W_8$  menunjukkan penyelesaian yang berlanjut atau tahapan penyelesaian yang dilakukan secara penuh. Pada langkah penyelesaian  $W_7$ , menunjukkan bahwa terdapat kemungkinan pengambilan keputusan yang ganda atau bersamaan dalam menggunakan strategi penyelesaian masalah subjek kedua pada soal nomor 2 yaitu langkah  $W_8$  dan  $W_9$ . Dengan kata lain, bahwa subjek kedua dalam mengambil keputusan penyelesaian masalah ini ada 2 keputusan yang diambil yaitu keputusan pertama dalam menyelesaikan soal nomor 2a dan 2b menggunakan cara eliminasi, sedangkan keputusan kedua dalam menyelesaikan soal nomor 2c menggunakan cara campuran.

Proses Berpikir Subjek Ketiga dalam Menyelesaikan Masalah Aljabar Menggunakan Representasi Graf Pohon

Subjek ketiga menyelesaikan masalah pada soal nomor 1 menggunakan dua cara yaitu metode campuran untuk soal nomor 1a dan 1b, serta metode eliminasi untuk soal nomor 1c (lihat Gambar 14). Subjek ketiga menuliskan fakta dan konsep yang diketahui pada soal, lalu membuat model matematika dari informasi tersebut dengan memisalkan  $x$  untuk harga kaos dan  $y$  untuk harga kemeja. Selanjutnya subjek ketiga menuliskan apa yang ditanyakan lalu menyelesaikan masalah tersebut.

The image shows handwritten mathematical work for a system of linear equations problem. It is organized into several sections, each labeled with a letter and a number:

- V<sub>2</sub>**: Initial equations for part (a):
 
$$\begin{aligned} 2x + y &= \text{Rp. } 260.000,- \\ x + 2y &= \text{Rp. } 310.000,- \end{aligned}$$
 where  $x$  is the price of a t-shirt and  $y$  is the price of a shirt.
- V<sub>3</sub>**: Question for part (b): "ditanya: x? dan y?"
- V<sub>11</sub>**: Solution for part (b) using the elimination method:
 
$$\begin{aligned} 2x + y &= \text{Rp. } 260.000,- \\ 2(70.000) + y &= \text{Rp. } 260.000,- \\ \text{Rp. } 140.000 + y &= \text{Rp. } 260.000,- \\ y &= \text{Rp. } 260.000 - 140.000,- \\ y &= \text{Rp. } 120.000,- \end{aligned}$$
- V<sub>16</sub>**: Solution for part (b) using the elimination method:
 
$$\begin{aligned} 2x + y &= \text{Rp. } 260.000,- \quad \times 1 \\ x + 2y &= \text{Rp. } 310.000,- \quad \times 2 \\ \hline 2x + y &= \text{Rp. } 260.000,- \\ 2x + 4y &= \text{Rp. } 620.000,- \\ \hline -3y &= \text{Rp. } -360.000,- \\ y &= \frac{\text{Rp. } -360.000,-}{-3} \\ y &= \text{Rp. } 120.000,- \end{aligned}$$
- V<sub>17</sub>**: Calculation of the mixture price:
 
$$\begin{aligned} &2(\text{Rp. } 70.000,-) + (2 \cdot \text{Rp. } 120.000,-) \\ &= \text{Rp. } 140.000,- + \text{Rp. } 240.000,- \\ &= \text{Rp. } 380.000,- \end{aligned}$$
 Conclusion: "jadi harga kaos (x) = Rp. 70.000,-" and "jadi harga kemeja (y) = Rp. 120.000,-".
- V<sub>8</sub>**: Solution for part (c) using the elimination method:
 
$$\begin{aligned} 2x + y &= \text{Rp. } 260.000,- \quad \times 1 \\ x + 2y &= \text{Rp. } 310.000,- \quad \times 2 \\ \hline 2x + y &= \text{Rp. } 260.000,- \\ 2x + 4y &= \text{Rp. } 620.000,- \\ \hline -3y &= \text{Rp. } -360.000,- \\ y &= \frac{\text{Rp. } -360.000,-}{-3} \\ y &= \text{Rp. } 120.000,- \end{aligned}$$
- V<sub>7</sub>**: Another solution for part (b) using the elimination method:
 
$$\begin{aligned} 2x + y &= \text{Rp. } 260.000,- \quad \times 2 \\ x + 2y &= \text{Rp. } 310.000,- \quad \times 1 \\ \hline 4x + 2y &= \text{Rp. } 520.000,- \\ x + 2y &= \text{Rp. } 310.000,- \\ \hline 3x &= \text{Rp. } 210.000,- \\ x &= \frac{\text{Rp. } 210.000,-}{3} \\ x &= \text{Rp. } 70.000,- \end{aligned}$$
- V<sub>17</sub>**: Final calculation for part (c) using elimination:
 
$$\begin{aligned} 2x + 2y &= Z \\ x + y &= 70.000 + 120.000 \\ \hline x + y &= 190.000 \end{aligned}$$
 Conclusion: "jadi Z = Rp. 380.000,-".

Gambar 14. Jawaban Subjek Ketiga Pada Soal Nomor 1

Selanjutnya, jawaban tertulis subjek ketiga pada penyelesaian masalah di soal nomor 2 disajikan pada Gambar 15. Subjek ketiga menyelesaikan masalah pada soal nomor 2 juga menggunakan dua cara penyelesaian yaitu metode eliminasi untuk soal nomor 2a dan 2b serta menggunakan metode campuran untuk soal nomor 2c. Subjek ketiga membuat pemisalan, kemudian memodelkan informasi yang ada ke dalam model matematika, serta menyelesaikan masalah tersebut dengan tuntas.

Berdasarkan hasil wawancara, subjek ketiga menceritakan proses penyelesaiannya dengan pemisalan terlebih dahulu, menuliskan apa yang ditanyakan pada soal dan menyelesaikannya dengan 2

cara penyelesaian. Penyelesaian subjek ketiga sebagian besar runtut dan menunjukkan prosedur penyelesaian secara terurut. Adapun cuplikan wawancara subjek ketiga disajikan pada Tabel 4.

The image displays handwritten mathematical work for solving a system of linear equations. It is divided into several sections, each labeled with a letter (W2, W5, W8, W7, W9, W16, W15, W16).

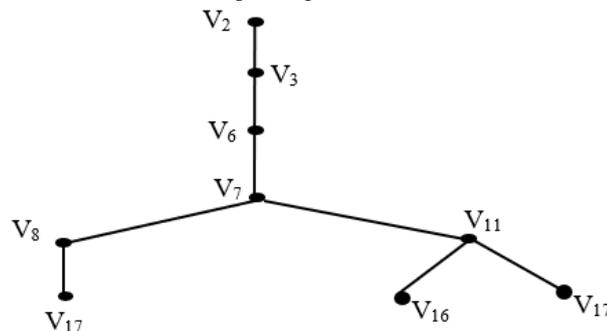
- W2:** Shows the initial equations:  $3x + 5y = Rp. 17.000,-$  and  $4x + 2y = Rp. 18.000,-$ .
- W5:** Shows the same equations as W2.
- W8:** Shows the elimination method. It starts with  $3x + 5y = Rp. 17.000,-$  and  $4x + 2y = Rp. 18.000,-$ . It then shows the elimination of  $x$  to find  $y = Rp. 11.000,-$  and  $x = Rp. 9000,-$ .
- W7:** Shows a graph of the system of equations. The feasible region is shaded, and the optimal solution is found at  $x = Rp. 9000,-$  and  $y = Rp. 11.000,-$ . It also shows the objective function  $z = Rp. 100.000,-$ .
- W9:** Shows the substitution method. It starts with  $3x + 5y = Rp. 17.000,-$  and  $4x + 2y = Rp. 18.000,-$ . It then shows the elimination of  $x$  to find  $y = Rp. 11.000,-$  and  $x = Rp. 9000,-$ .
- W16:** Shows the calculation of the objective function  $z$  at the optimal solution:  $z = 20x + 30y = 20(9000) + 30(11000) = 80.000 + 330.000 = Rp. 410.000,-$ .
- W15:** Shows the continuation of the substitution method, finding  $x = Rp. 9000,-$  and  $y = Rp. 11.000,-$ .
- W16:** Shows the final calculation of the objective function  $z$  at the optimal solution:  $z = Rp. 110.000,-$ .

Gambar 15. Jawaban Subjek Ketiga Pada Soal Nomor 2

**Tabel 4.** Hasil Cuplikan Wawancara Subjek Ketiga pada Soal Nomor 1 dan Soal Nomor 2

Soal 1	Soal 2
P <sub>3.1.2</sub> : “Jelaskan informasi yang Anda dapatkan dari masalah tersebut!”	P <sub>3.3.1</sub> : “Apakah Anda menemukan suatu persamaan dari informasi yang diberikan dengan soal sebelumnya?”
S <sub>3.1.2</sub> : “Untuk nomor 1 itu kan Faiz awalnya membeli 2 kaos dan 2 kemeja dengan harga Rp. 260.000,- , tapi kaosnya ada yang rusak dan Faiz tidak jadi membeli 2 kaos dan ditukar dengan 1 kemeja. Jadi dia membeli 1 kaos dan 2 kemeja. Terus saya misalkan xitu harga kaos dan y itu harga kemeja kalau gitu jadi $2x + y = 260.000$ dan $x + 2y = 260.000 + 50.000$ , ditambah 50.000 karena harga kemeja lebih mahal dari kaosnya.”	S <sub>3.3.1</sub> : “Iya ada, bentuk soalnya sama sih pak cuman perhitungannya saja yang berbeda dan pemaknaan dari variabel x dan y nya.”
P <sub>3.1.3</sub> : “Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?”	P <sub>3.3.2</sub> : “Apakah persamaan/perbedaan tersebut membentuk suatu susunan penyelesaian yang baru?”
S <sub>3.1.3</sub> : “Nilai x dan y nya pak, terus nilai dari $2x + 2y =$ berapa gitu.”	S <sub>3.3.2</sub> : “Aku pakai penyelesaian yang sama pak, cara eliminasi dan campuran.”
P <sub>3.2.1</sub> : “Bagaimana cara menyelesaikan masalah tersebut?”	P <sub>3.4.1</sub> : “Sekarang jelaskan kembali apa yang Anda dapatkan disoal nomor 2!
S <sub>3.2.1</sub> : “Pertama aku mencari dengan cara campuran, di sini aku mengeliminasi nilai y untuk mendapatkan x hasilnya Rp.70.000,-. Kemudian aku substitusikan nilai x pada persamaan $2x + y = 260.000$ , hasil y nya Rp. 120.000,-“	S <sub>3.4.1</sub> : “Sebenarnya sama cuman x dimisalkan tarif parkir mobil dan y dimisalkan tarif parkir motor. Kan disoal diketahui 3 mobil dan 5 motor itu tarifnya Rp. 17.000,- dan empat mobil dan dua motor tarif parkirnya Rp.18.000,-. Jadi saya jadikan $3x + 5y = 17.000$ dan $4x + 2y = 18.000$ .”
P <sub>3.2.2</sub> : “Apa yang dapat disimpulkan dari penyelesaian Anda sampai ini?”	P <sub>3.4.2</sub> : “Apa ada kesulitan dalam menyelesaikan masalah tersebut?”
S <sub>3.2.2</sub> : “Jadi nilai x sebesar Rp. 70.000,- dan y sebesar Rp. 120.000,-, nanti nilai x dan y di masukkan pada $2x + 2y$ untuk memperoleh uang yang harus dibayar Faiznya pak.”	S <sub>3.4.2</sub> : “Tidak ada pak, kan aku memakai cara yang sama dengan soal nomor 1.”
P <sub>3.2.3</sub> : “Cara apalagi yang Anda gunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut!”	P <sub>3.4.3</sub> : “Kenapa di penyelesaian Anda ada coretannya?”
S <sub>3.2.3</sub> : “Untuk cara berikutnya aku pakai cara eliminasi pak, kan tadi sudah eliminasi nilai y nya untuk nilai x nya udah ketemu sekarang mengeliminasi nilai x untuk mencari nilai y dan hasilnya sama saat aku gunaka cara substitusi yang sebelumnya hasilnya Rp. 120.000,-.”	S <sub>3.4.3</sub> : “Oh itu salah hitungannya, saat aku cek kembali setelah menyelesaikan 2c ternyata salah menghitung.”
	P <sub>3.4.4</sub> : “Apakah Anda yakin dengan jawaban Anda yang kedua?, padahal belum tentu benar juga!”
	S <sub>3.4.4</sub> : “Yakin pak, sudah dicek yang benar yang 2c. Tapi sudah tak benarkan yang 2b dibaliknya itu.”

Selanjutnya data pekerjaan siswa dan hasil wawancara dianalisis dan digambarkan representasi graf pohonnya. Graf pohon pertama yaitu graf pohon biner. Adapun representasi graf pohon biner proses berpikir subjek ketiga pada soal nomor 1 disajikan pada Gambar 16.

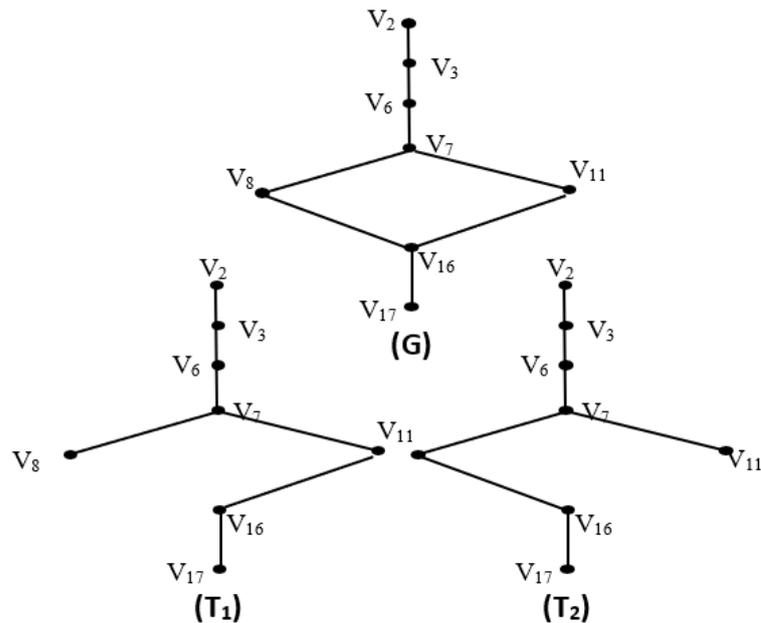


**Gambar 16.** Representasi Graf Pohon Biner Proses Berpikir Subjek Ketiga pada Soal Nomor 1

Berdasarkan Gambar 16, representasi graf pohon biner menunjukkan bahwa subjek ketiga menggunakan dua cara penyelesaian. Cara pertama menggunakan metode campuran untuk soal nomor 1a dan

1b, sedangkan cara kedua menggunakan metode eliminasi untuk soal 2c. Penyelesaian tersebut dilihat dari  $V_2, V_3, V_6, V_7, V_8, V_{11}, V_{16}$ , dan  $V_{17}$ , dimana masalah diselesaikan sampai tuntas. Kode  $V_2$  menghubungkan ke langkah penyelesaian  $V_3$  dan  $V_6$ . Selanjutnya pada  $V_7$  mengarah ke langkah  $V_8$  dan  $V_{11}$ . Dilanjutkan  $V_8$  mengarah ke langkah  $V_{17}$  di cabang kanan, sedangkan  $V_{11}$  di cabang satunya dilanjutkan ke  $V_{16}$  dan  $V_{17}$ . Pada langkah  $V_7$  pohon ini yang menunjukkan bahwa subjek ketiga menyelesaikan dengan 2 macam cara penyelesaian (campuran dan eliminasi). Langkah penyelesaian  $V_{16}$  dan  $V_{17}$  menyatakan kesimpulan dan hasil dalam penyelesaian masalah pada soal nomor 1. Penyelesaian yang digunakan oleh subjek ketiga sebanyak 7 langkah penyelesaian.

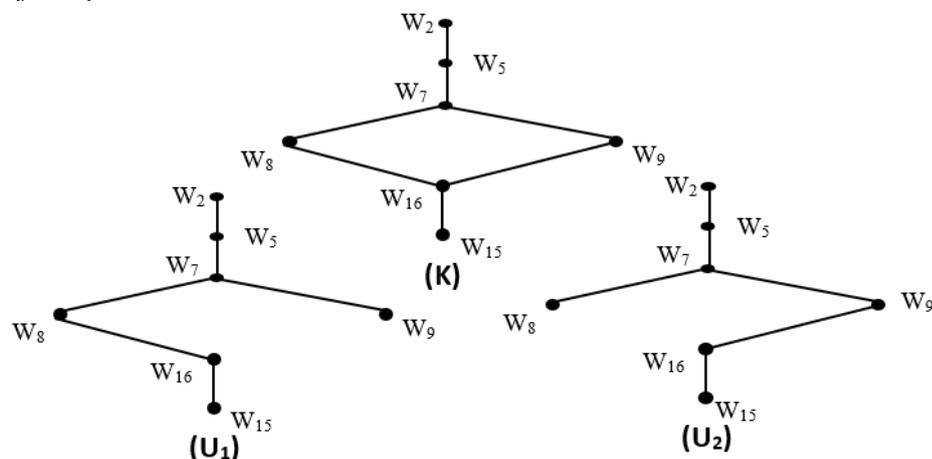
Graf pohon rentang proses berpikir subjek ketiga dalam menyelesaikan soal nomor 1 disajikan pada Gambar 17.



**Gambar 17.** Representasi Graf Pohon Rentang Proses Berpikir Subjek Ketiga pada Soal Nomor 1

Gambar 17 menunjukkan representasi graf pohon rentang proses berpikir subjek ketiga dalam menyelesaikan soal nomor 1. Representasi graf pohon rentang subjek ketiga pada soal nomor 1 didapatkan dua pohon rentang dari graf  $G$  yaitu  $T_1$  dan  $T_2$ . Graf pohon  $G$  menyimbolkan hasil penyelesaian keseluruhan subjek ketiga pada soal 1,  $T_1$  merupakan hasil penggambaran representasi graf pohon rentang alternatif penyelesaian pertama dengan menggunakan metode campuran pada soal nomor 1a dan 1 b, sedangkan  $T_2$  merupakan hasil penggambaran representasi graf pohon rentang alternatif penyelesaian kedua dengan menggunakan metode eliminasi pada soal nomor 1c.

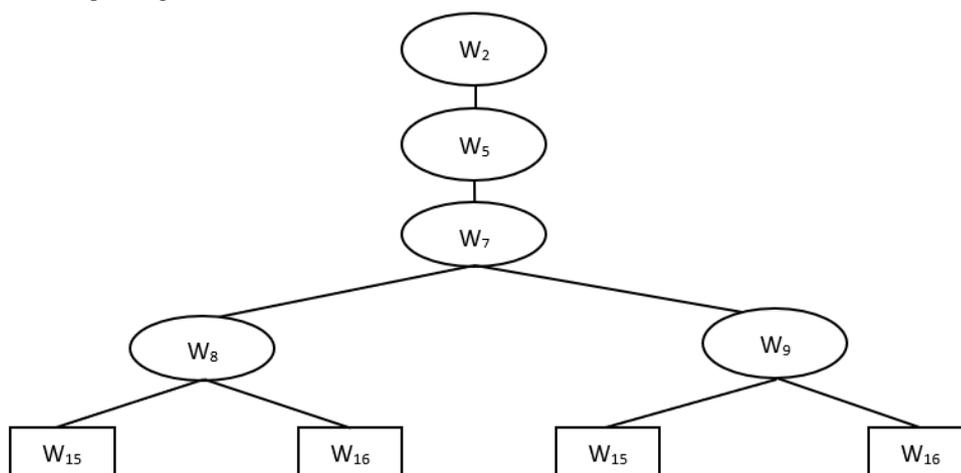
Adapun representasi graf pohon rentang proses berpikir subjek ketiga dalam menyelesaikan soal nomor 2 disajikan pada Gambar 18.



**Gambar 18.** Representasi Graf Pohon Rentang Proses Berpikir Subjek Ketiga pada Soal Nomor 2

Gambar 18 menunjukkan proses berpikir subjek ketiga yang tergambarkan dengan menggunakan representasi graf pohon rentang. Pada representasi graf pohon rentang tersebut terdapat 2 pohon rentang dari graf pohon K yaitu graf  $U_1$  dan graf  $U_2$ . Graf pohon K menyimbolkan hasil penyelesaian secara keseluruhan subjek ketiga pada soal nomor 2,  $U_1$  merupakan hasil penggambaran representasi graf pohon rentang alternatif penyelesaian pertama pada soal nomor 2 menggunakan metode eliminasi untuk soal nomor 2a dan 2b, sedangkan  $U_2$  merupakan hasil penggambaran representasi graf pohon rentang alternatif penyelesaian kedua pada soal nomor 2 menggunakan metode campuran untuk soal nomor 2c.

Adapun representasi graf pohon keputusan proses berpikir subjek ketiga dalam menyelesaikan soal nomor 2 disajikan pada Gambar 19.



Gambar 19. Representasi Graf Pohon Keputusan Subjek Ketiga Pada Soal 2

Pada Gambar 19 dapat dilihat langkah pengambilan keputusan dalam menyelesaikan masalah diawali pada langkah  $W_2$ ,  $W_5$ ,  $W_7$ ,  $W_8$ ,  $W_9$ ,  $W_{15}$ , dan  $W_{16}$ . Pada langkah  $W_2$  dan selanjutnya menunjukkan bahwa subjek ketiga mampu menyelesaikan masalah pada soal nomor 2 dengan tuntas dan benar. Selain itu, pengambilan keputusan yang dilakukan subjek ketiga memiliki bentuk pohon yang teratur, rinci, dan terurut. Selain itu, proses penyelesaian subjek ketiga menunjukkan penyelesaian yang dilakukan lebih baik dari subjek sebelumnya pada langkah penyelesaian  $W_7$ . Pengambilan keputusan yang ganda atau bersamaan yaitu terjadi pada langkah  $W_8$  dan  $W_9$ .

### Pembahasan

Representasi proses berpikir menggunakan representasi graf pohon biner menunjukkan tingkat graf pohon biner yang terbentuk masih sedikit. Hal tersebut, dikarenakan proses penyelesaian serta langkah-langkah penyelesaian yang dilakukan siswa juga masih sedikit. Pembentukan gambar graf pohon biner sangat tergantung dengan langkah proses berpikir siswa, dimana akan membawa keberagaman dan keruntutan proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah aljabar. Langkah-langkah penyelesaian yang tidak tergambarkan dalam graf pohon biner ini terletak pada langkah awal atau langkah yang menunjukkan proses konsep dan pemisalan masalah. Hal ini sejalan dengan penelitian [Al Amin \(2014\)](#) yang menyatakan representasi graf pohon sangat cocok untuk menggambarkan proses berpikir siswa.

Representasi proses berpikir siswa dengan menggunakan representasi graf pohon keputusan menunjukkan semua subjek mampu melakukan pengambilan keputusan pada setiap langkah-langkah penyelesaiannya. Keputusan yang dilakukan siswa terarah dalam langkah-langkah penyelesaian soal, sehingga graf pohon keputusan tergambarkan secara terarah. Terbentuknya graf pohon keputusan yang terbentuk cukup baik ini dikarenakan langkah penyelesaian tidak dituliskan kembali, namun penjelasan yang dilakukan sesuai dengan langkah-langkah penyelesaian soal. Bentuk gambar representasi graf pohon keputusan hanya membentuk dua keterhubungan di salah satu langkah, yang menunjukkan alternatif penyelesaian siswa sebanyak dua macam cara. Keberhasilan dalam mengungkap hal tersebut sejalan dengan pendapat [Amrullah \(2011\)](#) yang menyatakan bahwa graf pohon memegang peranan penting dalam menyajikan data yang mengandung hubungan hierarki antar elemennya.

Representasi proses berpikir siswa dengan menggunakan representasi pohon rentang menunjukkan keefektifan penyelesaian yang dilakukan siswa. Selain itu, proses representasi ini memberikan gambaran bagaimana proses penyelesaian masalah dilakukan siswa dengan praktis, lengkap, dan tepat.

Hasil penggambaran representasi graf pohon rentang yang dilakukan siswa membentuk dua macam graf pohon rentang, yang menunjukkan keefektifan penyelesaian yang dilakukan siswa. Terbentuknya graf pohon rentang ini terarah pada proses penyelesaian yang dilakukan siswa serta cara penyelesaian yang dilakukan. Hal tersebut, dikarenakan kekritisitas, kekreatifan, serta keberagaman penyelesaian yang dilakukan siswa masih dalam tingkat yang sama, dimana penyelesaian yang dilakukan siswa hanya memiliki dua alternatif penyelesaian. Terungkapnya hal tersebut sesuai dengan pendapat Budayasa (2007) yang menyatakan bahwa dalam melihat keefektifan siswa dalam menyelesaikan masalah bisa menggunakan representasi graf pohon rentang sehingga proses berpikir semakin tepat, lengkap, dan praktis dalam menyelesaikan masalah.

### SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa representasi graf pohon biner dari ketiga subjek dalam menyelesaikan masalah aljabar hanya terdiri dari dua macam cara penyelesaian. Berdasarkan graf pohon biner yang terbentuk, representasi proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah aljabar masih sederhana dan tidak sistematis dengan langkah-langkah penyelesaian yang dilakukan masih sedikit. Berdasarkan graf pohon rentang yang terbentuk, proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah aljabar direpresentasikan secara praktis, lengkap, dan tepat. Berdasarkan graf pohon keputusan yang terbentuk, proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah aljabar direpresentasikan secara teratur, rinci, dan terurut. Adapun saran untuk penelitian selanjutnya yaitu agar dalam melakukan penelitian sebaiknya tidak menggunakan 2 masalah sekaligus, karena hal tersebut dapat menyebabkan lamanya waktu penggalan data mengenai representasi graf pohon keputusan dan pohon rentangnya. Selain itu, dapat juga dilakukan penelitian lanjutan untuk menyelidiki keberagaman dan keefektifan penyelesaian masalah jika ditinjau dari sudut pandang representasi graf.

### DAFTAR PUSTAKA

- Al Amin, I. H. (2014). Visualisasi pohon rentang minimum menggunakan algoritma kruskal dan prim. *Jurnal Ilmiah Dinamika Teknik*, 8(1), 44–35.  
<https://www.unisbank.ac.id/ojs/index.php/ft1/article/view/3041>
- Amrullah, A. (2011). Aplikasi graf pohon pada algoritma Huffman. *Jurnal Pijar MIPA*, 6(1), 24–28.  
<https://doi.org/10.29303/jpm.v6i1.122>
- Astutik, S. P. (2018). *Kontribusi kemampuan koneksi, kemampuan representasi dan kemampuan metakognisi terhadap kemampuan berpikir kritis dalam menyelesaikan masalah matematika*. UIN Sunan Ampel Surabaya.
- Budayasa, I. K. (2007). *Teori graph dan aplikasinya*. Unesa University Press.
- Chen, J., Wang, M., Grotzer, T. A., & Dede, C. (2018). Using a three-dimensional thinking graph to support inquiry learning. *Journal of Research in Science Teaching*, 55(9), 1239–1263.  
<https://doi.org/10.1002/tea.21450>
- Dafik, D. (2015). Teori graf, aplikasi dan tumbuhnya keterampilan berpikir tingkat tinggi. In *Pidato Pengukuhan Guru Besar* (pp. 1–26). Universitas Jember.  
<https://repository.unej.ac.id/handle/123456789/62530>
- Effendi, L. A. (2012). Pembelajaran matematika dengan metode penemuan terbimbing untuk meningkatkan kemampuan representasi dan pemecahan masalah matematis siswa SMP. *Jurnal Penelitian Pendidikan*, 13(2). [http://jurnal.upi.edu/file/Leo\\_Adhar.pdf](http://jurnal.upi.edu/file/Leo_Adhar.pdf)
- Ernawati, E. (2016). Pengembangan perangkat pembelajaran matematika berbasis open-ended approach untuk mengembangkan HOTS siswa SMA. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 3(2), 209. <https://doi.org/10.21831/jrpm.v3i2.10632>
- Faridah, N., Isrok'atun, I., & Aeni, A. N. (2016). Pendekatan open-ended untuk meningkatkan kemampuan berpikir kreatif matematis dan kepercayaan diri siswa. *Jurnal Pena Ilmiah*, 1(1), 1061–1070. <https://doi.org/10.23819/pi.v1i1.3025>
- Fiantika, F. R., Budayasa, I. K., & Lukito, A. (2017). Komponen penting representasi internal pada berpikir spasial. *Jurnal Math Educator Nusantara: Wahana Publikasi Karya Tulis Ilmiah Di Bidang Pendidikan Matematika*, 3(1), 34–41. <https://doi.org/10.29407/jmen.v3i1.782>

- Johar, R., & Lubis, K. R. (2018). The analysis of students' mathematical representation errors in solving word problem related to graph. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 5(1), 96. <https://doi.org/10.21831/jrpm.v5i1.17277>
- Jonathan, J. (2012). Aplikasi pohon dan graf dalam kaderisasi. In *Makalah IF2120 Matematika Diskrit*.
- Kar, T., Işık, A., Öçal, M. F., Çiltaş, A., Güler, G., & Işık, C. (2011). Prospective mathematics teachers abilities' to construct relations between the different representations of series with complex terms. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 15, 356–360. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.03.101>
- Kholiqowati, H., Sugiarto, S., & Hidayah, I. (2016). Analisis kemampuan representasi matematis ditinjau dari karakteristik cara berpikir peserta didik dalam pembelajaran dengan pendekatan saintifik. *Unnes Journal of Mathematics Education*, 5(3), 234–242. <https://doi.org/10.15294/ujme.v5i3.12493>
- Kusaeri, K., Lailiyah, S., Arrifadah, Y., & Hidayati, N. (2018). Proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah matematika berdasarkan teori pemrosesan informasi. *Suska Journal of Mathematics Education*, 4(2), 125. <https://doi.org/10.24014/sjme.v4i2.6098>
- Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia. (2018). *Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 37 tahun 2018 Tentang Perubahan Atas Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Nomor 24 Tahun 2016 tentang Kompetensi Inti dan Kompetensi Dasar Pelajaran pada Kurikulum 2013 pada Pendi* (No. 37).
- Nurdiani, N. (2014). Teknik sampling snowball dalam penelitian lapangan. *ComTech: Computer, Mathematics and Engineering Applications*, 5(2), 1110. <https://doi.org/10.21512/comtech.v5i2.2427>
- Nurdiyanto, T., & Susanti, E. (2019). Spanning-tree pada graf berarah dengan matriks in-degree. *Jurnal Edukasi Dan Sains Matematika (JES-MAT)*, 5(1), 1–15. <https://doi.org/10.25134/jes-mat.v5i1.1650>
- Panduwinata, B., Tuzzahra, R., Berlinda, K., & Widada, W. (2019). Analisis kesulitan representasi matematika siswa kelas VII sekolah menengah pertama pada materi sistem persamaan linier satu variabel. *Jurnal Pendidikan Matematika Raflesia*, 4(2), 202–210. <https://doi.org/10.33449/jpmr.v4i2.9819>
- Permana, R. I., & Surya, E. (2017). *Pengaruh Kemampuan Representasi dalam Pembelajaran Matematika* (Issue November, p. 7). Universitas Negeri Medan.
- Pramesti, R. D. (2014). Proses berpikir siswa dalam menyelesaikan soal cerita tentang keliling dan luas persegipanjang ditinjau dari gender. *MATHEdunesa Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 3(3), 189–194. <https://jurnalmahasiswa.unesa.ac.id/index.php/mathedunesa/article/view/12845>
- Razzouk, R., & Shute, V. (2012). What is design thinking and why is it important? *Review of Educational Research*, 82(3), 330–348. <https://doi.org/10.3102/0034654312457429>
- Sabirin, M. (2014). Representasi dalam pembelajaran matematika. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(2), 33. <https://doi.org/10.18592/jpm.v1i2.49>
- Siregar, N. (2018). Meninjau kemampuan penalaran matematis siswa SMP melalui wawancara berbasis tugas geometri. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(2), 128–137. <https://doi.org/10.31980/mosharafa.v5i2.268>
- Wirdasari, D. (2011). Teori graph dan implementasinya dalam ilmu komputer. *Jurnal Saindikom*, 10(1), 23–34.