

DESAIN PEMBELAJARAN POLA BILANGAN MENGUNAKAN MODEL JARING LABA-LABA DI SMP

Marion¹, Zulkardi², dan Somakim²

¹SMP Negeri 1 Tanjung Raja

²Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Sriwijaya

email: marion.rebai@gmail.com

Abstrak

Tujuan penelitian ini adalah menghasilkan lintasan belajar yang dapat membantu peserta didik memahami Pola Bilangan dengan konteks kerajinan anyaman sekaligus memberi kesempatan siswa untuk membangun pengetahuannya sendiri menggunakan model pembelajaran Jaring Laba-laba di SMP. Metode penelitian yang digunakan adalah *Design Research* tipe *Validation Study* dengan subyek penelitian siswa kelas IX SMP Negeri 3 Pemulutan, Kabupaten Ogan Ilir, Sumatera Selatan. Hasil penelitian diperoleh lintasan belajar yang dapat membantu siswa dalam memahami pola bilangan. Pembelajaran diawali dengan pengenalan anyaman sebagai *starting point*, secara mandiri dan atau berinteraksi dengan sumber belajar lain seperti buku, teman sebaya, diskusi kelas dan penguatan guru, siswa menemukan pola bilangan dari keteraturan motif anyaman, melanjutkan pola secara teratur, menemukan dan melanjutkan suku berikutnya barisan bilangan, menentukan suku tertentu dan suku ke- n barisan bilangan sederhana serta jumlah sampai pola tertentu. Selain itu siswa juga dapat mendesain motif anyaman terkait pola bilangan yang diketahui.

Kata kunci: "anyaman", model jaring Laba-laba, pola bilangan

THE PATTERN NUMBER LEARNING DESIGN USING WEBBED MODEL IN JUNIOR HIGH SCHOOL

Abstract

This study was aimed at producing a learning design that can help the students to understand the number patterns with "anyaman" craft context while giving students the opportunity to build his own knowledge using webbed models in junior high school. The method used was Design Research and the subjects were the students of class IX at SMP Negeri 3 Pemulutan, Ogan Ilir, South Sumatera. The results showed that the learning design that can help students in understanding the number patterns. Begins with "anyaman" as a starting point, independently and or to interact with other learning resources such as books, peers, class discussion and strengthening of teachers, students discover number patterns of regularity motifs of 'anyaman', continue the pattern regularly, find and continue the sequence, identify a particular term and n-th patterns and the series. In addition, students can also design the motif of "anyaman" if the pattern number has been known before.

Keywords: "anyaman", number patterns, webbed models

PENDAHULUAN

Pembelajaran pola bilangan dalam Kurikulum 2013 menjadi salah satu pilar dari delapan tujuan pembelajaran

matematika di SMP, yaitu menggunakan pola sebagai dugaan penyelesaian masalah. Sebagai alasan aktivitas dengan pola-pola dapat membantu peserta didik dalam

mengembangkan keterampilan penalaran, membuat konjektur dan menguji ide-ide mereka (Ibid, 2005) dan lebih penting lagi, pembelajaran pola bilangan dapat mengeksplorasi kemampuan berpikir peserta didik (Anno dan Anno, 1983). Dengan demikian tergambar jelas bahwa pembelajaran pola bilangan sangat penting, karena merupakan aktivitas matematika yang mengembangkan kemampuan berfikir peserta didik.

Namun kenyataannya, sebagian peserta didik kesulitan dalam memahami Pola Bilangan. Terutama dalam hal pemodelan matematis yang merupakan proses yang diawali dari mencermati fenomena nyata dan upaya mematematisasikan fenomena tersebut (Kaput, 1999; Walle, 2008). Pengalaman peneliti sebagai praktisi pendidikan, dari 32 siswa di kelas yang peneliti ampuh, hanya empat sampai enam orang siswa saja yang dapat dikatakan cukup memahami pola bilangan berdasarkan strategi siswa menyelesaikan soal tentang pola bilangan. Selebihnya tidak memahami, bahkan ada kecenderungan menghafal rumus yang ada di buku.

Kesulitan memahami pola bilangan, khususnya dalam hal pemodelan matematis wajar terjadi, karena menurut (Sumardiyono, 2004; Kemdikbud, 2014) matematika memiliki obyek kajian abstrak. Disamping itu pembelajaran yang digunakan guru kurang memperhatikan kemampuan siswa (Widiharto, 2008; Cherinda, 2012), dan siswa malu bertanya terutama karena takut disalahkan dan tidak diperbolehkan meninggalkan tempat duduk saat pembelajaran matematika untuk bertanya kepada teman yang lebih tahu (Marion, 2014).

Mengatasi keabstrakan objek matematika banyak peneliti menyarankan penggunaan konteks dalam pembelajaran matematika, di antaranya Zulkardi dan Ilma (2006), penggunaan konteks budaya

(Owens, 2012), konteks kain tajung (Zainab, Zulkardi, dan Hartono, 2013) dan konteks kerajinan anyaman (Haris dan Ilma, 2011; Cherinda, 2012; Gould, 2007). Bahkan Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan (2014) menegaskan agar pembelajaran matematika dimulai dari hal bersifat kongkrit menuju abstrak.

Sementara itu, pembelajaran pola bilangan diarahkan sebagai aktivitas matematika yang mengembangkan kemampuan berpikir peserta didik. Sehubungan dengan ini, Marion (2014) menyarankan penggunaan model Jaring Laba-laba dalam pembelajaran matematika. Hal ini dilakukan atas dasar bahwa peserta didik seyogyanya mengkonstruksi sendiri pengetahuannya (Piaget, 1964) dengan berinteraksi dengan lingkungan belajarnya (Vigotsky, 1978). Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk menghasilkan lintasan belajar menggunakan model jaring Laba-laba yang dapat membantu siswa memahami pola bilangan di SMP.

Menurut Piaget (1964) membangun pengetahuan merupakan proses mental melalui proses asimilasi dan akomodasi. Ketidakseimbangan struktur kognitif (skemata) karena adanya pengetahuan baru diakomodasi kemudian diasimilasi dengan berinteraksi dengan sumber-sumber belajar sehingga terbentuk struktur kognitif yang baru yang seimbang (*equilibrium*). Proses ini berbeda bagi setiap anak, karena dipengaruhi lima hal yaitu kematangan mental (*maturation*), pengalaman interaksi fisik (*physical experience*), pengalaman matematis (*logical-mathematics experience*), interaksi sosial (*social transmission*) dan *equilibrium* melalui proses asimilasi dan akomodasi.

Bell (1981: 272) menegaskan setiap siswa berbeda dalam hal perkembangan intelektualnya, kemampuan matematikanya, kecakapan menyelesaikan

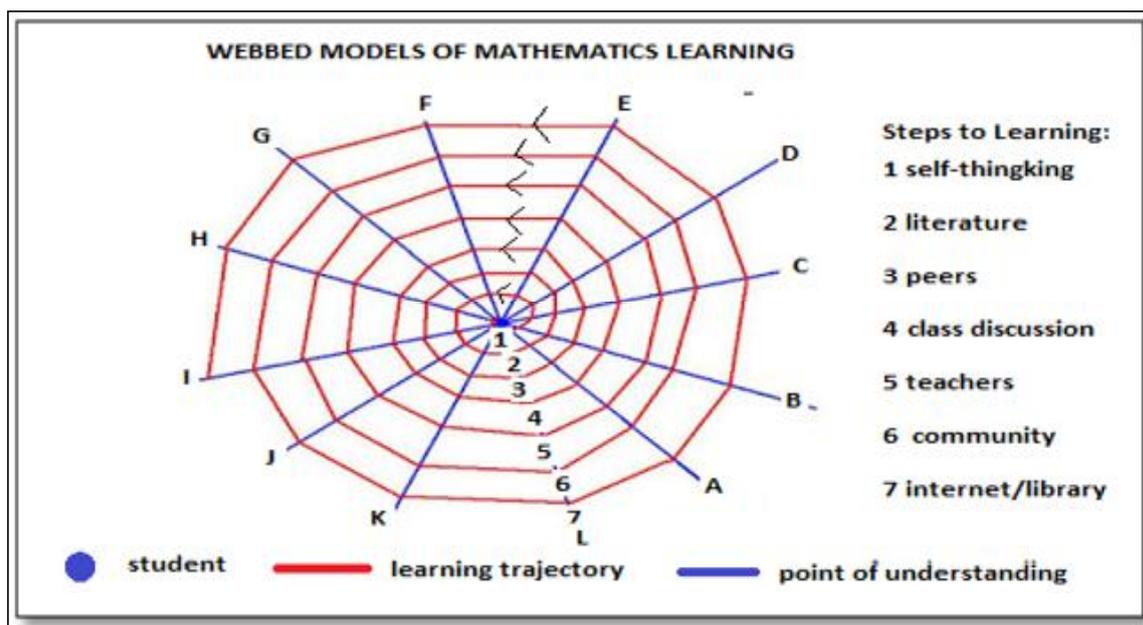
masalahnya, kematangan emosi dan pergaulannya, gaya belajarnya, motivasi belajar di sekolahnya dan latar belakang matematikanya. Sebagai konsekuensinya, Bell menegaskan pembelajaran matematika yang paling efektif adalah pembelajaran yang memfasilitasi perbedaan tersebut. Perbedaan tersebut menurut kesimpulan Hasrul (2009) mempengaruhi cara belajar peserta didik.

Sebagian peserta didik dapat belajar dengan baik dalam cahaya terang sementara yang lain lebih butuh pencahayaan suram. Sebagian dapat belajar jika berkelompok sedangkan yang lain lebih memilih menyendiri lebih efektif belajarnya. Contoh lain sebagian peserta didik memerlukan latar belakang musik agar dapat belajar dengan baik, sedangkan yang lainnya dapat belajar jika dalam keheningan, dan banyak lagi contoh lainnya. Bire, Geradus dan Bire (2014:175) menegaskan gaya atau cara belajar siswa baik visual, auditorial maupun kinestetik secara simultan/bersama-sama maupun secara terpisah/masing-masing dapat mempengaruhi prestasi belajar siswa. Sementara itu Vigotsky (1978) berpendapat bahwa proses belajar akan terjadi secara efisien dan efektif apabila si anak belajar secara kooperatif dengan anak-anak lain dalam suasana lingkungan yang mendukung dalam bimbingan atau pendampingan seseorang yang lebih mampu.

Model pembelajaran Jaring Laba-laba menurut Marion (2014) adalah model pembelajaran tanpa terikat oleh tema sebagaimana model pembelajaran Jaring Laba-laba yang dikembangkan oleh Fogarty (1991), namun lebih kepada pendekatan strategi pembelajaran. Model ini, menurut Marion adalah merupakan model pembelajaran yang memberi kesempatan kepada siswa untuk membangun pengetahuannya secara mandiri,

sebagaimana saran Piaget (1964), berinteraksi dengan lingkungan sosial seperti yang disarankan Vigotsky (1978) dan dengan memanfaatkan semua sumber belajar yang ada. Hal ini beralasan bahwa siswa dalam membangun pengetahuan matematikanya memiliki kecenderungan seperti Laba-laba membangun jaringnya, yakni dimulai dari pusat jaring kemudian meluas seiring hausnya akan pengetahuan yang lebih luas bergerak secara bertahap secara spiral keluar sehingga membentuk sarang Laba-laba sampai terbentuknya *equilibrium* pengetahuan yang utuh dan valid. Ilustrasi model Jaring Laba-laba yang dimaksud terlihat pada Gambar 1.

Langkah-langkah pembelajaran model Jaring laba-laba menurut Gambar 1 adalah (1) tahap Berfikir Mandiri (*Self-Thinking*), dimulai dengan siswa diberi kesempatan berfikir mandiri untuk menyelesaikan tugas atau masalah matematika; (2) tahap Memanfaatkan Media Belajar (*Literature*), yaitu jika menemui kesulitan siswa diberi kesempatan secara individu dan mandiri memanfaatkan media belajar yang dimilikinya baik berupa buku penunjang, alat peraga maupun media lainnya untuk membantunya menyelesaikan tugas atau masalah matematika yang diberikan; (3) tahap Tutorial Sebaya (*Peers*), yaitu jika masih mengalami kesulitan siswa diberi kesempatan berdiskusi dan atau bertanya kepada teman sebaya baik yang dekat tempat duduknya maupun jauh dari tempat duduknya; (4) tahap Diskusi Kelas (*Class Discussion*), yaitu siswa diberi kesempatan mempresentasikan hasil kerjanya dalam diskusi kelas dan siswa lain memberikan masukan atau tanggapan; (5) tahap Penguatan (*Reinforcement*), yaitu siswa mendapat tanggapan dan penguatan dari guru sebagai fasilitator terhadap pengetahuan yang telah dibangunnya serta jika diperlukan menerima penugasan lebih



Gambar 1. Model Pembelajaran Jaring Laba-laba (Marion, 2014)

lanjut dari guru; dan (6) tahap Pembentukan Komunitas (*Networking*), yaitu siswa diberi motivasi misalnya melalui penugasan untuk memperluas wawasan pengetahuannya melalui komunitasnya, baik itu keluarganya, temannya, maupun masyarakat lain dan bahkan memanfaatkan kemajuan teknologi internet dan perpustakaan.

Langkah-langkah pembelajaran ini dilakukan siswa secara individu, mandiri dan otomatis sesuai kebutuhan masing-masing sampai dicapai pemahaman dan penyelesaian masalah dipelajari. Siswa dibiarkan meninggalkan tempat duduknya jika diperlukan untuk membaca buku penunjang, bertanya kepada teman dan atau menjelaskan kepada teman, bertanya kepada guru dan mempresentasikan hasil kerjanya. Dengan kata lain siswa diberi kesempatan seiyaman mungkin untuk membangun pengetahuannya sendiri (Piaget, 1964; Bell, 1981: 100)

Langkah-langkah pembelajaran model jaring Laba-laba ini sejalan dengan langkah pembelajaran saintifik yang di-

rekomendasikan dalam Kurikulum 2013, yaitu meliputi kegiatan mengamati, menanya, mengumpulkan informasi, mengolah informasi dan mengkomunikasikan. Kegiatan mengamati dilakukan pada tahap bekerja mandiri (*self-thinking*). Kegiatan menanya, mengumpulkan informasi dan mengolah informasi dilakukan pada tahap pemanfaatan media sumber belajar (*literature*) dan tutorial sebaya (*peers*). Terakhir kegiatan mengkomunikasikan dilakukan pada tahap presentasi, diskusi kelas (*class discussion*) dan penguatan oleh guru (*reinforcement*) serta pembentukan komunitas belajar (*networking*).

Selanjutnya pola bilangan menurut Walle (2002:13) meliputi pola berulang dan pola berkembang. Pada pola berkembang memiliki komponen numeris, yaitu jumlah objek setiap langkah (Walle, 2002) yang memungkinkan kita menemukan angka pada pola kesekian atau jumlah objek pada langkah kesekian. Misal bagaimana cara menemukan bilangan ke-20, ke-100 atau bahkan ke- n dari urutan barisan

bilangan persegi 1, 4, 9, Dalam hal ini siswa akan menemukan hubungan yang merupakan contoh fungsi. Menurut Walle (2002:14) ada dua hubungan yang mungkin ditemukan siswa dalam menentukan bilangan pola kesekian, yaitu hubungan rekursif dan hubungan fungsional.

Hubungan rekursif menyatakan perubahan dari langkah kesatu ke langkah berikutnya, misalnya pada barisan 1, 4,9, 16, ..., bilangan kedua diperoleh dengan menambah bilangan kesatu dengan tiga, bilangan ketiga sama dengan bilangan kedua ditambah lima, bilangan keempat sama dengan bilangan ketiga ditambah enam, dan seterusnya. Kemudian hubungan fungsional menyatakan hubungan nomor langkah ke langkah, misalnya untuk barisan: 1, 4, 9, 16, ..., bilangan kesatu diperoleh dari 1^2 , bilangan ke-2 diperoleh dari 2^2 , bilangan ke-3 diperoleh dari 3^2 , bilangan ke-4 sama dengan 4^2 , dan seterusnya.

Pembelajaran pola bilangan pada Kurikulum 2013 sesuai Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indoensia nomor 58 tahun 2014 tentang Kurikulum SMP dimana pembelajarannya dilakukan secara bertahap pada Kelas VII, Kelas VIII dan kelas IX seperti terlihat pada Tabel 1.

Tabel 1 menunjukkan bahwa berdasarkan Kompetensi Dasar tersebut,

pembelajaran pola bilangan di Kelas VII lebih ditekankan kepada pengenalan beragam pola, pengenalan simbol-simbol suku tertentu dan suku ke- n serta simbol jumlah sampai n pola, contoh-contoh cara mengeneralisasinya dan kegunaannya secara visual. Sedangkan di Kelas VIII tidak dibahas secara khusus, namun tersirat dalam pembelajaran materi teorema Pythagoras (Kemendikbud, 2014).

Di kelas IX diperkenalkan penerapan pola bilangan dalam kehidupan sehari-hari, menggunakan benda-benda nyata menemukan pola bilangan, pengenalan beragam pola bilangan, barisan bilangan, barisan aritmetika dan barisan geometri dan menentukan suku ke- n serta jumlah sampai n suku deret bilangan. Tahapan pembelajaran pola bilangan ini sesuai dengan rekomendasi Kemendikbud (2014) agar proses pembelajaran pola bilangan hendaknya dimulai dengan hal-hal yang bersifat kongkrit menuju abstrak.

Sejalan dengan itu, penggunaan konteks sebagai *starting point* dalam pembelajaran matematika dapat meningkatkan motivasi belajar siswa (Sukmadinata, 2009; Zainab, Zulkardi, dan Hartono, 2013). Selain itu juga dapat membantu siswa ketika mereka kurang memahami materi yang dipelajari (Boaler, 1993: 14). Bahkan Hartoyo (2009: 77) menemukan bahwa

Tabel 1. Kompetensi Dasar Pola Bilangan di SMP

Kelas	Kompetensi Dasar	
VII	1.5	Memahami pola dan menggunakannya untuk menduga dan membuat generalisasi (kesimpulan)
	4.1	Menggunakan pola dan generalisasi untuk menyelesaikan masalah
VIII	4.3	Menggunakan pola dan generalisasi untuk menyelesaikan masalah nyata
IX	3.10	Menerapkan pola dan generalisasi untuk membuat prediksi
	4.4	Mengenal pola bilangan, barisan, deret, dan semacam, dan memperumumnya; menggunakan untuk menyelesaikan masalah nyata serta menemukan masalah baru

Sumber: Kemendikbud, 2014: 42-46

penggunaan konteks dapat meningkatkan efektivitas pembelajaran pada mahasiswa. Konteks budaya anyaman dapat digunakan sebagai *starting point* dalam pembelajaran matematika. Hal ini sesuai dengan pendapat Hartoyo (2012) bahwa motif-motif anyaman memperlihatkan adanya pola-pola yang teratur dan bahkan berulang, sehingga mengandung matematika. Selanjutnya secara bertahap siswa dapat meningkatkan kemampuan matematika formal melalui empat tahapan (Gravemeijer, 2010) yaitu *situations level*, *model of level*, *model for level*, dan *formal level* seperti ditunjukkan Gambar 3.

Pada tahap situasional (*situations level*), pengetahuan yang diperoleh berdasarkan situasi dan strategi-strategi yang bersifat situasional digunakan di dalam penyelesaian konteks yang disajikan. Tahap referensial (*model of*) digunakan model-model dan strategi-strategi yang mengacu pada situasi yang menggambarkan permasalahan. Selanjutnya strategi-strategi ini diperumum mengarah kepada matematika formal (*general level*) dan tahap terakhir siswa bekerja dengan prosedur-prosedur konvensional dan notasi tanpa memerlukan konteks (*formal level*).

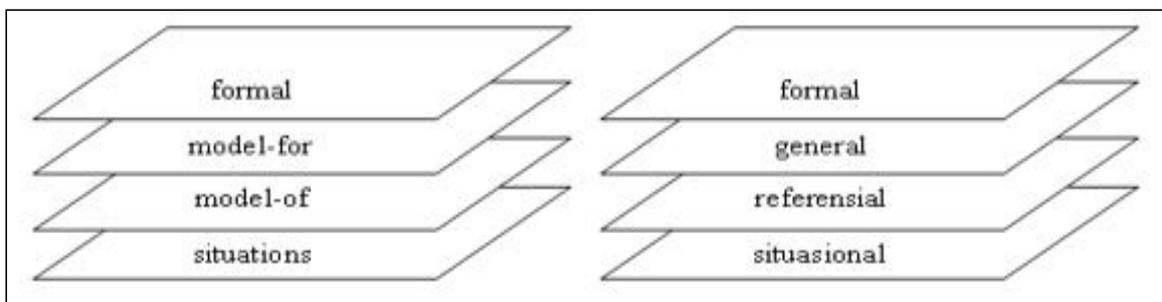
METODE

Metode penelitian yang digunakan adalah *Design Research tipe Validation*

Study. Penelitian dilakukan dua siklus yaitu *piloting experiment* dan *teaching experiment* menggunakan langkah-langkah penelitian desain menurut Gravemeijer dan Cobb (2006:19) yaitu (1) tahap persiapan (*preliminary design stage*) meliputi pengkajian literatur, diskusi bersama guru model dan merancang *Learning Instructional Trajectory* (LIT) dengan instrumen *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT); (2) tahap uji coba pembelajaran meliputi *piloting experiment* dan *teaching experiment* dengan subyek 6 orang siswa kelas IX SMP Negeri 3 Pemulutan Tahun Pelajaran 2014-2015 semester genap di Pemulutan, Kabupaten Ogan Ilir dan (3) tahap analisis retrospektif (*retrospective analysis*), yaitu analisis yang membandingkan HLT dengan lintasan belajar siswa yang sebenarnya sehingga diperoleh jawaban atas pertanyaan penelitian.

Data penelitian ini dikumpulkan melalui tes, pengamatan, wawancara, dan dokumentasi berupa hasil aktivitas belajar, hasil belajar siswa, foto dan rekaman video. Data yang diperoleh dianalisis dengan membandingkan hasil pengamatan selama proses pembelajaran dengan dugaan lintasan belajar (*Hypothetical Learning Trajectory*) dengan triangulasi data dan interpretasi silang.

HLT dirancang dalam tiga pertemuan. Pertemuan pertama memiliki tiga kegiatan



Gambar 3. Level Pengembangan Matematika Gormal (Gravemeijer, 2010: 40)

an dengan tujuan (1) melalui aktivitas eksplorasi hasil kerajinan anyaman, siswa dapat mengenali motif anyaman dan menggambarkan satu pola dari motif anyaman dan melanjutkan pola-pola berikutnya secara teratur; (2) melalui aktivitas pengamatan terhadap pola-pola gambar motif anyaman tersebut, siswa dapat menemukan barisan bilangan sebagai representasi bangun datar pembentuk setiap pola secara berurutan; dan (3) melalui latihan soal barisan bilangan, siswa dapat menemukan hubungan rekursif pada barisan bilangan, yaitu melanjutkan suku-suku berikutnya dari barisan bilangan.

Pertemuan kedua memiliki empat kegiatan dengan tujuan (1) melalui aktivitas mewarnai persegi satuan sebagai *model of*, siswa dapat menemukan barisan bilangan sebagai representasi banyak persegi satuan penyusun setiap gambar pola dari motif anyaman; (2) melalui aktivitas mengamati pola gambar, siswa dapat menemukan hubungan fungsional suku ke- n barisan bilangan; (3) melalui latihan soal barisan bilangan, siswa dapat menggunakan hubungan fungsional suku ke- n barisan bilangan dalam pemecahan masalah; dan (4) melalui aktivitas mewarnai persegi satuan, siswa dapat merancang sendiri pola untuk motif anyaman terkait dengan barisan bilangan yang diberikan.

Selanjutnya pada pertemuan terakhir, meliputi tiga kegiatan dengan tujuan (1) melalui kegiatan eksplorasi pola-pola anyaman sebagai representasi deret bilangan asli, siswa dapat menemukan deret sampai n suku bilangan asli pertama; (2) melalui kegiatan eksplorasi pola-pola anyaman sebagai representasi suatu deret bilangan sederhana, siswa dapat menentukan deret sederhana sampai n suku pertama; (3) melalui kegiatan mewarnai persegi satuan, siswa dapat merancang sendiri motif anyaman berdasarkan deret yang diberikan.

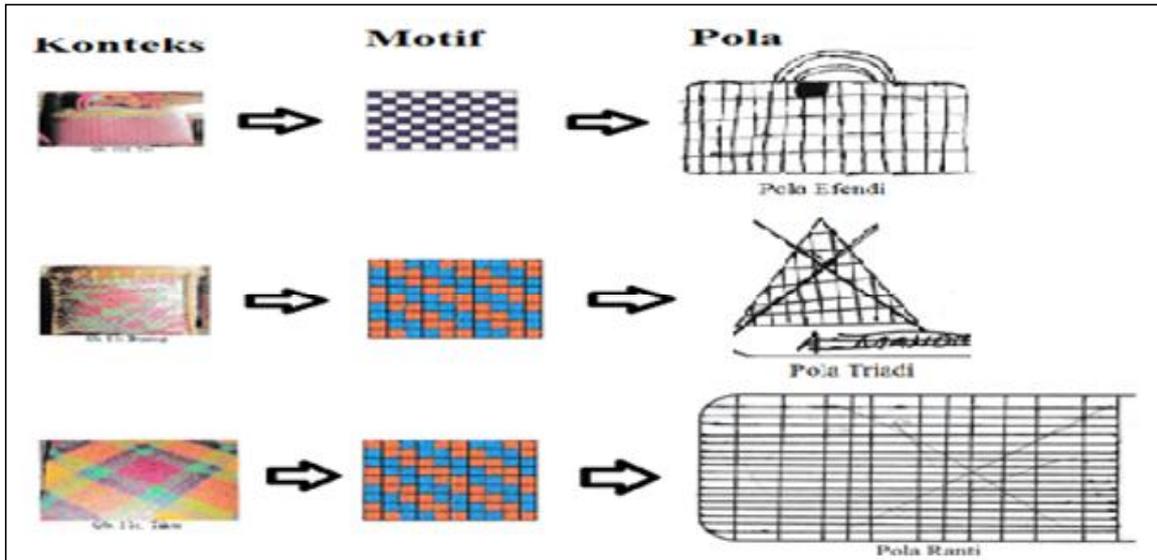
Proses pembelajaran menggunakan langkah-langkah pembelajaran model Jaring Laba-laba (Marion, 2014). Sebagai kontrol langkah-langkah pembelajaran yang dilakukan siswa secara individu, dibuat kesepakatan bersama bahwa siswa memberi kode huruf **A** pada lembar kerjanya jika yang bersangkutan memahami dan dapat menyelesaikan masalah yang terdapat pada lembar kerja secara mandiri (*self-thinking*), huruf **B** jika memahami dan dapat menyelesaikan masalah setelah membaca buku penunjang (*literature*), huruf **C** jika setelah bertanya dan atau berdiskusi dengan teman (*peers*), huruf **D** jika setelah diskusi kelas (*class discussion*) dan **E** jika setelah ada penguatan dari guru (*reinforcement*). Selanjutnya huruf **F** jika setelah ada penugasan lebih lanjut setelah kegiatan pembelajaran.

Peneliti menduga bahwa aktivitas-aktivitas tersebut yang dilakukan siswa secara individu mengikuti langkah-langkah pembelajaran model jaring Laba-laba dapat membantu siswa memahami pola bilangan.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Aktivitas awal pada pertemuan pertama menunjukkan belum sejalan dengan HLT. Aktivitas siswa belum mengikuti langkah-langkah model jaring Laba-laba yang seharusnya secara otomatis berusaha menggali informasi dari lingkungannya untuk membaca literatur dan atau bertanya dan berdiskusi dengan teman jika mengalami kesulitan. Siswa masih terbiasa cara belajar yang lama, menunggu instruksi atau penjelasan guru. Akibatnya siswa belum mampu mengenali dan menggambar pola dari motif anyaman yang dimaksud pada lembar aktivitas seperti terlihat pada Gambar 4.

Pada Gambar 4 terlihat Efendi, Triadi dan Ranti menggambar ilustrasi benda nyatanya berupa keranjang dan tikar.

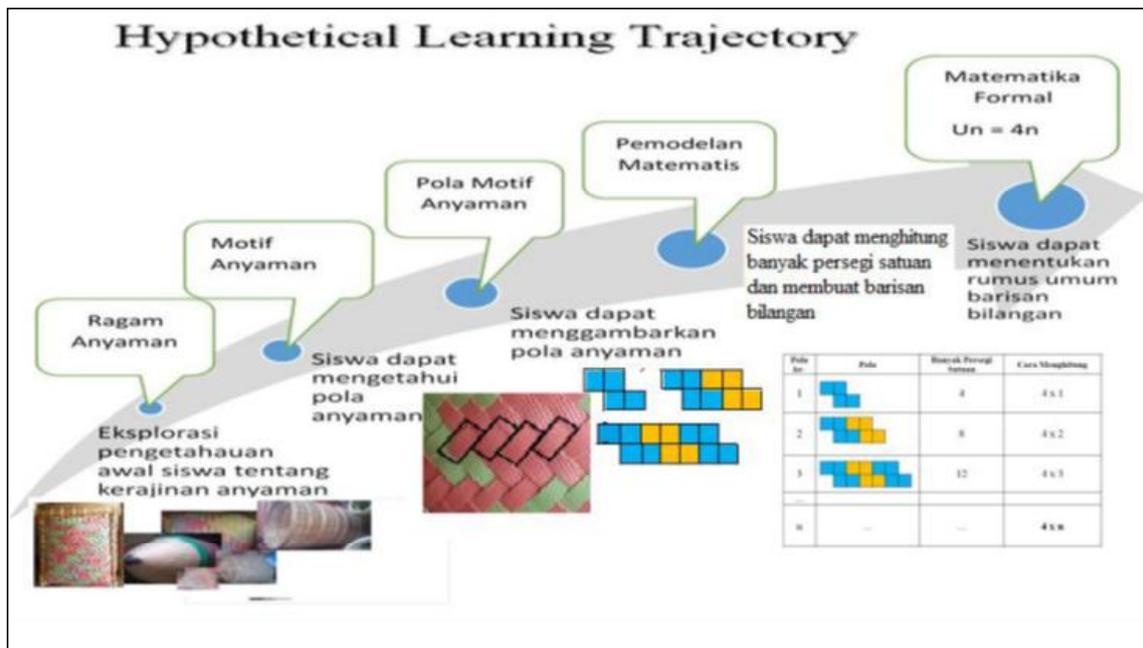


Gambar 4. Pola Hasil Aktivitas Siswa yang Tidak Sesuai HLT

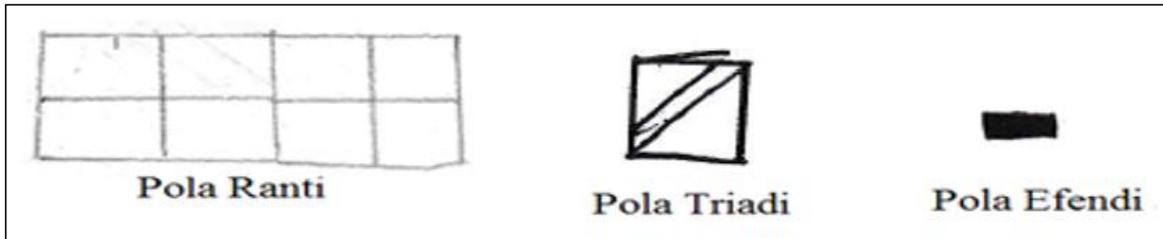
Seharusnya yang digambar hanya satu pola dari motif yang dipilih seperti yang diharapkan dalam HLT pada Gambar 5.

Untuk mengatasi situasi tersebut, guru memberikan motivasi untuk memanfaatkan semua sumber belajar yang ada secara

mandiri sesuai langkah-langkah model pembelajaran jaring Laba-laba dan memberikan *scaffolding* (Parsol, 2002) sehingga siswa dapat menggambar pola dari motif anyaman dengan benar sesuai HLT seperti terlihat Gambar 6.



Gambar 5. Dugaan Lintasan Belajar (HLT) Pola Bilangan

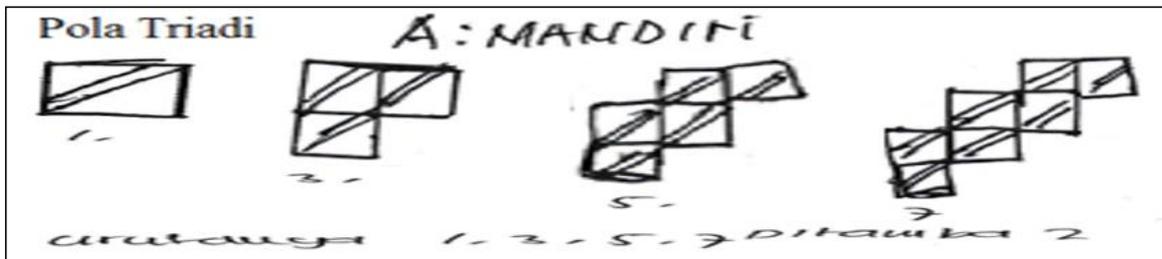


Gambar 6. Pola Hasil Aktivitas Siswa yang Sudah Sesuai HLT

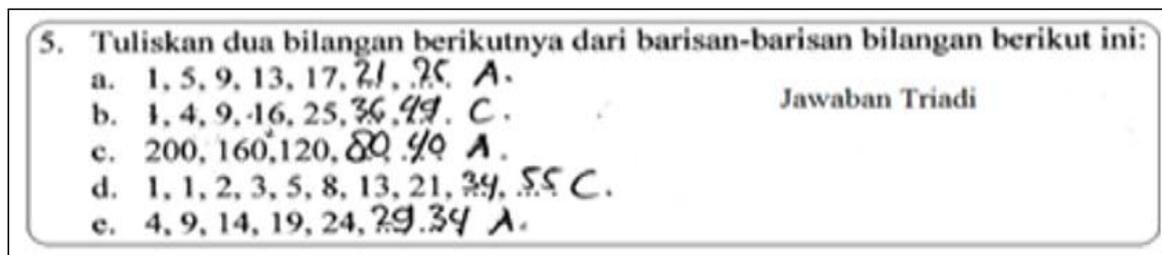
Selanjutnya siswa secara mandiri dapat mengembangkan pola tersebut teratur sesuai panduan lembar aktivitas siswa sehingga siswa dapat menemukan barisan bilangan sebagai representasi bangun datar penyusun pola seperti yang diduga dalam HLT seperti terlihat pada Gambar 7.

Gambar 7 memperlihatkan Triadi mampu melanjutkan gambar pola secara teratur, dimulai pola pertama berupa satu persegi panjang, pola kedua berupa tiga persegi panjang, pola ketiga berupa lima persegi panjang dan pola keempat berupa tujuh persegi panjang. Hasil ini menunjukkan siswa mulai melihat adanya keteraturan

yang dimiliki motif anyaman (Hartoyo, 2012). Keteraturan ini menuntun siswa memahami bahwa motif anyaman memiliki pola berulang dan juga pola berkembang (Walle, 2002). Gambar 7 menunjukkan siswa menemukan pola berkembang dan menemukan barisan bilangan ganjil 1, 3, 5, 7, ... serta menemukan aturannya yaitu ditambah 2 untuk menemukan bilangan berikutnya. Hasil ini menunjukkan siswa sekaligus menemukan hubungan rekursif (Walle, 2002) pada barisan bilangan tersebut. Hasil latihan siswa pada Gambar 8 menegaskan hal ini.



Gambar 7. Gambar Pola Barisan Bilangan dari Motif Anyaman



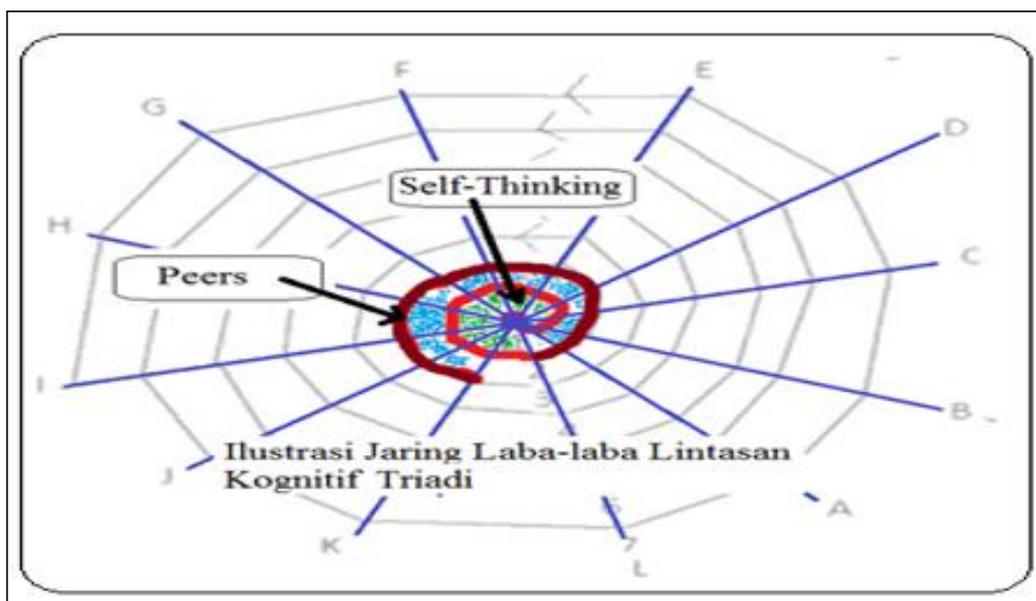
Gambar 8. Siswa Dapat Menemukan Hubungan Rekursif Barisan Bilangan

Lintasan kognitif yang dilalui siswa dalam memahami materi pada pertemuan pertama dapat digambarkan sebagai lintasan Laba-laba membangun jaringnya (Marion, 2014). Sebagian besar siswa memahami dan dapat menyelesaikan masalah yang terdapat lembar kerja setelah berfikir mandiri (*self-thinking*), membaca buku (*literature*) dan bertanya atau berdiskusi dengan teman (*peers*). Sebagai ilustrasi, Triadi dapat mengenali dan menggambarkan pola dari motif anyaman setelah ada *scaffolding* dari guru, menggambarkan pola, melanjutkan pola dan menemukan barisan bilangan setelah berfikir mandiri (lihat kode huruf A pada Gambar 7) serta menyelesaikan masalah hubungan rekursif pada barisan bilangan setelah berfikir mandiri dan berdiskusi dengan teman (lihat kode huruf A dan C pada Gambar 8). Ilustrasi lintasan kognitif Triadi seperti terlihat pada Gambar 9.

Aktivitas-aktivitas pada pertemuan pertama ini menunjukkan siswa mampu memahami pola dan barisan bilangan

berdasarkan situasi informal yang diberikan, dalam hal ini hasil kerajinan anyaman (Gravemeijer, 2010). Pemahaman siswa pada level awal ini dijadikan dasar untuk pemahaman pola bilangan selanjutnya.

Aktivitas pembelajaran pada pertemuan kedua diawali dengan penggunaan model sebagai tahap berikutnya dalam mengembangkan kemampuan matematika siswa. Aktivitas pembelajaran berlangsung sesuai dugaan dalam HLT. Siswa mulai secara otomatis melakukan langkah-langkah pembelajaran model jaring Laba-laba. Saat menemui kesulitan siswa secara mandiri membuka buku penunjang, bertanya dan berdiskusi dengan teman dan bahkan beberapa siswa langsung bertanya kepada guru. Suasana kelas terlihat ramai dan tidak teratur. Beberapa siswa yang terlebih dahulu memahami materi terlihat sibuk menjelaskan kepada teman-temannya yang datang bertanya. Siswa yang lain ada yang membaca buku penunjang dan ada yang terlihat sangat serius berfikir secara mandiri menyelesaikan tugas yang diberikan dalam



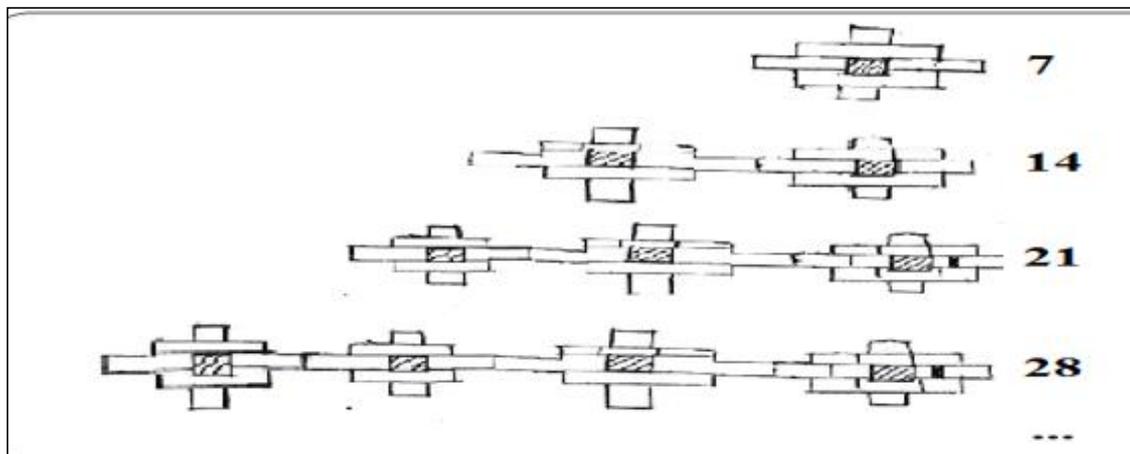
Gambar 9. Ilustrasi Jaring Laba-Laba Lintasan Kognitif Siswa Pertemuan Pertama

lembar kerja. Guru memantau aktivitas siswa dan memberikan *scaffolding* baik secara individu maupun secara klasikal jika diperlukan.

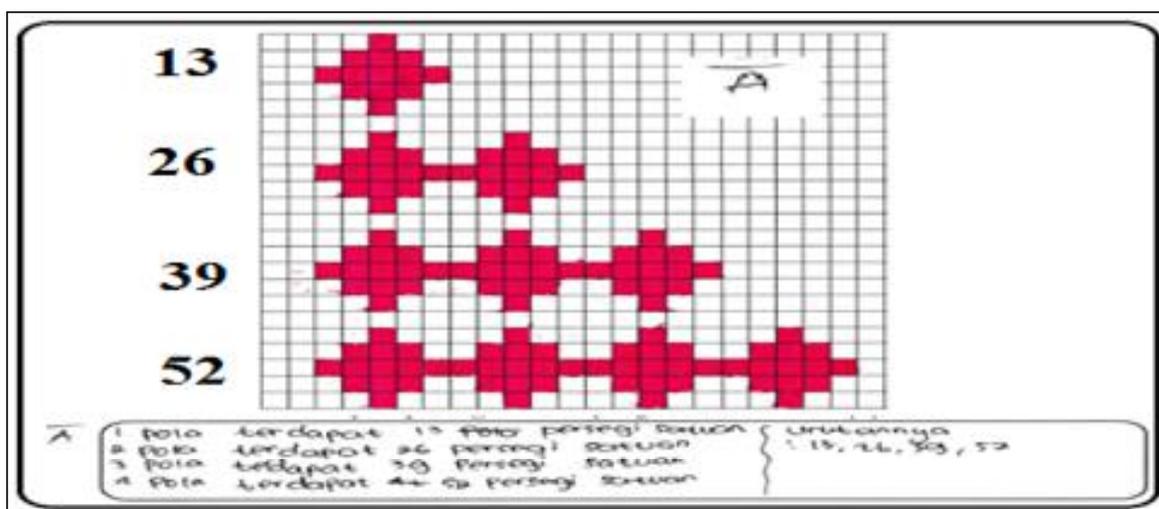
Pada pertemuan kedua ini siswa dapat menemukan barisan bilangan melalui aktivitas mewarnai persegi satuan, melanjutkan suku berikutnya barisan bilangan dan menentukan suku tertentu barisan sesuai HLT. Sebagai contoh, Sarmila pada pertemuan pertama menemukan barisan bilangan 7, 14, 21, 28, ... dari pola yang

digambarnya seperti pada Gambar 10a. Pada pertemuan kedua ini, setelah aktivitas mewarnai persegi satuan, Sarmila secara mandiri menemukan barisan bilangan berbeda yaitu 13, 26, 39, 52, ... (Gambar 10b).

Pada Gambar 10a terlihat bahwa barisan bilangan yang dihasilkan tidak menegaskan sebagai representasi bangun datar yang sama, karena terdiri dari persegi dan persegi panjang. Sementara pemodelan pola yang sama dengan mewarnai persegi satuan seperti pada Gambar 10b membantu



Gambar 10a. Barisan Bilangan dari Motif Anyaman



Gambar 10b. Barisan Bilangan dari Pemodelan dengan Mewarnai Persegi Satuan

sebagian besar siswa mempertegas dan memperjelas bahwa barisan bilangan yang dihasilkan merupakan representasi bangun datar yang sama, yaitu persegi.

Pemahaman pada level kedua ini menjadi pijakan menuju pemahaman level formal matematika. Aktivitas berikutnya sebagian besar siswa mampu membuat strategi menentukan suku ke- n barisan bilangan serta menggunakannya dalam menyelesaikan masalah barisan bilangan. Satu di antara strategi yang dilakukan siswa adalah dengan memecah gambar pola kemudian menuliskan perhitungannya sehingga diperoleh bentuk umum suku ke- n barisan bilangan seperti terlihat pada Gambar 11.

Gambar 11 memperlihatkan langkah-langkah siswa menemukan suku ke- n barisan bilangan 13, 26, 39, 52, Pola ke-1 siswa menuliskan 1×13 , pola ke-2 ditulis 2×13 , pola ke-3 ditulis 3×13 dan seterusnya pola ke-10 ditulis 10×13 serta terakhir pola ke- n siswa menemukan $n \times 13$.

Pada aktivitas menyelesaikan masalah suku tertentu barisan bilangan, siswa dapat menggunakan bentuk umum yang telah

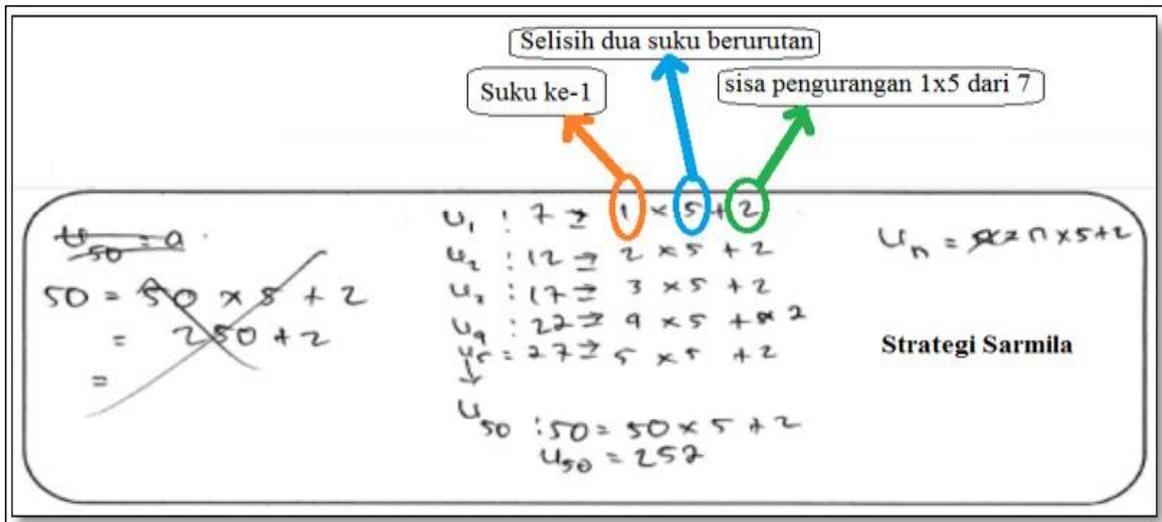
ditemukan, bahkan ada siswa melampaui HLT dalam menyelesaikan suku ke-50 dari barisan 7, 12, 17, 22, 27, ..., seperti terlihat pada Gambar 12.

Gambar 12 menunjukkan siswa memahami hubungan fungsional pada barisan bilangan (Walle, 2002). Siswa memahami hubungan antara suku, selisih dua suku berurutan dan nomor urut suku. Hal ini menunjukkan siswa sudah mulai mengembangkan pemahaman barisan bilangan pada level matematika formal. Percakapan 1 mempertegas bahwa siswa mampu menyelesaikan masalah barisan bilangan pada level formal yang dimaksud.

Aktivitas terakhir pertemuan kedua, proses pembelajaran sesuai dugaan bahwa siswa mampu merancang sendiri motif anyaman sesuai bentuk umum barisan bilangan yang diberikan. Untuk $U_n = 3n - 2$, rancangan pola untuk motif anyaman hasil kreatifitas siswa terlihat pada Gambar 13. Tujuan kegiatan ini adalah mengembangkan kreativitas siswa dalam mengaplikasikan pola ke dalam dunia nyata, dalam hal ini konteks anyaman.

Pola ke-	Strategi Pola	Banyak Persegi Satuan	Cara Menghitung
1		13	1×13
2		26	2×13
3		39	3×13
4		52	4×13
10	...	130	10×13
20	...	260	20×13
100	...	1300	$100 \times \dots 13$
n	...	$13 \cdot n$	$n \times 13$

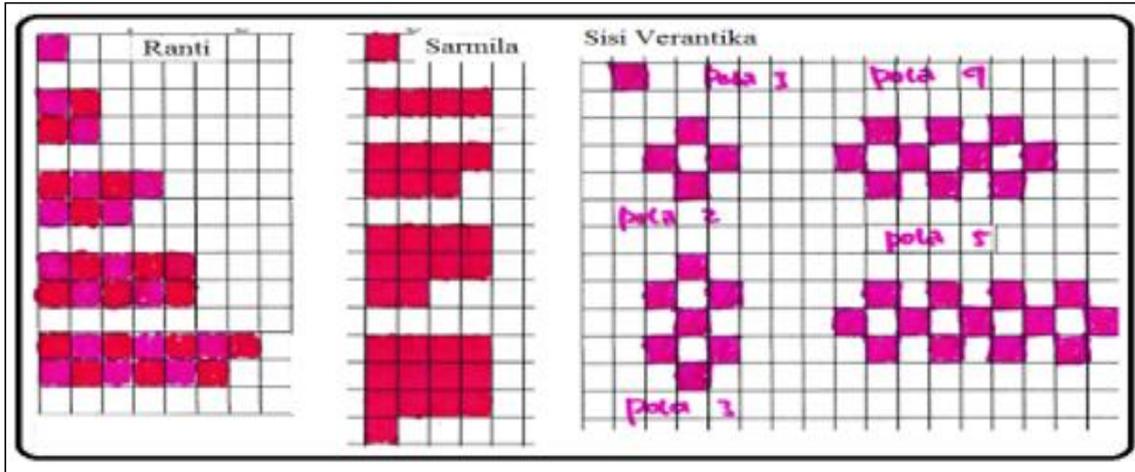
Gambar 11. Langkah-Langkah Menemukan Suku Ke- n Barisan Bilangan



Gambar 12. Strategi Sarmila Menentukan Suku ke-50 Barisan 7,12,17,22,27,...

Percakapan 1. Menentukan Hubungan Fungsional Barisan Bilangan

- Guru : Dapat darimana Sarmila untuk soal nomor 6? Bagaimana strategi Sarmila, coba ceritakan...!
- Sarmila : Suku satu kan 7. Jadi 1 dikali 5 ditambah 2...Jadi suku ke-50....50 kali 5 ditambah 2...
- Guru : Sama semua ya, seperti ini?
- Sarmila : Ya...
- Guru : Kalau suku ke-35?
- Sarmila : Jadi....35 dikali 5 ditambah 2...!
- Guru : Terus kalau suku ke-n?
- Sarmila : Seperti ini ... (sambil menunjukkan $U_n = n \times 5 + 2$)
- Guru : Ooo.. jadi polanya sama semua itu...ya?
- Sarmila : Ya...
- Guru : Apanya yang sama?
- Sarmila : Yang samanya....5 tambah 2...
- Guru : Yang bedanya yang mana?
- Sarmila : Bedanya Cuma... ini (sambil menunjukkan angka 1,2,3,4,5...)
- Guru : Oh itu....itu 1,2,3,4,5,... apa itu?
- Sarmila : Su-ku...
- Guru : Oo...suku...pola ya...kalau U_1 jadi suku satu...
- Sarmila : Ya...
- Guru : Kalau ke-3...?
- Sarmila : U_3 ...
- Guru : Jadi kalau ditanya suku ke-50,...berapa itu?
- Sarmila : 50 dikali 5 ditambah 2....jadi 252...!



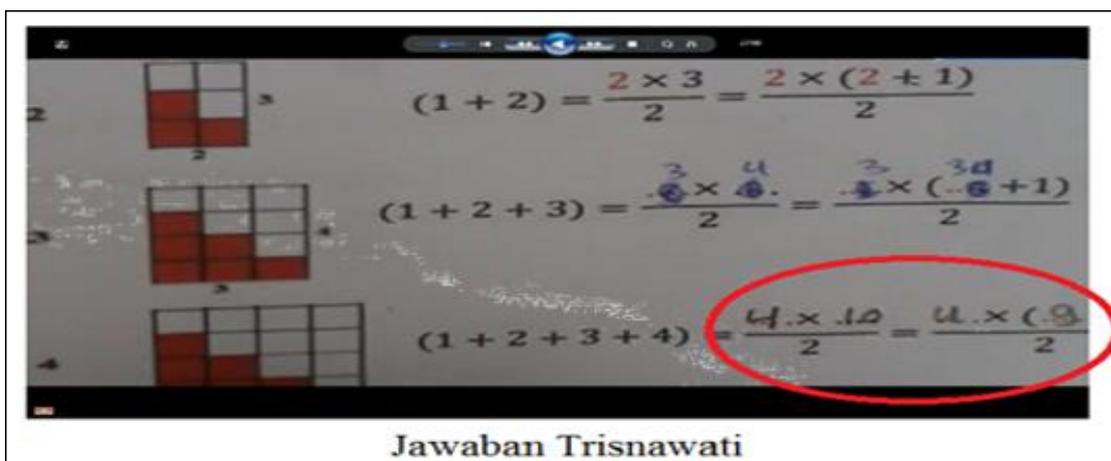
Gambar 13. Rancangan Motif Anyaman Siswa Terkait Pola Bilangan

Gambar 13 menunjukkan beberapa siswa mampu mengembangkan kreativitasnya dalam mengaplikasikan pola bilangan ke dalam konteks anyaman. Lebih jauh diharapkan kreativitas ini dapat berkembang menjadi pupuk bagi tumbuhnya jiwa kewirausahaan di masa depan.

Pertemuan terakhir, HLT tidak tercapai sepenuhnya walaupun deret sederhana dapat dipahami sebagian besar siswa dan langkah-langkah pembelajaran model jaring Laba-laba berjalan cukup baik.

Perbedaan HLT yang menarik dibahas adalah kesulitan representasi pola ke bentuk formal matematika. Pada bagian awal diberikan gambar pola untuk bilangan asli dan contoh representasi formal matematikanya sebagai *scaffolding* untuk memahami bentuk umum deret bilangan asli. Namun, siswa kesulitan melanjutkan contoh yang ada menuju bentuk umum seperti terlihat pada Gambar 14.

Gambar 14 menunjukkan kesalahan siswa merepresentasikan pola ke bentuk



Gambar 14. Kesulitan Siswa Memahami Bentuk Umum Deret Bilangan Asli

formal matematika. Seharusnya siswa menuliskan $(1+2+3+4) = \frac{4 \times 5}{2} = \frac{4 \times (4+1)}{2}$, namun siswa justru menuliskan 4×10 dimana 10 diperolehnya dengan menghitung hasil $(1+2+3+4)$. Persepsi ini diperoleh dari contoh di atasnya, yaitu $(1+2) = \frac{2 \times 3}{2} = \frac{2 \times (2+1)}{2}$. Siswa memandang bahwa 3 diperoleh dari $(1+2)$. Mengatasi hal ini, guru membimbing siswa baik secara klasikal maupun secara individu sehingga diperoleh pemahaman bentuk umum jumlah sampai n suku deret bilangan asli yang dimaksud seperti terekam dalam Percakapan 2.

Pemahaman siswa terhadap bentuk umum jumlah sampai n suku deret bilangan asli ini cukup membantu siswa dalam kegiatan berikutnya, yaitu memahami jumlah sampai n suku dari deret sederhana. Sesuai HLT siswa dapat melanjutkan langkah-langkah *scaffolding* yang diberikan sehingga siswa dapat menentukan jumlah

sampai 40 suku deret $3+6+9+12+15+ \dots$. Dengan menganalogikan bentuk $3+6+9+12 = (1+2+3+4) \times \frac{4 \times (4+1)}{2} \times 3 = 30$, siswa menghitung jumlah sampai 40 suku $= \frac{40 \times (41)}{2} \times 3 = 2460$. Selanjutnya muncul beberapa strategi siswa pada kegiatan ketiga dalam menghitung deret $5+10+15+20+ \dots +100$. Tomi, Arjun, Dani dan Sinta secara mandiri (*self-thinking*) menggunakan strategi menghitung satu per satu semua suku-suku deret sampai suku terakhir sehingga diperoleh jawaban 1050. Sarmila dan Mia menggunakan rumus yang ada pada buku penunjang, yaitu $s_n = \frac{nx2a + Un}{2}$. Dari rumus tersebut diperoleh jawaban $s_{20} = \frac{20 \times (2 \times 3 + 100)}{2}$. Strategi lain adalah dilakukan oleh Jodi, Umiroh dan Trisnawati. Terlebih dahulu mereka menuliskan semua suku-suku deret, kemudian menghitung banyak suku deret itu dan terakhir menghitung deret tersebut

Percakapan 2. Jumlah n Bilangan Asli

- Guru : Lihat pola yang pertama. Pola pertama itu, yang merah ada berapa?
 Siswa : Satu...!
 Guru : Satu dari dua. Sehingga disini 1 kali dua dibagi dua...hasilnya satu... Yang nomor dua, lihat kesini dua terus ke atas tiga, ya kan..?
 Siswa : Oo..ya, ya...
 Guru : Sehingga disini kan, kotak merah ini setengah dari keseluruhan, jadi...
 Siswa : 2 kali 3 dibagi dua...
 Guru : Nah...mengapa dibagi dua?
 Siswa : Karena ini tadi kan setengah...
 Guru : Iya...cerdas! Nah sekarang coba cek, 2 kali 3 dibagi 2 sama dengan 3, betul tidak?
 Guru : Sekarang nomor 4. Disini berapa? 4 kali 5 duapuluh. Dibagi dua, sepuluh...betul sepuluh?
 Siswa : Betul...
 Guru : Coba lanjutkan suku berikutnya....suku ke berapa?
 Siswa : Suku kelima. Jadi 5 kali 6....eh, jumlah kotaknya 15... 5 kali 6 tiga puluh. Dibagi dua...nah, iya...15....
 Guru : Kalau n ?
 Siswa : n kali buka kurung n ditambah 1 dibagi 2...

menggunakan konsep pada kegiatan sebelumnya yaitu, $S_{20} = \frac{20 \times 21}{2} \times 5 = 1050$ (Lihat Gambar 15).

Kegiatan terakhir pertemuan ketiga ini, siswa dapat merancang sendiri motif anyaman berdasarkan deret sederhana yang diberikan, dalam hal ini siswa diminta merancang motif anyaman sebanyak lima pola dengan paling banyak menggunakan 60 buah persegi satuan. Kegiatan ini bertujuan mengembangkan kreativitas siswa dalam mengaplikasikan deret sederhana ke dalam dunia nyata yaitu konteks anyaman. Hasil

kegiatan seperti terlihat pada Gambar 16 sesuai dengan HLT yakni siswa mampu mengembangkan kreativitasnya dalam merancang motif anyaman berdasarkan deret yang diberikan. Sehubungan dengan ini diharapkan di masa depan dapat menumbuhkan jiwa kewirausahaan pada siswa.

Langkah-langkah Model Pembelajaran Jaring Laba-laba yang dilakukan siswa secara individu untuk memahami pola dan barisan bilangan diatas cukup beragam. Sarmila dan Triadi misalnya,

Jodi Saputra

$$S_{20} = 20 \times \frac{(20+1)}{2} + 5 = 210 \times 5 = 1050$$

$$= \frac{20 \times 21}{2} + 5 = \frac{420}{2} + 5 = 210 + 5 = 1050$$

Kegiatan 3

1. Berapakah $5 + 10 + 15 + 20 + \dots + 100$?

A

$$5 + 10 + 15 + 20 + 25 + 30 + 35 + 40 + 45 + 50 + 55 + 60 + 65 + 70 + 75 + 80 + 85 + 90 + 95 + 100$$

Gambar 15. Strategi Menghitung Deret $5+10+15+20+\dots+100$

Motif Umiro

Motif Trisnawati

Motif Wahyuni Lestari

Motif Rosa Meidiana

Motif Mia A Monica

Motif Wulandari

Gambar 16. Rancangan Motif Anyaman Terkait Deret Tertentu

mencapai tahapan-tahapan kemampuan menuju matematika formalnya melalui kegiatan berfikir mandiri (*self-thinking*) dan berdiskusi bersama teman sebangkunya (*peers*). Sementara sebagian besar siswa lainnya mencapai kemampuan matematika formalnya setelah melalui upaya berfikir mandiri (*self-thinking*), membaca buku penunjang (*literature*), bertanya kepada teman (*peers*) dan setelah diskusi kelas (*classroom discussion*) serta penguatan oleh guru (*teacher reinforcement*).

SIMPULAN

Penggunaan Model Jaring Laba-laba dalam pembelajaran pola bilangan dengan konteks kerajinan anyaman dapat membantu siswa memahami pola bilangan dengan lintasan belajar sebagai berikut. (1) Mengenali motif anyaman dan menggambarkan satu pola dari motif anyaman dan melanjutkan pola-pola berikutnya secara teratur. (2) Menemukan barisan bilangan sebagai representasi bangun datar pembentuk setiap pola secara berurutan. (3) Menemukan hubungan rekursif pada barisan bilangan, yaitu melanjutkan suku-suku berikutnya dari barisan bilangan. (4) Menemukan barisan bilangan sebagai representasi banyak persegi satuan penyusun setiap gambar pola dari motif anyaman. (5) Menemukan hubungan fungsional suku ke- n barisan bilangan. (6) Menggunakan hubungan fungsional suku ke- n barisan bilangan dalam pemecahan masalah. (7) Melalui merancang sendiri pola untuk motif anyaman terkait dengan barisan bilangan yang diberikan. (8) Menentukan jumlah sampai n suku pertama deret sederhana. (9) Merancang sendiri motif anyaman berdasarkan deret yang diberikan sebagai upaya menumbuhkan jiwa kewirausahaan.

Selain itu beberapa strategi yang dilakukan siswa dalam memahami pola

bilangan adalah (1) memecah pola gambar dalam menemukan bentuk umum suku ke- n barisan bilangan, (2) menuliskan persamaan yang menyatakan hubungan selisih dua suku berurutan, nomor urut suku dan sisa pengurangan hasil kali selisih dan nomor urut suku dari bilangan pada suku tersebut (Gambar 11) untuk menentukan suku tertentu dan suku ke- n barisan bilangan, dan (3) memanfaatkan pola jumlah sampai n suku deret bilangan asli untuk menentukan jumlah sampai n suku deret sederhana.

DAFTAR PUSTAKA

- Anno, M., & Anno, M. 1983. *Anno's Mysterious Multiplying Jar*. New York: Philomel Book.
- Bell, F.H. 1981. *Teaching and Learning Mathematics (In Secondary School)*. Iowa, USA: Wm C. Brown Company.
- Bire, A.L., Geradus, U., & Bire, J. 2014. "Pengaruh Gaya Belajar Visual, Auditorial, dan Kinestetik terhadap Prestasi Belajar Siswa". *Jurnal Kependidikan*, 44(2), 169-176.
- Boaler, J. 1993. "The Role of Context in Mathematics Classroom: Do They Make Mathematics More "Real"?", dari <http://flm-journal.org/FLMBoaler.pdf>. Diunduh 22 September 2014.
- Cherinda, M. 2012. "Weaving Exploration in The Process of Acquisition and Development of Mathematical Knowledge". *Paper on 12th International Congress Mathematics Education, CEOX, Seoul, Korea*, 8-15 Juli 2012.
- Fogarty, R. 1991. *How to Integrated the Curricula*. Palatine, Illinois: Skylight Publishing, Inc .
- Gould, S.L. 2007. "Baskets for the Mathematics Classroom", dari <http://archive.bridgesmathart.org/2007/bridges2007-115.pdf>. Diunduh 15 September 2014.

- Gravemeijer, K., & Cobb, P. 2006. "Design Research from The Learning Design Perspective". In van den Akker, J., Gravemerijer, K., McKenney, S., & Nieveen, N. (Eds.). *Educational Design Research*. London: Routledge.
- Haris, D., & Ilma, R. 2011. "The Role of Context in Third Graders' Learning of Area Measurement". *IndoMS Journal Mathematics Education*, 2(1), 55-66.
- Hartoyo. 2009. "Penerapan Model Pembelajaran Kontekstual Berbasis Kompetensi untuk Meningkatkan Efektivitas Pembelajaran". *Jurnal Kependidikan*, 39(1), 67-78.
- Hartoyo, A. 2012. "Eksplorasi Etno-matematika pada Budaya Masyarakat Dayak Perbatasan Indonesia-Malaysia Kabupaten Sanggau Kalbar". *Jurnal Penelitian Pendidikan*, 13(1), 14-23.
- Kaput, J.J. 1999. "Teaching and Learning a New Algebra". In Fennema, E., & Romberg, T.A. (Eds.). *Mathematics Classrooms that Promote Understanding*, p. 133-155. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Marion. 2014. "Design of Learning Mathematics Using Webbed Models". *Proceeding The 2nd SEA-DR Conference*, April 26-27.
- Owens, K. 2012. "Papua New Guinea Indigenous Knowledges about Mathematical Concepts". *Journal of Mathematics and Culture*, 6(1), 15-50.
- Parson, R.D., & Brown, K.S. 2002. *Teacher as Reflective Practitioner and Action Researcher*. Belmont, CA: Wadsworth Cengage Learning.
- Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Nomor 58 Tahun 2014.
- Piaget, J. 1964. "Development and Learning". *Journal of Research in Science Teaching*, 2, 176-186.
- Roebuck, K.M. 2005. "Coloring Formulas for Growing Patterns". *Mathematics Teacher*, 98(7), 472-475.
- Sukmadinata, N.S. 2009. *Landasan Psikologi Proses Pendidikan*. Bandung: PT Remaja Rosdakarya.
- Sumardyono. 2004. *Karakteristik Matematika dan Implikasinya terhadap Pembelajaran Matematika*. Yogyakarta: PPPG Matematika.
- Vygotsky, L. 1978. *Mind and Society*. Cambrite, MA: Harvard University Press.
- Walle, J.A.V. 2008. *Matematika Sekolah Dasar dan Menengah: Pengembangan Pengajaran*. (Jilid 2). Jakarta: Erlangga.
- Widiharto, R. 2008. *Diagnosis Kesulitan Belajar Matematika SMP dan Alternatif Proses Remedinya*. Yogyakarta: PPPG Matematika.
- Zainab, Zulkardi, & Hatono, Y. 2013. "Desain Pembelajaran Materi Pola Bilangan dengan Pendekatan PMRI Menggunakan Kerajinan Tradisional Kain Tajung Palembang Untuk Kelas IX SMP". *Jurnal Edumat*, 4(7), 467-478.
- Zulkardi, & Ilma, R. 2006. "Mendesain Sendiri Soal Kontekstual Matematika". *Prosiding Konferensi Nasional Matematika Ke-13*, Semarang, 24-27 Juli 2006.