Model Matematik Aliran Air Bawah Bendung

Oleh :
Pramudiyanto
Didik Purwantoro

Abstract

Dam is a structure which is the main function is to dammed up the flow of the river so that it gets the sum of a specific volume of the water. The dam can be built from concrete, stone, sand, clay or combinations between them. As it function to resist the water flow of the river, the dam must be controlled from its displacement or turning over came from the water pressure. On the clay-typed dam, the safety value is also determined from the water "rembesan". As its affected to the stability of the dam, "rembesan" can caused the leak of the water to the dam and then become ruin. To anticipate those phenomenon of "rembesan" need a "pengamatan cermat" to the "rembesan" activity of the dam so the development of "rembesan" activity can be detected, find the problem and then appropriate actions can be taken to solve them, and then more bigger problem can be avoided. The next important aspects are the dam's "rembesan" and "bocoran". On a specific circumstances, beside the "rembesan" and "bocoran" which can caused loosing the water, the "bocoran" can broke down the stability of the surrouding structure near the dam. The underground "rembesan" on a dam can be determined through numerical model with the finite element method. The utilization of the finite element method on the case of the dam "rembesan" seem like a new method compared with the finite difference method.

The problem is how to design a mathematical model of equipotential line to determine the speed of underground "rembesan" on a dam, so it can be used to simulate the water flow under the dam. This can be solved using a simple rectangle shape and the element consist of nodal-triangle element (linier). Data on this research including the model domain geometry data. Model domain geometry data including the shape of the dam and the clay under it. The domain geometry data was created with Fasttabs software. The shape of domain geometry is divided into a small triangle element.

The analysis shows difference computation about 8%. This 8% of difference can be caused by the dimension of the element and the process still using nodal-triangle element (three nodes). But those result still can be used to draw the equipotential line of underground water flow. The utilization of the finite element method on modelling the water flow below the dam can be developed for more complicated shapes.

Keyword : ***underground water flow, finite element method, mathematic modelling.***

A. PENDAHULUAN

Bendung adalah bangunan yang berfungsi untuk membendung aliran sungai sehingga diperoleh suatu jumlah tampungan tertentu. Bendung dapat dibangun dari bahan beton, batu, pasir, tanah maupun kombinasi keduanya. Dalam fungsinya sebagai penahan aliran air sungai, bendung harus ditinjau dari bahaya penggeseran dan bahaya guling yang berasal dari tekanan air yang tertampung.

Pada bendung tanah, angka keamanan juga ditentukan dari rembesan air yang terjadi. Selain

berpengaruh terhadap stabilitas bendungan, rembesan dapat menyebabkan kebocoran pada bendungan yang dapat mengakibatkan ambrolnya bendungan. Untuk mengantisipasi fenomena rembesan ini diperlukan suatu pengamatan yang cermat terhadap aktifitas rembesan yang terjadi pada bendungan, sehingga peningkatan aktivitas rembesan dapat terdeteksi secara diri yang kemudian dapat dicari penyebabnya dan tindakan apa yang perlu dilakukan untuk mengatasi hal tersebut. Dengan demikian maka kerusakan yang lebih besar dapat dihindari.

Aspek selanjutnya yang amat penting yaitu rembesan dan bocoran dari waduk. Pada keadaan-keadaan tertentu, selain rembesan dan bocoran yang merugikan akibat kehilangan air tampungan bocoran dapat merusak kestabilan beberapa konstruksi bangunan sekitar waduk.Rembesan bawah tanah pada sebuah bendung dapat diketahui dengan menggunakan model numerik dengan metode elemen hingga.Penggunaan metode elmen hingga pada kasus rembesan bendung termasuk hal baru jika dibandingkan dengan penggunaan metode diferensi hingga..

Dari kajian analisis seperti tersebut di atas, mengenai perlunya sebuah penyelesaian untuk analisis rembesan di bawah bendung , maka perlu dilakukan sebuah penelitian tentang proses rembesan dengan bantuan model matematik. Oleh karena itu dalam penelitian ini akan dicari sebuah solusi untuk memecahkan permasalahan berupa rembesan bawah tanah pada sebuah bendung melalui pembuatan model matematik dengan metode elemen hingga.Pemilihan metode elemen hingga ini didasarkan atas pertimbangan kemampuan metode elemen hingga untuk menyesuaikan dengan berbagai bentuk desain bendung yang tidak teratur.

B. PERUMUSAN MASALAH

Berdasarkan uraian pada latar belakang masalah di atas, maka dapat dirumuskan permasalahan penelitiannya adalah bagaimana membuat model matematik garis eqipotensial untuk menentukan kecepatan rembesan bawah tanah pada sebuah bendung, sehingga dapat digunakan untuk mensimulasikan debit aliran di bawah bendung.

Dalam penelitian ini ada beberapa batasan yang digunakan diantaranya:

- Koefisien permeabilitas adalah sama ke segala arah
- Persamaan yang digunakan adalah persamaan Eliptik
- Model adalah dua dimensi dengan bentuk elemen segitiga

C. TUJUAN DAN MANFAAT PENELITIAN

Tujuan penelitian ini adalah untuk meninjau debit yang terjadi pada bagian bawah sebuah bangunan bendung. Garis eqipotensial (garis yang bertekanan sama) menjadi fokus dalam penelitian ini. Dari penelitian ini diharapkan proses perhitungan garis eqipotensial yang ditentukan secara grafis dapat dihitung berdasarkan persamaan eliptik dua dimensi. Hasil dari penelitian ini selanjutnya dapat digunakan untuk menentukan kecepatan dan debit rembesan pada aliran bawah bendung sederhana.

D. TINJAUAN PUSTAKA

1. Rembesan Air pada Bendung

Teori rembesan (*piping*) di dasarkan pada analisis dua dimensi (Sudibyo,2003). Bila tanah dianggap homogen dan isotropis, maka dalam bidang x-z dapat diterapkan hukum Darcy sebagai berikut :

$$v_x = k_x = -k\frac{\partial h}{\partial x} = v_z = k_z = -k\frac{\partial h}{\partial z} \quad .....(1)$$

dengan : v = Kecepatan aliran.

Untuk aliran dua dimensi persamaan aliran bawah tanah dapat dimodelkan sebagai berikut :

$$k\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + k\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0 \quad .....(2)$$

Dengan Φ adalah potensial kecepatan dan kx, ky masing-masing adalah koefisien permeabilitas ke arah sumbu x dan sumbu y.

Hukum Darcy dapat juga diterapkan untuk menghitung debit rembesan yang melalui struktur bendungan. Dalam merencanakan sebuah bendungan, perlu diperhatikan stabilitasnya terhadap bahaya longsoran, erosi lereng dan kehilangan air akibat rembesan yang melalui tubuh bendungannya, beberapa cara diberikan untuk menentukan besarnya rembesan yang melewati bendungan yang dibangun dari tanah homogen. *Piping* merupakan suatu keadaan di dalam tanah terdapat aliran air yang membawa butiran-butiran tanah. Dimana air yang mengalir tersebut mempunyai kecepatan kritis, yaitu kecepatan yang dapat menghilangkan keseimbangan dari butiran-butiran tanah sehingga butiran tersebut dapat lepas dan menimbulkan pori-pori. Dengan demikian lebih menambah kecepatan air dan jika dibiarkan akan menimbulkan bahaya *piping*.

Bangunan bendung dapat dikatakan aman terhadap bahaya *piping*, jika kecepatan aliran air tidak boleh melebihi kecepatan aliran kritis. Dengan adanya erosi bawah tanah ini, dapat mengakibatkan terjadinya rongga-rongga di bawah pondasi sehingga dapat menyebabkan pondasi bangunan mengalami penurunan.

Untuk mempermudah pengecekkan bangunan-bangunan utama agar dapat mengetahui adanya erosi bawah tanah, metode Lane atau yang biasa disebut metode angka rembesan Lane dapat digunakan agar memberikan hasil yang aman dan mudah dipakai .

Metode Lane ini membandingkan panjang jalur rembesan di bawah bangunan di sepanjang bidang kontak bangunan / pondasi dengan beda tinggi muka air di hulu dan tinggi muka air di hilir. Dan perbandingan tersebut akan menghasilkan nilai C_L (*Creep of lane*). Panjang lintasan dapat dihitung dengan menggunakan rumus sebagai berikut :

$$C_L = \frac{\Sigma L_V + \frac{1}{3}\Sigma L_H}{H} \quad \ldots (3)$$

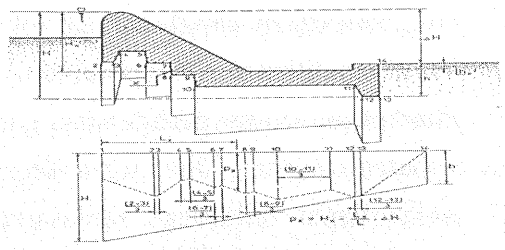
dengan :

C_L = angka rembesan Lane (lihat Tabel 2-10)

ΣL_V = jumlah panjang vertikal, m

ΣL_H = jumlah panjang horizontal, m

0H = beda tinggi muka air, m



Gbr. 1 Metode angka rembesan Lane

Tabel 1 Harga-harga minimum angka rembesan Lane (C_L)

Jenis tanah	C_L
Pasir sangat halus / lanau	8,5
Pasir halus	7,0
Pasir sedang	6,0
Pasir kasar	5,0
Kerikil halus	4,0
Kerikil sedang	3,5
Kerikil kasar termasuk berangkal	3,0
Bongkah sedikit berangkal dan kerikil	2,5
Lempung lunak	3,0
Lempung sedang	2,0
Lempung keras	1,8
Lempung sangat keras	1,6

(Dirjen Pengairan,DPU, 1986)

2. Metode Elemen Hingga

Cara lain untuk menentukan debit aliran bawah tanah pada sebuah bendung adalah dengan metode numerik menggunakan metode elemen hingga. Metode elemen hingga adalah metode

penyelesaian persamaan diferensial dengan membagi daerah yang ditinjau dalam pias-pias kecil yang disebut elemen.Persamaan yang merupakan proses fisik misalnya aliran air diberlakukan pada elemen-elemen tersebut sehinggaa diperoleh rumusan dalam bentuk hubungan nilai-nilai yang dicari diantara elemen-elemen (Zienkiewics,1983).

Bentuk elemen yang diapakai dapat bermacam-macam bentuknya. Untuk satu dimensi bentuk elemennya adalah elemen garis. Sedangkan untuk dua dimensi adalah bentuk elemen segitiga atau segiempat.

Bentuk persamaan interpolasi untuk ϕ pada seluruh elemen adalah:

$$\ddot{o}^{(e)}(x\ y) = \sum_{i=1}^{n} N_i \ddot{o}_i \quad \text{.....(4).}$$

dengan N_i adalah fungsi dasar atau fungsi bentuk elemen segitiga yaitu :

$$N_i\ (x,y) = a_i + {}_{bix} + c_i y$$

Dengan menggunakan metode Bubnov-Galerkin persamaan pengatur untuk aliran bawah tanah adalah :

$$\int_{\dot{U}} W(x,y\ (\ \frac{\partial^2 \ddot{o}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{o}}{\partial y^2} + \ )dxdy = 0$$

.....(5)

Dengan mengalikan persamaan di atas dengan fungsi pembobot dan menerapkan teorema Green persamaan (4) menjadi :

$$-\int_{\dot{U}} \nabla j\ \ \nabla N_i\ d\Omega + \int_{\dot{U}} n_i\ \nabla j\ _i\ d\Omega = 0$$

.....(6)

Persamaan (6) adalah gabungan antara matrik kekakuan (K) dan harga (φ) dan harga (f) yang merupakan kondisi batas. Penjabaran persamaan (6) lebih lanjut akan menghasilkan bentuk persamaan linier berbentuk :

$$[K]\{j\} = \{f\}$$

Persamaan matrik di atas selanjutnya diselesaikan dengan operasi matrik standar yang ada seperti metode eliminasi Gauss atau dengan metode iterasi seperti iterasi Jacobi (Rahardjo. A.P,2001).

E. METODOLOGI

1. Objek Penelitian

Objek pada penelitian ini adalah model aliran bawah tanah pada sebuah bendung dengan tinggi air di hulu dan hilir tertentu. Model dibuat berbentuk segiempat sederhana dan elemen terdiri dari elemen segitiga tiga titik (linier)

2. Data Penelitian

Data pada penelitian ini meliputi data geometri domain model. Data geometri domain model meliputi bentuk bendung dan tanah di bawahnya.Data geometri domain dibuat dengan program Fasttabs. Bentuk geometri domain dibagi menjadi elemen-elemen kecil berbentuk segitiga. .

3. Langkah Penelitian

a. Persiapan

Langkah pertama untuk persiapan dalam penelitian ini adalah menyusun model matematik metode elemen hingga. Metode elemen hingga yang digunakan adalah metode Buvnov-Galerkin yaitu dengan mengalikan persamaan diferensialnya persamaan eliptik Laplace dengan fungsi pembobot berupa fungsi dasar elemen segitiga dengan interpolasi linier. Setelah itu menyusun matrik kekakuan elemen lokal dengan mengambil contoh satu elemen.Proses ini dilakukan secara manual.

b. Penyusunan Program

Setelah diperoleh angka kekakuan matrik lokal selanjutnya disusun program secara keseluruhan meliputi :

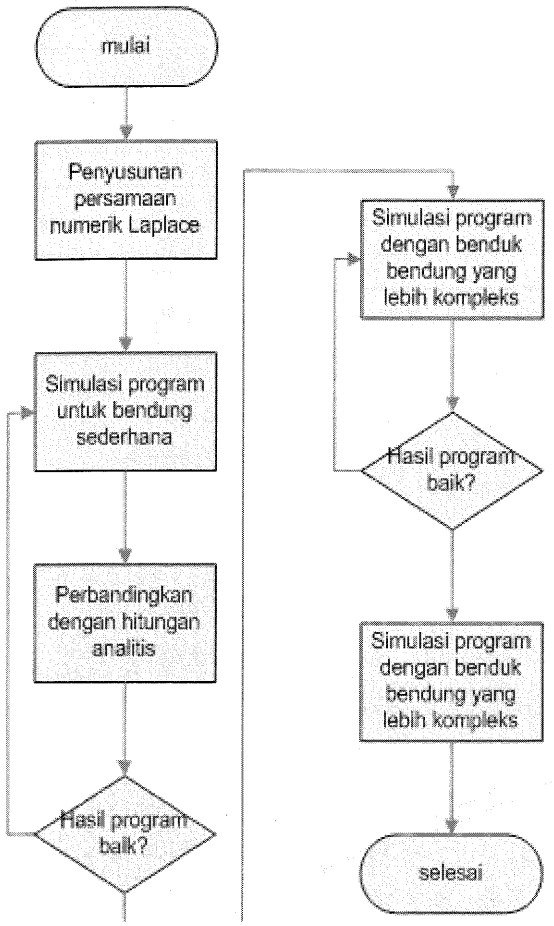
- Pembuatan jaring elemen dengan Fasttabs
- Penyusunan program utama dengan fortran P.S.
- Validasi Program

Simulasi program dicoba dulu untuk bentuk bendung sederhana dan hasilnya dibandingkan dengan hitungan secara analitis. Simulasi ini sekaligus berfungsi untuk validasi dari program.

4. Analisis Hasil Program

Hasil program nantinya adalah berupa data tinggi tekanan pada tiap node elemen dalam program Fasttabs. Setelah dibandingkan dengan hitungan secara analitis hasilnya cukup baik maka program dapat dipakai untuk mensimulasikan bentuk bendung yang lain .

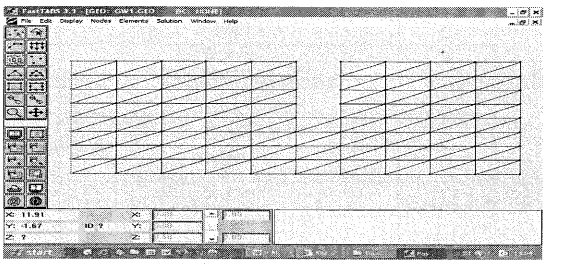
Secara singkat diagran alir penelitian ini adalah sebagai berikut :



Gambar 2. Diagram alir penelitian

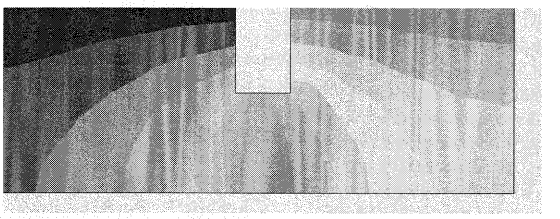
F. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Ranah perhitungan secara numerik pada bentuk bendung sederhana dapat dilihat pada Gambar 3. Ranah hitungan terdiri dari 99 titik dan 192 elemen berbentuk segitiga tiga titik (linier). Ranah hitungan berbentuk segiempat dengan bangunan berdiri di bagian tengah. Tinggi muka air di sebelah kiri bangunan (hulu) setinggi 10 m. Di bagian kanan bangunan (hilir) tinggi muka air dianggap 0 m. Air bergerak dari sebelah kiri ke sebelah kanan sesuai dengan beda potensial pada garis eqipotensial.



Gambar 3. Model Jaringan Aliran di Bawah Tanah

Hasil hitungan secara numerik dapat dilihat seperti Gambar 4. Dari gambar 4 tersebut dapat dilihat bahwa garis eqipotensial berubah dari tinggi (hulu) menuju ke titik bertekanan rendah (hilir).

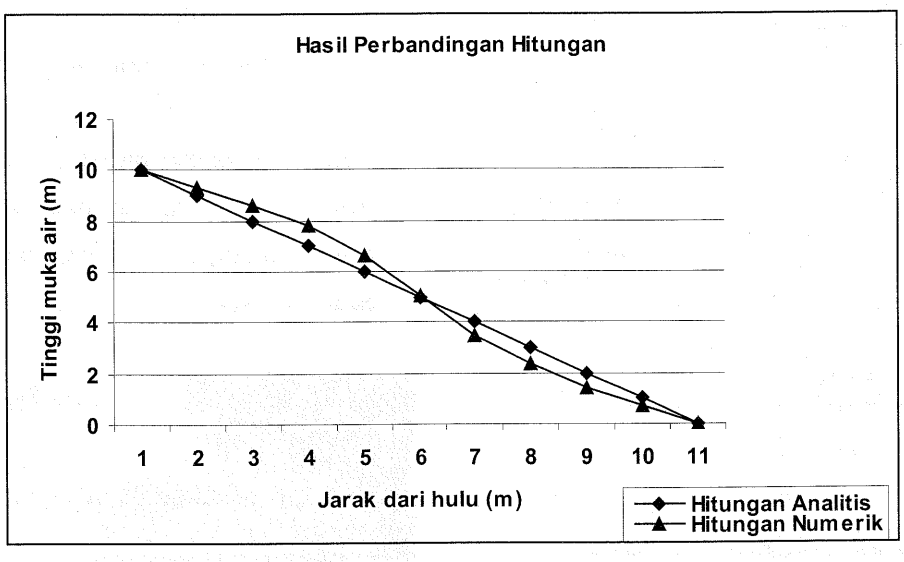


Gambar 4. Model Garis Eqipotensial Aliran di Bawah Bendung Hasil Program

Nilai di sepanjang tepi bangunan selanjutnya apabila dibandingkan dengan hitungan secara analitis dapat dilihat sebagai berikut :

Tabel 2. Hasil Perbandinagn Hitungan Analitis dengan Hitungan Numeris

No	Jarak dari Hulu	Hitungan Analitis	Hitungan Numerik
1	0	10	10
2	2,5	9	9,35
3	5	8	8,64
4	7,5	7	7,8
5	10	6	6,66
6	12,5	5	5,075
7	15	4	3,49
8	17,5	3	2,33
9	20	2	1,44
10	22,5	1	0,69
11	25	0	0



Gambar 5. Perbandingan antara Hitungan Numerik dengan Analitik

Dari Gambar 4. tersebut dapat dilihat bahwa perbedaan hitungan adalah 0,8 atau 8 % . Perbedaan 8 % ini mungkin disebabkan oleh ukuran elemen yang masih terlalu besar dan proses penggunaan elemen masih menggunakan segitiga berbentuk linier (tiga titik). Namun hasil tersebut masih dapat digunakan untuk menggambarkan garis eqipotensial pada aliran bawah tanah.

G. KESIMPULAN DAN SARAN

1. KESIMPULAN

Penggunaan motode elemen hingga untuk pemodelan garis eqipotensial aliran di bawah bendung masih cukup baik, dan memberikan kesalahan tertinggi sebesar 8 %. Kesalahan hitungan mungkin disebabkan oleh ukuran elemen masih terlalu besar dan hanya menggunakan interpolasi linier pada elemen segitiganya.

Penggunaan metode elemen hingga pada pemodelan aliran di bawah bendung dapat dikembangkan untuk bentuk – bentuk yang lebih rumit sesuai dengan kebutuhan lapangan.

2. SARAN

1. Model matematik yang digunakan pada penelitian ini sebaiknya dikembangkan untuk kondisi tanah anisotropis (koefisien permeabilitasnya berbeda-beda).
2. Perluuntukdilakukanpenelitian lanjutan dengan membuat ranah hitungan sesuai dengan model perencanaan bendung yang sesuai dengan kebutuhan lapangan.

DAFTAR PUSTAKA

Dirjen Pengairan dan DPU, 1986, " **Standar Perencanaan Irigasi Kriteria Perencanaan Bagian Bangunan Utama KP-02** ", CV Galang Persada Bandung

Dirjen Pengairan dan DPU, 1986, " **Standar Perencanaan Irigasi Kriteria Perencanaan Bagian Bangunan Utama KP-06 ",** CV Galang Persada Bandung

DPU Dirjen Pengairan Direktorat Irigasi Proyek Irigasi Andalan Daerah Istimewa Yogyakarta, 2003, " **Laporan Hasil Penyelidikan Geologi** ", CV. Karya Sejati

Koutitas, (1983) **Element of Computational Hydraulic**, Prentice Hall John Willey and Sons

Raharjo,AP.(2001),**Bahan Kuliah Model Matematik**, Fakultas Teknik Universitas Gadjah MadaYogyakarta.

Soedibyo, 2003, **" Teknik Bendungan "**, Pradnya Paramitha, Jakarta

Susatio,Y,2003,"**Dasar-Dasar Metode Elemen Hingga**",Andi Offset, Yogyakarta.

Triatmaja,R, .2001, **Model Matematik,** Bahan Kuliah Fakultas Teknik Universitas Gadjah Mada Yogyakarta.

Triatmojo, B, 1991, **Mekanika Fluida dan Hidrolika**, Jilid II, Bahan Kuliah Fakultas Teknik Universitas Gadjah Mada Yogyakarta.

Triatmojo, 1992, **Metode Numerik**, Penerbit Beta Offset, Jogjakarta

Wignyosukarto, B, 1988, **Hidrolika,** Jilid II, Bahan Kuliah Fakultas Teknik Universitas Gadjah Mada Yogyakarta.

Wignyosukarto, B, 1990, **Hidrolika Numerik**, PAU Ilmu Teknik Universitas Gadjah Mada Yogyakarta.