

## KAJIAN ANALITIK PERENCANAAN PINTU AIR PEMBANGKIT LISTRIK TENAGA AIR

Oleh  
Pradoto

### Abstrak

Pada pintu air pembangkit listrik tenaga air umumnya dipasang penguat-penguat (girder). Tujuannya agar pintu air kuat dalam menahan tekanan air. Tekanan air yang diterima oleh pintu air cukup besar karena dipasang pada kedalaman + 50 meter di bawah permukaan air. Permasalahan yang timbul adalah menentukan posisi atau letak girder pada pintu air. Secara intuisi pemasangan girder semakin ke bawah semakin rapat. Hal ini disebabkan karena semakin ke bawah tekanan air semakin besar. Sedangkan ukuran girder semuanya sama. Untuk menentukan posisi girder pada pintu air secara eksak diperlukan teori dan perhitungan.

Untuk menentukan letak girder pada pintu air pembangkit listrik tenaga air dapat menggunakan dua macam cara. Cara yang pertama didasari oleh teori dalam mekanika terapan. Sedangkan cara yang kedua didasari oleh teori atau hukum pascal. Berdasarkan cara yang pertama permasalahan dapat diformulasikan dalam bentuk persamaan nonlinier simultan. Persamaan ini diselesaikan dengan cara berulangi atau iterasi dari Newton. Sedangkan berdasarkan cara yang kedua, permasalahan dapat diformulasikan dalam bentuk rumus yang lebih sederhana. Dengan rumus tersebut permasalahan dapat diselesaikan dengan operasi aljabar biasa. Penyelesaian dengan cara yang pertama disebut cara Numerik dan dengan cara yang kedua disebut cara Analitik. Cara yang kedua ini digunakan untuk mengkaji hasil perhitungan dari cara yang pertama.

Studi kasus diambil dalam menentukan posisi girder pada pintu air Pusat Listrik Tenaga Air (PLTA) Cirata Jabar. Pintu air menggunakan 9 buah girder. Lebar pintu air 6,7 meter, tinggi 8,37 meter, dipasang pada kedalaman 45,6 meter hingga 53,97 meter. Diperhitungkan tekanan air yang harus diterima oleh pintu air adalah 2791,89 ton dan tiap girdernya 348,98 ton. Formulasi persamaan nonlinier simultan melibatkan matriks berdimensi  $7 \times 7$ . Penyelesaiannya cukup sulit dan harus menggunakan komputer. NEWJEC (The Japan Engineering Consultant) dan H. Moerdianto telah menyelesaikan persamaan tersebut secara Numerik. Penyelesaian masalah dengan cara Analitik ternyata lebih singkat, mudah dan murah. Hasil yang diperoleh ternyata dari kedua cara

tersebut ternyata tidak jauh berbeda. Ditinjau letak girder selisih rata-ratanya adalah  $6,12 \times 10^{-6}$  meter. Ditinjau dari tekanan yang harus diderita selisih rata-ratanya adalah  $9,8 \times 10^{-5}$  ton. Dengan kajian ini disarankan agar cara yang kedua digunakan untuk menentukan posisi girder pada pintu air dari PLTA yang akan dibangun.

## Pendahuluan

Suatu perencanaan sangat erat hubungannya dengan masalah optimasi. Demikian juga dalam perencanaan pintu air (gate) masalah optimasi menjadi suatu hal yang penting. Banyak faktor-faktor yang berpengaruh pada suatu perencanaan pintu air agar dapat dicapai optimasi yang tinggi. Dalam masalah pintu air pada pembangkit listrik tenaga air optimasi dilakukan hanya dengan menyeragamkan ukuran girder (penguat) saja. Ukiran girder yang seragam mempunyai keuntungan dalam pembuatannya yang mudah, cepat, dan murah.

Penyeragaman ukuran girder mengharuskan kepada perencana untuk menyusun posisi girder-girder yang digunakan sehingga masing-masing girder memperoleh gaya atau beban yang relatif sama. Penyusunan posisi girder tersebut akan membawa perencana kepada persoalan matematis yang harus diselesaikan. Variabel yang penting pada persoalan matematis tersebut adalah variabel posisi masing-masing girder. Semakin banyak girder yang digunakan semakin rumit penyelesaiannya.

Kajian ini dibuat untuk membandingkan hasil penyelesaian persoalan posisi girder yang diselesaikan dengan cara numerik dan analitik. Gagasan ini timbul karena melihat persoalan posisi girder dengan prinsip yang berbeda. Prinsip yang pertama akan mengarah pada penyelesaian dengan cara numerik. Prinsip yang kedua akan mengarah pada penyelesaian dengan cara analitik. Kedua cara tersebut akan digunakan untuk menyelesaikan persoalan yang dihadapi sebagai studi kasus dalam menentukan posisi girder pada PLTA Cirata Jawa Barat. Secara numerik studi kasus ini telah dihitung oleh NEWJEC dan diulangi oleh H.Moerdianta dengan program numeriknya. Sedangkan cara analitik digunakan sebagai kajian saja.

Konfigurasi pintu air yang akan dibahas dalam kajian ini adalah tipe pintu air vertical lift. Pintu air tipe ini berbentuk segi empat dan pada umumnya menerima beban atau tekanan air dari satu sisi saja. Agar pintu air kuat menahan beban tersebut, maka dipasang girder-girder secara horizontal. Sedangkan untuk membuka dan menutup dapat dilakukan dengan menggerakkan pintu ke arah vertikal. Konfigurasi pintu air dalam hal ini dapat dilihat pada gambar 2.

Secara analitik tekanan yang diderita oleh benda berbentuk segiempat dapat dihitung dengan integral. Prinsip yang digunakan adalah prinsip tekanan zat cair pada benda. Ilustrasi dari prinsip tersebut dapat dilihat pada gambar 1. Secara numerik posisi girder-girder diperhitungkan berdasarkan prinsip dalam mekanika terapan sehingga diperoleh persamaan nonlinier simultan.

### Formulasi Matematik

Untuk menyelesaikan persoalan matematis yang dijumpai dalam masalah ini yang pertama kali dilakukan adalah memformulasikan masalah itu. Langkah selanjutnya adalah memilih cara untuk menyelesaikannya. Dalam persoalan ini akan diformulasikan dalam bentuk persamaan nonlinier simultan dan rumus yang lebih sederhana. Bentuk persamaan nonlinier simultan akan menuju ke arah penyelesaian numerik. Sedangkan bentuk rumus akan menuju ke arah penyelesaian analitik. Di bawah ini diberikan kedua bentuk formulasi tersebut dan prinsip-prinsip yang digunakan.

### Formulasi Numerik

Karena girder dibuat seragam, maka harus disusun sedemikian rupa sehingga girder-girder tersebut menerima beban atau tekanan yang sama. Secara intuitif maksud tersebut dapat dipenuhi jika semakin ke bawah girder dipasang semakin rapat. Hal ini mengingat beban tekanan air adalah merata trapesium (lihat gambar 2).

Berdasarkan konsep pada Mekanika Teknik maka reaksi pada masing-masing girder dapat dihitung berdasarkan rumus:

$$R_1 = \frac{z_1 - z_0}{6} (z_0 + 2x_1) + \frac{z_2 - z_1}{6} (2z_1 + z_2)$$

$$R_2 = \frac{z_2 - z_1}{6} (z_1 + 2z_2) + \frac{z_3 - z_2}{6} (2z_2 + z_3)$$

.....

$$R_k = \frac{z_k - z_{k-1}}{6} (z_{k-1} + 2z_k) + \frac{z_{k+1} - z_k}{6} (2z_k + z_{k+1})$$

Untuk harga  $k = 1, 2, 3, \dots$

Agar masing-masing girder menerima beban yang sama maka dapat dilakukan penyamaan reaksi  $R_1 = R_2 = R_3 = \dots = R_k = R_1$   
 Untuk penyamaan  $R_1 = R_2$  akan diperoleh:

$$-z_0^2 - z_0 \cdot z_1 + z_1^2 + 2z_1 \cdot z_2 + z_2^2 - z_2 \cdot z_3 - z_3^2 = 0$$

Demikian selanjutnya jika diadakan penyamaan antara  $R_2 = R_3$   
 $R_3 = R_4, \dots, R_{k-1} = R_k$  akan diperoleh persamaan umum:

$$-z_{k-1}^2 - z_{k-1} \cdot z_k + z_k^2 + 2z_k \cdot z_{k+1} + z_{k+1}^2 - z_{k+1} \cdot z_{k+2} - z_{k+2}^2 = 0 \quad \dots (1)$$

Rumus (1) tersebut digunakan sebagai dasar untuk menyusun persamaan nonlinier simultan. Persamaan nonlinier simultan yang telah disusun secara intuitif sangat sulit jika harus diselesaikan dengan cara analitik. Cara untuk menyelesaikan persamaan nonlinier simultan tersebut harus dengan komputasi numerik (metode iterasi Newton).

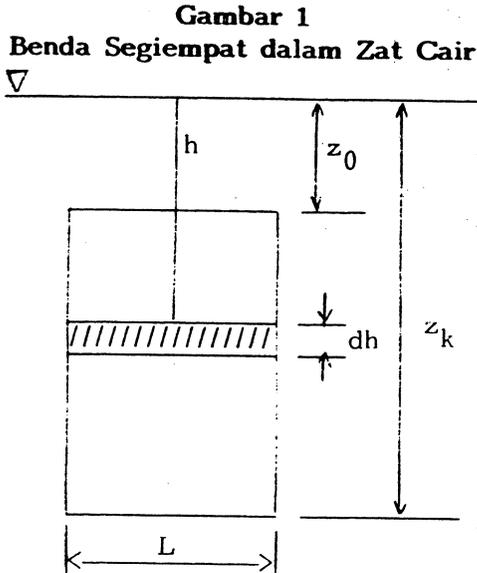
**Formulasi Analitik**

Untuk menghitung gaya dari tekanan zat cair digunakan hukum Pascal. Hukum Pascal menyatakan bahwa gaya dari tekanan zat cair pada suatu luasan A pada kedalaman h adalah p dan dapat diformulasikan dalam bentuk:

$$p = \rho \cdot h \cdot A \quad \dots (2)$$

Dalam hal ini  $\rho$  adalah berat spesifik dari zat cair.

Rumus tersebut dapat digunakan untuk menghitung gaya dari tekanan zat cair pada segiempat yang mempunyai lebar L dan tinggi t yang dimasukkan ke dalam zat cair dengan kedalaman tertentu. Sehubungan dengan masalah yang dihadapi, maka persoalan gaya pada girder dapat dihitung sebagai berikut (lihat gambar 1).



Luas segiempat dibagi menjadi elemen-elemen strip yang sejajar dengan permukaan air. Luas satu elemen yang berada pada kedalaman  $h$  dari permukaan adalah:

$$dA = L \cdot dh \quad \dots (3)$$

Tekanan dari elemen tersebut adalah:

$$dp = \rho \cdot h \cdot dA \quad \dots (4)$$

Dari persamaan (3) dan (4) diperoleh persamaan:

$$dp = \rho \cdot h \cdot L \cdot dh \quad \dots (5)$$

Berdasarkan persamaan (5) besarnya tekanan seluruhnya adalah:

$$P = \int \rho \cdot L \cdot h \cdot dh$$

Harga  $h$  adalah dari  $z_k$  sampai  $z_0$  maka diperoleh:

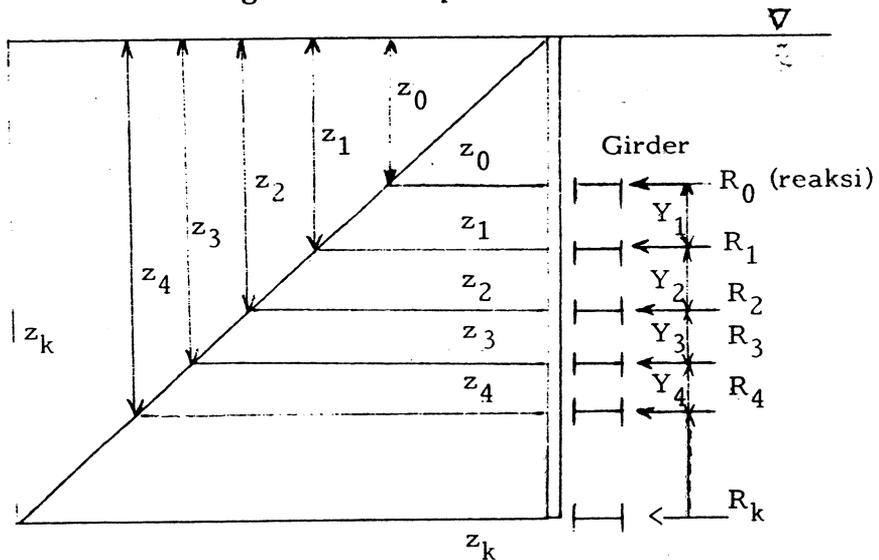
$$\begin{aligned} P &= \int_{z_0}^{z_k} \rho \cdot L \cdot h \cdot dh \\ &= \rho \cdot L \int_{z_0}^{z_k} h \cdot dh = \rho \cdot L \left[ \frac{1}{2} h^2 \right]_{z_0}^{z_k} \\ &= \rho \cdot L \left( \frac{1}{2} z_k^2 - \frac{1}{2} z_0^2 \right) = \frac{1}{2} \rho \cdot L (z_k^2 - z_0^2) \end{aligned}$$

Karena harga  $\rho = 1$  maka besarnya tekanan  $P$  adalah:

$$P = \frac{1}{2} L (z_k^2 - z_0^2) \quad \dots (6)$$

Untuk menjaga agar masing-masing girder menahan beban tekanan yang sama maka dapat digunakan prinsip bahwa tekanan  $P$  tersebut dibagi dengan banyaknya girder yang digunakan. Adapun jumlah girder yang dipakai untuk membagi tekanan  $P$  tersebut harus dilihat konfigurasi girder dalam pintu airnya. Di bawah ini diberikan gambar konfigurasi girder pada pintu air.

**Gambar 2**  
**Konfigurasi Girder pada Pintu Air**



Oleh karena girder-girder tersebut menjadi batas dari bidang tekanan, maka pembagi tekan  $P$  adalah banyaknya girder dikurangi satu. Misalkan banyaknya girder  $n$ , maka pembagi tekanan  $P$  adalah  $n-1$ . Sehingga, tekanan rata-rata yang harus diterima oleh masing-masing girder (selain girder awal dan akhir) adalah:

$$P_r = \frac{P}{n-1} \quad \dots (7)$$

Kegunaan tekanan rata-rata  $P_r$  dalam persamaan (7) tersebut digunakan untuk menghitung kedalaman masing-masing girder dari  $z_0$  hingga  $z_k$ . Jika kedalaman suatu girder dengan girder lainnya adalah  $z_k$  dan  $z_{k-1}$  maka rumus (6) dapat digunakan untuk menghitung kedalaman girder yang

belum diketahui (salah satu dari  $z_k$  atau  $z_{k-1}$ ). Caranya adalah dengan mengganti  $P$  dengan harga  $P_r$  dan  $z_k$  dan  $z_0$  masing-masing dengan  $z_k$  dan  $z_{k-1}$ . Sehingga dari persamaan (6) akan diperoleh rumus sebagai berikut:

$$P_r = \frac{1}{2} L (z_k^2 - z_{k-1}^2) \text{ untuk } k=1, 2, 3, \dots$$

Misalkan harga  $z_{k-1}$  diketahui maka:

$$z_k^2 - z_{k-1}^2 = \frac{P_r}{\frac{1}{2} L}$$

$$z_k^2 = \frac{2 \cdot P_r}{L} + z_{k-1}^2$$

Untuk harga  $z_k$  positif diperoleh:

$$z_k = \sqrt{\frac{2 \cdot P_r}{L} + z_{k-1}^2} \quad \dots (8)$$

Rumus (8) tersebut merupakan rumus utama untuk menghitung posisi girder dan selanjutnya dapat diketahui jarak antara masing-masing girder, yaitu  $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_k$ .

Misalkan posisi kedalaman girder  $z_k$  dan  $z_{k-1}$  telah diketahui maka dengan mudah jarak antara kedua girder tersebut dapat dihitung dengan jalan mengurangkan besaran  $z_k$  dengan  $z_{k-1}$ . Jarak antara kedua girder tersebut dapat diformulasikan sebagai berikut:

$$Y_k = z_k - z_{k-1} \quad \dots (9)$$

Untuk harga  $k = 1, 2, 3, \dots$

$Y_k$  adalah jarak antara kedua girder yang saling berdekatan.

### Studi Kasus

Untuk menghitung jarak girder diambil contoh dari pintu air Pusat Listrik Tenaga Air (PLTA) Cirata. Jarak girder tersebut telah dihitung dengan konsultan NEWJEC (The New Japan Engineering Consultant, Inc-Osaka Japan) dari Jepang. Selain itu, juga telah dihitung oleh H. Moerdianta secara numerik. Konfigurasi girder seperti pada gambar 2. Jumlah girder yang digunakan adalah 9 buah dipasang secara mendatar untuk menopang pintu vertikal pada satu sisi dari pintu air tersebut.

Pintu air pada PLTA Cirata mempunyai girder yang paling atas berada 45,6 meter di bawah permukaan air. Girder yang paling bawah berada 53,97 meter di bawah permukaan air. Lebar pintu air adalah 6,7 meter. Data-data tersebut akan digunakan untuk menghitung jarak masing-masing girder.

**Komputasi Numerik**

Sebelum menghitung jarak kedalaman girder  $z_k$  dengan cara numerik maka harus disusun persamaan nonlinier simultan terlebih dahulu. Untuk menyusun persamaan tersebut digunakan rumus (1) dengan harga  $k=1, 2, \dots, 6$ . Berdasarkan rumus (1) diperoleh persamaan nonlinier simultan sebagai berikut:

$$\left. \begin{aligned}
 -z_0^2 - z_0 \cdot z_1 + z_1^2 + 2 \cdot z_1 \cdot z_2 + z_2^2 - z_2 \cdot z_3 - z_3^2 &= 0 \\
 -z_1^2 - z_1 \cdot z_2 + z_2^2 + 2 \cdot z_2 \cdot z_3 + z_3^2 - z_3 \cdot z_4 - z_4^2 &= 0 \\
 -z_2^2 - z_2 \cdot z_3 + z_3^2 + 2 \cdot z_3 \cdot z_4 + z_4^2 - z_4 \cdot z_5 - z_5^2 &= 0 \\
 -z_3^2 - z_3 \cdot z_4 + z_4^2 + 2 \cdot z_4 \cdot z_5 + z_5^2 - z_5 \cdot z_6 - z_6^2 &= 0 \\
 -z_4^2 - z_4 \cdot z_5 + z_5^2 + 2 \cdot z_5 \cdot z_6 + z_6^2 - z_6 \cdot z_7 - z_7^2 &= 0 \\
 -z_5^2 - z_5 \cdot z_6 + z_6^2 + 2 \cdot z_6 \cdot z_7 + z_7^2 - z_7 \cdot z_8 - z_8^2 &= 0 \\
 -z_6^2 + 2 \cdot z_7^2 - z_8^2 &= 0
 \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

Dalam sistem persamaan (10) tersebut harga  $z_0$  dan  $z_8$  telah diketahui harganya, yaitu  $z_0 = 45,6$  m dan  $z_8 = 53,97$  m. Harga-harga  $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6,$  dan  $z_7$  dihitung dari persamaan nonlinier simultan (10) dengan iterasi Newton.

Untuk menyelesaikan persamaan (10) dengan iterasi Newton maka perlu disusun operasi matriks sebagai berikut:

- a. Misalkan fungsi-fungsi  $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6,$  dan  $f_7$  merupakan harga dari masing-masing persamaan (10) dari atas ke bawah. Fungsi-fungsi tersebut dapat disusun menjadi matriks kolom  $[ F_k ]$ .
- b. Misalkan matriks N adalah matriks yang mempunyai elemen-elemen dari turunan parsial masing-masing fungsi  $f_1,$

...,  $f_7$  ke arah masing-masing variabel  $z_1, \dots, z_7$ . Matriks  $[N]$  ini merupakan matriks berukuran  $7 \times 7$ .

- c. Misalkan harga awal dari  $z_1, \dots, z_7$  adalah  $z_{10}, \dots, z_{70}$ .  
 d. Menghitung harga selisih  $u_1, \dots, u_7$  yang dibentuk matriks kolom  $[U_k]$  dengan operasi matriks:

$$[U_k] = [N]^{-1} \cdot [F_k]$$

- e. Harga pendekatan kedua adalah:

$$z_{kl} = z_{k0} - u_k \quad (\text{untuk } k = 1, 2, \dots, 7).$$

- f. Harga pendekatan pada langkah e digunakan kembali untuk menghitung harga selisih  $u_k$  pada langkah d. Kemudian melangkah lagi ke langkah e.

- g. Langkah f dilakukan berulang kali (iterasi) sehingga diperoleh harga  $u_k$  yang cukup kecil.

Karena untuk menyelesaikan persamaan (10) melibatkan operasi invers matriks berukuran  $7 \times 7$  maka penyelesaian tersebut memerlukan alat hitung yang cukup canggih. Jika dihitung dengan kalkulator maka akan memerlukan waktu yang lama sekali. Oleh sebab itu, harus dikerjakan dengan komputer.

### Komputasi Analitik

Untuk menghitung jarak kedalaman girder  $z_k$  dan jarak antara girder yang satu dengan yang lain  $Y_k$  secara analitik dapat menggunakan rumus (8) dan (9). Dari data yang telah diketahui dapat ditetapkan bahwa besarnya  $z_0 = 45,6\text{m}$ ;  $L = 6,7\text{m}$  dan  $z_8 = 53,97\text{m}$ . Berdasarkan rumus (6) besarnya tekanan seluruhnya adalah:

$$P = \frac{1}{2} \cdot L \cdot (z_k^2 - z_0^2) \quad \text{untuk } k = 8 \text{ diperoleh}$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot L \cdot (z_8^2 - z_0^2) = \frac{1}{2} \cdot 6,7 \cdot (53,97^2 - 45,6^2)$$

$$= 3,35 \cdot (2912,7609 - 2079,36) = 3,35 \cdot 833,4009$$

$$P = 2791,893015 \text{ ton.}$$

Besarnya tekanan rata-rata yang harus didukung oleh setiap girder dapat dihitung dengan rumus (7). Mengingat bahwa jumlah girder 9 maka diperoleh:

$$P_r = \frac{P}{n - 1} = \frac{P}{9 - 1} = \frac{2791,893015}{8} = 348,9866269 \text{ ton.}$$

Selanjutnya dengan menggunakan rumus (8) dapat dihitung secara berturut-turut jarak kedalaman girder  $z_1, z_2, z_3, z_4,$

$z_5, z_6, z_7$  dan  $z_8$  sebagai berikut:

$$z_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot P_r}{L} + z_0^2} = \sqrt{\frac{2.348,9866269}{6,7} + 45,6^2} = 46,72831168\text{m.}$$

$$z_2 = \sqrt{104,1751125 + z_1^2} = \sqrt{104,1751125 + 46,72831168^2} \\ = 47,83001385\text{m.}$$

$$z_3 = \sqrt{104,1751125 + 47,83001385^2} = 48,9069048\text{m}$$

$$z_4 = \sqrt{104,1751125 + 48,9069048^2} = 49,96058896\text{m}$$

$$z_5 = \sqrt{104,1751125 + 49,96058896^2} = 50,99250496\text{m}$$

$$z_6 = \sqrt{104,1751125 + 50,99250496^2} = 52,00394864\text{m}$$

$$z_7 = \sqrt{104,1751125 + 52,00394864^2} = 52,99609219\text{m}$$

$$z_8 = \sqrt{104,1751125 + 52,99609219^2} = 53,97\text{m}$$

Dari hasil perhitungan jarak kedalaman girder tersebut dapat dihitung jarak antara satu girder dengan girder yang lain dengan menggunakan rumus (9) sebagai berikut:

$$Y_1 = z_1 - z_0 = 46,72831168 - 45,6 = 1,12831168\text{m.}$$

$$Y_2 = z_2 - z_1 = 47,83001385 - 46,72831168 = 1,10170217\text{m.}$$

$$Y_3 = z_3 - z_2 = 48,90690480 - 47,83001385 = 1,07689095\text{m.}$$

$$Y_4 = z_4 - z_3 = 49,96058896 - 48,90690480 = 1,05368416\text{m.}$$

$$Y_5 = z_5 - z_4 = 50,99250496 - 49,96058896 = 1,03191600\text{m.}$$

$$Y_6 = z_6 - z_5 = 52,00394864 - 50,99250496 = 1,01144368\text{m.}$$

$$Y_7 = z_7 - z_6 = 52,99609219 - 52,00394864 = 0,99214355\text{m.}$$

$$Y_8 = z_8 - z_7 = 53,97 - 52,99609219 = 0,97390781\text{m.}$$

### Hasil-hasil Komputasi Numerik dan Analitik

Di bawah ini diberikan hasil-hasil komputasi numerik dan analitik. Hasil komputasi numerik diperoleh dari penyelesaian persamaan nonlinier simultan (10). Hasil-hasil komputasi meliputi posisi girder dari permukaan air, jarak girder satu dengan yang lain dan besarnya reaksi atau beban pada masing-masing girder. Hasil-hasil tersebut dapat dilihat dalam tabel 1, tabel 2, dan tabel 3.

**Tabel 1**  
**Jarak Girder dari Permukaan Air (m)**

Simbol	Newjec (Numerik)	Program (Numerik)	Analitik	Selisih $\cdot 10^{-5}$
$z_0$	45,5	45,6	45,6	0
$z_1$	46,74	46,72836	46,72831168	4,832
$z_2$	47,86	47,83005	47,83001385	3,615
$z_3$	49,95	48,90691	48,90690480	0,520
$z_4$	50,02	49,96057	49,96058896	-1,896
$z_5$	51,07	50,99247	50,99250496	-3,496
$z_6$	52,10	52,00390	52,00394864	-4,864
$z_7$	53,11	52,99605	52,99609219	-4,219
$z_8$	53,97	53,97	53,97	0

**Tabel 2**  
**Jarak Antar Girder (m)**

Simbol	Newjec (Numerik)	Program (Numerik)	Analitik	Selisih $\cdot 10^{-5}$
$Y_1$	1,14	1,128361	1,12831168	4,932
$Y_2$	1,12	1,101685	1,10170217	-1,717
$Y_3$	1,09	1,076866	1,07689095	-2,495
$Y_4$	1,07	1,053661	1,05368416	-2,316
$Y_5$	1,05	1,031895	1,03191600	-2,100
$Y_6$	1,03	1,011433	1,01144368	-1,068
$Y_7$	1,01	0,9921456	0,99214355	0,206
$Y_8$	0,86	0,9739571	0,97390781	4,929

**Tabel 3**  
**Beban Tiap Girder (ton)**

Simbol	Newjec (Numerik)	Program (Numerik)	Analitik	Selisih $\cdot 10^{-3}$
R <sub>0</sub>	175,598	173,7901	173,7825064	7,5936
R <sub>1</sub>	353,818	349,0249	349,0197582	5,1418
R <sub>2</sub>	354,258	349,0102	349,0168068	-6,6068
R <sub>3</sub>	354,154	349,0065	349,0142330	-7,7330
R <sub>4</sub>	355,195	349,0045	349,0119750	-7,4750
R <sub>5</sub>	355,809	349,0042	349,0099832	-5,7832
R <sub>6</sub>	356,006	349,0063	349,0082174	-1,9174
R <sub>7</sub>	332,394	349,0155	349,0066445	8,8555
R <sub>8</sub>	154,662	175,0317	175,0228906	8,8094

Dari tabel 1 dapat dihitung bahwa selisih rata-rata antara program numerik dan analitik adalah  $-0,612 \cdot 10^{-5}$  m. Sedangkan selisih rata-rata mutlaknya adalah  $2,605 \cdot 10^{-5}$  m.

Dari tabel 2 dapat dihitung bahwa selisih rata-rata antara program numerik dan analitik adalah  $4,56 \cdot 10^{-8}$  m. Sedangkan selisih rata-rata mutlaknya adalah  $2,196 \cdot 10^{-5}$  m.

Dari tabel 3 dapat dihitung bahwa selisih rata-rata antara program numerik dan analitik adalah  $9,837 \cdot 10^{-5}$  ton. Sedangkan selisih rata-rata mutlaknya adalah  $6,66 \cdot 10^{-3}$  ton.

Harga-harga selisih di atas menunjukkan bahwa antara hasil dari cara numerik dan analitik tidak jauh berbeda. Dari segi penempatan girder terdapat kesalahan rata-rata (mutlak) sebesar  $2,196 \times 10^{-5}$  meter atau 0,00002196 meter. Dari segi beban yang diterima oleh masing-masing girder terdapat kesalahan rata-rata (mutlak) sebesar  $6,66 \cdot 10^{-3}$  ton atau 0,00666 ton.

### Kesimpulan

1. Untuk menentukan posisi girder pintu air PLTA terhadap permukaan air dapat menggunakan cara numerik atau analitik. Kedua cara tersebut masing-masing didasari oleh

prinsip yang berbeda pada permasalahan yang sama. Setiap prinsip dapat diformulasikan dalam bentuk persamaan matematis.

2. Cara analitik untuk menentukan posisi girder terhadap permukaan air mempunyai persamaan yang lebih sederhana. Hal ini sangat menguntungkan jika dilihat dari jangka waktu untuk menghitung, kemudahan dan biaya.
3. Kemampuan menghitung cara analitik tetap perlu dikembangkan walaupun cara numerik dengan alat hitungnya semakin berkembang pesat.
4. Banyaknya girder dalam komputasi analitik tidak menjadi masalah pada proses perhitungannya. Sedangkan dalam komputasi numerik banyaknya girder sangat berpengaruh terhadap dimensi matriksnya dan pengambilan harga awal iterasi. Semakin banyak girder yang digunakan semakin besar dimensi matriksnya dan semakin banyak harga awal yang harus ditetapkan.
5. Cara analitik dapat digunakan untuk menentukan posisi girder pada pintu air PLTA.

## Daftar Pustaka

- Chapra, S.C & Canale. 1991. *Metode Numerik untuk Teknik*. Jakarta: UI Press.
- Conte, S & Cul de Boor. 1991. *Analisis Numerik Elementer*. Jakarta: UI Press.
- Harijono, D. 1983. *Metode Numerik*. Bandung: Erlangga.
- Moerdianta, H. 1993. "Persamaan Nonlinier Simultan pada Perencanaan Pintu Air PLTA". Makalah dalam Seminar Komputasi Numerik dan Aplikasi Industri, KPTU UGM.
- Rida Ismu Windyarto. 1991. *Komputasi Numerik*. UGM.
- Suhendro. 1991. *Kuliah Singkat Pemrograman Komputer untuk Analisis Numerik*, UGM.

