



## Analisa Kestabilan Bebas Kecanduan pada Penyebaran Penggunaan Media Sosial berdasarkan Model SEARQS

Ratna Widayati<sup>1\*</sup>, Intrada Reviladi<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Departemen Matematika, Universitas Nahdlatul Ulama Al Ghazali, Cilacap, Indonesia

<sup>2</sup> Departemen Matematika, Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta, Indonesia

\* Corresponding Author. E-mail: [ratnawidayati1708@gmail.com](mailto:ratnawidayati1708@gmail.com)

### ARTICLE INFO

#### Article History:

Received: 24-Mar. 2023

Revised: 12-May. 2023

Accepted: 15-Jul. 2023

#### Keywords:

Kecanduan media sosial,  
kestabilan, model  
SEARQS, titik ekuilibrium

### ABSTRACT

Penelitian ini membahas mengenai model penyebaran penggunaan media sosial dan analisa kestabilan di sekitar titik ekuilibrium serta simulasi numeriknya dengan mengasumsikan populasi individu dibagi menjadi lima kelas yaitu individu yang rentan terhadap kecanduan media sosial, individu yang menggunakan media sosial tetapi belum timbul kecanduan, individu kecanduan/adiktif media sosial, individu sembuh dari kecanduan media, dan individu yang berhenti menggunakan media sosial. Model matematika yang digunakan adalah SEARQS dengan asumsi tidak ada kematian karena kecanduan media sosial. Selain itu, individu yang telah berhenti dari kecanduan media sosial, dapat kembali menjadi individu rentan. Permasalahan yang timbul dari penyebaran penggunaan media sosial yang berlebihan adalah bagaimana mengetahui kapan individu yang kecanduan media sosial akan menghilang dari populasi dan kapan individu yang kecanduan media sosial masih akan tetap ada di dalam populasi. Berdasarkan model, diperoleh titik ekuilibrium bebas kecanduan dan titik ekuilibrium endemik. Analisa kestabilan dilakukan di sekitar titik ekuilibrium bebas kecanduan, diperoleh hasil bahwa titik ekuilibrium bebas kecanduan stabil asimtotik lokal jika dipenuhi syarat  $R_0 < 1$ . Selanjutnya dilakukan simulasi numerik dengan menggunakan program MATLAB, jika  $R_0 < 1$  populasi individu yang kecanduan media sosial akan menghilang dari populasi sesaat setelah 10 satuan waktu, sedangkan jika  $R_0 > 1$  individu yang kecanduan media sosial masih ada dalam populasi.

*In this paper we discussed about the model of social media addiction and stability analysis of the equilibrium point as well as its numerical simulation by assuming the individual population is divided into five classes, namely Susceptible individual, Expose individuals, Addicted individuals, Recover individuals, and Quit individuals. The SEARQS model is used. The assumptios used are no deaths due to social media addiction. In addition, individuals who have quit social media addiction may return to being Susceptible individuals. The problem that arises from the spread of excessive use of social media is how to know when individuals who are addicted to social media will disappear from the population and when individuals who are addicted to social media will still be in the population. Based on the model, an addiction-free equilibrium point and an endemic equilibrium point are obtained. The stability analysis was carried out around the addiction-free equilibrium point and the result was that the addiction-free equilibrium point was locally asymptotically stable if the condition  $R_0 < 1$  was fulfilled. Furthermore, a numerical simulation using the MATLAB program results if  $R_0 < 1$ , the population of individuals who are addicted to social media will disappear from the population shortly after 10 time units, whereas if  $R_0 > 1$ , individuals who are addicted to social media are still in the population.*



This is an open access article under the [CC-BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license



#### How to Cite:

Widayati, R., & Reviladi, I. (2023). Analisa kestabilan bebas kecanduan pada penyebaran penggunaan media sosial berdasarkan model SEARQS. *Pythagoras: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 18(1), 37-47. <https://doi.org/10.21831/pythagoras.v18i1.59556>

<https://doi.org/10.21831/pythagoras.v18i1.59556>

## PENDAHULUAN

Perkembangan teknologi merupakan sesuatu hal yang pasti dan tidak dapat dihindari. Perkembangan teknologi yang pesat menandakan suatu wilayah berkembang lebih baik. Kemajuan teknologi di suatu negara dalam beberapa tahun terakhir ditandai dengan akses internet yang cukup lancar (Alemneh, 2020) sehingga muncul produk-produk *handphone* dengan teknologi terbaru. Produk *handphone* yang awalnya hanya digunakan untuk panggilan seluler ataupun pesan singkat, menjadi *handphone* dengan teknologi terbaru yang disebut *smartphone*. Operasional *smartphone* membutuhkan ketrampilan untuk mempelajarinya sehingga penyebaran *smartphone* sangat tinggi dikalangan remaja dan dewasa. Seiring dengan penyebaran *smartphone* dan perkembangan teknologi didalamnya yang terus meningkat, fasilitas komunikasi yang disediakan juga berkembang. Aplikasi yang terinstal di *smartphone* memudahkan orang berkomunikasi tidak hanya orang per orang dengan pesan pribadi, akan tetapi dengan orang dalam jumlah banyak yang disebut media sosial. Media sosial ini menjadi sangat populer terutama dikalangan remaja dan dewasa (Wu et al., 2013) karena dapat menunjukkan eksistensi seseorang di lingkungan sosial. Media sosial yang dimaksud diantaranya Facebook, Intagram, Twitter dan TikTok. Wu et al. (2013) memperkirakan dalam penelitiannya 55% remaja dan 82% dewasa menggunakan media sosial secara teratur. Selain sebagai alat komunikasi, menurut Alemneh (2020) media sosial pada saat ini digunakan untuk mencari informasi, pemecahan masalah, berbisnis dan belajar secara mandiri. Bagi kehidupan akademik, penggunaan media sosial yang tinggi berdampak pada siswa sebagai sarana membuat koneksi untuk berbagai tujuan (Tayo et al., 2019).

Pada dasarnya, media sosial menimbulkan dampak positif pada berbagai aspek yang telah disebutkan. Akan tetapi, penggunaan media sosial yang berlebihan dapat menghilangkan fungsi positif tersebut dan mengakibatkan timbulnya dampak negatif (Monacis et al., 2017), sebagai contoh dapat menimbulkan gejala kecemasan dan insomnia. Dampak negatif yang menjadi masalah serius secara bertahap adalah kecanduan media sosial (Simsek et al., 2019). Dalam penelitiannya, Hou et al. (2019) menjelaskan bahwa kecanduan media sosial berdampak negatif terhadap kesehatan mental dan kinerja akademik mahasiswa. Simsek et al. (2019) menjelaskan bahwa siswa yang mempunyai skor kecanduan media sosial tinggi mendapat skor manajemen waktu yang rendah. Selain itu, skor kecanduan media sosial yang tinggi menimbulkan gejala emosional dan skor perilaku sosial yang lebih rendah. Hal tersebut menjadi masalah serius yang seharusnya diperhatikan para orang tua dalam mengawasi anaknya. Oleh karena itu, perlu adanya penanganan untuk meminimalisir penyebaran kecanduan media sosial agar tidak menjadi epidemi (Chakraborty et al., 2010).

Penelitian mengenai penyebaran penyakit adiktif terhadap alkohol, rokok, narkoba, *game online* dan media sosial telah banyak dilakukan (Alemneh, 2020). Beberapa penelitian membahas mengenai dinamika model populasi peminum alkohol dengan pengaruh media (Sharma & Samanta, 2013); Ma et al., 2015). Cui et al. (2008) membahas mengenai dampak media terhadap penyakit menular. Khajji et al. (2020) membahas mengenai model matematika untuk populasi peminum alkohol dengan perawatan. Samanta et al. (2013) membahas mengenai model matematika untuk menguji pengaruh *awareness programs* melalui media terhadap prevalensi penyakit menular. Guo dan Li (2020) membahas mengenai dinamika pecandu *game online* dengan membagi populasi menjadi lima kelas. Ishaku et al. (2018) membahas mengenai dampak media sosial pada prestasi akademik mahasiswa perguruan tinggi. Pada penelitiannya, Ishaku et al. (2018) membagi kelas populasi berdasarkan tingkat keaktifan mahasiswa bersosial media. Ishaku et al. (2018) mengasumsikan bahwa mahasiswa yang aktif dan mahasiswa yang kurang aktif bersosial media dapat menularkan pengaruh bersosial media. Selain itu, terdapat penelitian dari Alemneh (2020) serta Alemneh & Alemu (2021) yang membahas mengenai dinamika kecanduan media sosial dengan membagi populasi menjadi lima kelas. Alemneh (2020) mengasumsikan terdapat kematian karena kecanduan media sosial pada kelas populasi adiktif. Alemneh (2020) juga mengasumsikan populasi individu yang telah memutuskan untuk tidak menggunakan sosial media tidak berpotensi untuk kembali berminat untuk menggunakan sosial media. Selain itu, Alemneh (2020) membagi individu dari kelas populasi dengan frekuensi rendah sosial media menjadi peluang ketika menuju populasi individu dengan adiktif media sosial dan individu sembuh dari adiktif media sosial.

Oleh karena itu, pada penelitian ini akan dibahas mengenai dinamika model matematika pada penyebaran penggunaan media sosial dengan membagi populasi menjadi lima kelas kemudian mengasumsikan tidak ada kematian karena kecanduan media sosial. Selain itu, penelitian ini mengasumsikan individu yang telah memutuskan untuk tidak menggunakan sosial media, mempunyai kemungkinan kembali rentan terhadap

penggunaan media sosial dan individu dari kelas frekuensi rendah penggunaan media sosial tidak dibagi dalam peluang.

**METODE**

**Model Penyebaran Penggunaan Media Sosial**

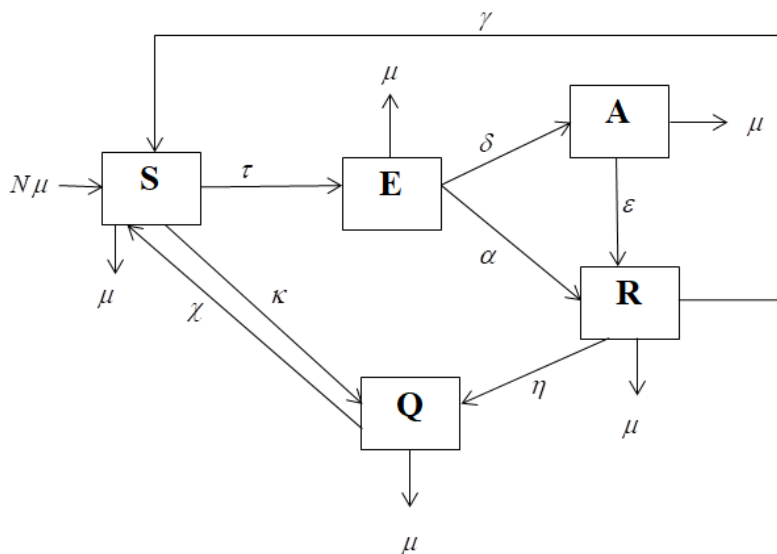
Pada bagian ini, dijabarkan mengenai pembentukan model matematika pada kecanduan media sosial. Model yang akan digunakan pada penelitian ini adalah model SEARQS. Berikut ini asumsi-asumsi yang digunakan sebagai dasar pembentukan model matematika.

1. Laju kelahiran alami sama dengan laju kematian alami.
2. Tidak ada kematian karena kasus kecanduan media sosial.
3. Individu yang secara permanen tidak menggunakan media sosial dan berhenti menggunakan media sosial dapat kembali menjadi individu rentan.
4. Masing-masing populasi memiliki laju kematian alami yang sama.

Pada pembentukan model ini diasumsikan bahwa populasi dibagi menjadi lima kelas, yakni individu rentan (*S*) adalah individu rentan terhadap kecanduan media sosial, individu terpapar/*exposed* (*E*) adalah individu yang menggunakan media sosial tetapi belum timbul kecanduan, individu aktif (*A*) adalah individu yang kecanduan media sosial, individu sembuh (*R*) adalah individu yang sembuh dari kecanduan media sosial, dan individu *Quit* (*Q*) adalah individu yang berhenti menggunakan media sosial.

Kelahiran individu akan masuk ke dalam populasi rentan dengan laju kelahiran  $\mu$ . Individu rentan berinteraksi dengan individu yang kecanduan media sosial dengan laju interaksi  $\tau$ . Interaksi tersebut mempengaruhi individu rentan menjadi individu yang menggunakan media sosial, namun belum sampai tahap kecanduan (*exposed*). Individu yang *exposed* menjadi kecanduan dan bergabung dengan populasi yang kecanduan dengan laju  $\delta$ , sedangkan individu *exposed* yang sembuh melalui pengobatan memiliki laju  $\alpha$ . Individu yang kecanduan pindah ke kelas pemulihan dengan laju  $\varepsilon$  melalui pendidikan dan/atau perawatan. Individu yang sembuh kembali menjadi rentan terhadap kecanduan media sosial dengan laju  $\gamma$ , sedangkan individu sembuh yang berhenti menggunakan media sosial dengan laju  $\eta$ . Individu rentan yang berhenti menggunakan media sosial dengan laju  $\kappa$ , sedangkan individu yang tidak menggunakan media sosial dapat menjadi individu rentan dengan laju  $\chi$ . Masing-masing populasi memiliki tingkat kematian alami ( $\mu$ ) yang sama.

Berdasarkan asumsi model tersebut, dapat dibentuk diagram transfer model matematika pada penggunaan media sosial sebagai berikut.



Gambar 1. Diagram transfer model matematika pada penyebaran penggunaan media sosial

Berdasarkan diagram transfer Gambar 1 dapat dibentuk model matematika berupa Sistem Persamaan Diferensial sebagai berikut :

$$\frac{dS}{dt} = N\mu - (\mu + \kappa)S + \gamma R - \tau SA + \chi Q \tag{1a}$$

$$\frac{dE}{dt} = \tau SA - (\mu + \delta + \alpha)E \tag{1b}$$

$$\frac{dA}{dt} = \delta E - (\mu + \varepsilon)A \tag{1c}$$

$$\frac{dR}{dt} = \alpha E + \varepsilon A - (\mu + \gamma + \eta)R \tag{1d}$$

$$\frac{dQ}{dt} = \eta R + \kappa S - (\mu + \chi)Q, \tag{1e}$$

dengan total populasi  $N = S + E + A + R + Q$ , untuk  $S, E, A, R, Q \geq 0$  dan  $0 \leq \mu, \kappa, \gamma, \tau, \chi, \delta, \alpha, \varepsilon, \eta < 1$ . Sistem (1) dapat dibentuk menjadi

$$\frac{ds}{dt} = \mu - (\mu + \kappa)s + \gamma r - \beta sa + \chi q \tag{2a}$$

$$\frac{de}{dt} = \beta sa - (\mu + \delta + \alpha)e \tag{2b}$$

$$\frac{da}{dt} = \delta e - (\mu + \varepsilon)a \tag{2c}$$

$$\frac{dr}{dt} = \alpha e + \varepsilon a - (\mu + \gamma + \eta)r \tag{2d}$$

$$\frac{dq}{dt} = \eta r + \kappa s - (\mu + \chi)q, \tag{2e}$$

dengan

$$s = \frac{S}{N}, e = \frac{E}{N}, a = \frac{A}{N}, r = \frac{R}{N}, q = \frac{Q}{N} \tag{3}$$

dan

$$\beta = \tau N. \tag{4}$$

Selanjutnya didefinisikan himpunan

$$\Omega = \{(s, e, a, r, q) \in \mathbb{R}_+^5 | s + e + a + r + q = 1\}$$

yang merupakan himpunan invarian positif yaitu domain dari Sistem (2).

### HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

#### Titik Ekuilibrium

Sistem (2) mencapai titik ekuilibrium jika  $\frac{ds}{dt} = \frac{de}{dt} = \frac{da}{dt} = \frac{dr}{dt} = \frac{dq}{dt} = 0$ . Berikut ini akan diberikan Lemma mengenai titik ekuilibrium dari Sistem (2).

#### Lemma 1.

(i). Jika  $a = 0$  maka Sistem (2) mempunyai titik ekuilibrium bebas kecanduan media sosial

$$X_0 = (s_0, e_0, a_0, r_0, q_0) = \left( \frac{\mu + \chi}{\mu + \chi + \kappa}, 0, 0, 0, \frac{\kappa}{\mu + \chi + \kappa} \right).$$

(ii). Jika  $a \neq 0$  maka Sistem (2) mempunyai titik ekuilibrium endemik kecanduan media sosial

$$X_1 = (s_1, e_1, a_1, r_1, q_1)$$

dengan

$$s_1 = \frac{(\mu + \delta + \alpha)(\mu + \varepsilon)}{\beta \delta},$$

$$e_1 = \frac{(\mu + \varepsilon)}{\delta} a_1$$

$$a_1 = \frac{\delta(\mu + \gamma + \eta)(\mu + \chi)(\mu + \kappa)s_1 - \mu\delta(\mu + \gamma + \eta)(\mu + \chi) - \chi\delta\kappa(\mu + \gamma + \eta)s_1}{\gamma(\alpha\mu + \alpha\varepsilon + \delta\varepsilon)(\mu + \chi) - \beta\delta(\mu + \gamma + \eta)(\mu + \chi)s_1 + \chi\eta(\alpha\mu + \alpha\varepsilon + \delta\varepsilon)},$$

$$r_1 = \frac{\alpha\mu + \alpha\varepsilon + \delta\varepsilon}{\delta(\mu + \gamma + \eta)} a_1,$$

$$q_1 = \frac{\frac{\eta(\alpha\mu + \alpha\varepsilon + \delta\varepsilon)}{\delta(\mu + \gamma + \eta)} a_1 + \kappa s_1}{(\mu + \chi)}.$$

#### Bukti.

Sistem (2) dapat dinyatakan dengan

$$\mu - (\mu + \kappa)s + \gamma r - \beta sa + \chi q = 0 \tag{5a}$$

$$\beta sa - (\mu + \delta + \alpha)e = 0 \tag{5b}$$

$$\delta e - (\mu + \varepsilon)a = 0 \tag{5c}$$

$$\alpha e + \varepsilon a - (\mu + \gamma + \eta)r = 0 \tag{5d}$$

$$\eta r + \kappa s - (\mu + \chi)q = 0. \tag{5e}$$

- (i). Jika  $a = 0$ , Persamaan (5c) dapat dinyatakan dengan

$$e = 0. \tag{6}$$

Selanjutnya berdasarkan Persamaan (5d) diperoleh

$$r = 0. \tag{7}$$

Kemudian dari Persamaan (5e) diperoleh

$$s = \frac{\mu + \chi}{\kappa} q. \tag{8}$$

Selanjutnya Persamaan (6), Persamaan (7) dan Persamaan (8) disubstitusi ke dalam Persamaan (5a) sehingga diperoleh

$$q = \frac{\kappa}{\mu + \kappa + \chi}. \tag{9}$$

Substitusi Persamaan (9) ke Persamaan (8) diperoleh

$$s = \frac{\mu + \chi}{\mu + \kappa + \chi}. \tag{10}$$

Berdasarkan Persamaan (10), Persamaan (9), Persamaan (7), Persamaan (6) diperoleh titik ekuilibrium bebas kecanduan media sosial  $X_0 = (s_0, e_0, a_0, r_0, q_0) = \left(\frac{\mu + \chi}{\mu + \chi + \kappa}, 0, 0, 0, \frac{\kappa}{\mu + \chi + \kappa}\right)$ . ■

- (ii). Jika  $a \neq 0$  Persamaan (5c) dapat dinyatakan dengan

$$e = \frac{(\mu + \varepsilon)}{\delta} a. \tag{11}$$

Persamaan (11) di substitusi ke dalam Persamaan (5b) sehingga diperoleh

$$s = \frac{(\mu + \delta + \alpha)(\mu + \varepsilon)}{\beta \delta}. \tag{12}$$

Selanjutnya Persamaan (11) disubstitusi ke dalam Persamaan (5d) diperoleh

$$r = \frac{\alpha \mu + \alpha \varepsilon + \delta \varepsilon}{\delta(\mu + \gamma + \eta)} a. \tag{13}$$

Kemudian dengan mensubstitusi Persamaan (13), Persamaan (12) ke dalam Persamaan (5e) diperoleh

$$q = \frac{\eta \left( \frac{\alpha \mu + \alpha \varepsilon + \delta \varepsilon}{\delta(\mu + \gamma + \eta)} a \right) + \kappa s}{(\mu + \chi)} \tag{14}$$

Selanjutnya dengan mensubstitusi Persamaan (13) dan Persamaan (14), Persamaan (5a) dapat dinyatakan sebagai

$$a = \frac{\delta(\mu + \gamma + \eta)(\mu + \chi)(\mu + \kappa)s - \mu \delta(\mu + \gamma + \eta)(\mu + \chi) - \chi \delta \kappa(\mu + \gamma + \eta)s}{\gamma(\alpha \mu + \alpha \varepsilon + \delta \varepsilon)(\mu + \chi) - \beta \delta(\mu + \gamma + \eta)(\mu + \chi)s + \chi \eta(\alpha \mu + \alpha \varepsilon + \delta \varepsilon)}. \tag{15}$$

Berdasarkan Persamaan (15), Persamaan (14), Persamaan (13), Persamaan (12) dan Persamaan (11) diperoleh titik ekuilibrium endemik  $X_1 = (s_1, e_1, a_1, r_1, q_1)$ . ■

### Basic reproduction number

Pada penelitian ini hanya akan dibahas mengenai *basic reproduction number* model SEARQS untuk penyebaran penggunaan media sosial. Pada model ini, kelas terinfeksi adalah kelas  $e$  dan  $a$ , sehingga persamaan diferensial yang digunakan adalah

$$\frac{de}{dt} = \beta s a - (\mu + \delta + \alpha)e$$

$$\frac{da}{dt} = \delta e - (\mu + \varepsilon)a.$$

*Basic reproduction number* akan dicari menggunakan teknik NGM dengan mendefinisikan matriks

$$F = \begin{bmatrix} \beta s a \\ 0 \end{bmatrix}$$

dan

$$V = \begin{bmatrix} (\mu + \delta + \alpha)e \\ -\delta e + (\mu + \varepsilon)a \end{bmatrix}.$$

Selanjutnya matriks F dan V akan dilinearisasi disekitar titik ekuilibrium bebas kecanduan media sosial, sehingga diperoleh matriks

$$\mathcal{F} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\beta(\chi + \mu)}{\chi + \kappa + \mu} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

dan

$$\mathcal{V} = \begin{bmatrix} \mu + \delta + \alpha & 0 \\ -\delta & \mu + \varepsilon \end{bmatrix}.$$

Selanjutnya invers dari matriks  $\mathcal{V}$  diperoleh

$$\mathcal{V}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\mu + \delta + \alpha} & 0 \\ \frac{\delta}{(\mu + \delta + \alpha)(\mu + \varepsilon)} & \frac{1}{\mu + \varepsilon} \end{bmatrix}$$

dan

$$\mathcal{F}\mathcal{V}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\beta(\chi + \mu)}{(\chi + \kappa + \mu)} \frac{\delta}{(\mu + \delta + \alpha)(\mu + \varepsilon)} & \frac{\beta(\chi + \mu)}{(\chi + \kappa + \mu)(\mu + \varepsilon)} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Selanjutnya  $R_0$  merupakan nilai eigen terbesar dari matriks  $\mathcal{F}\mathcal{V}^{-1}$ , sehingga diperoleh

$$R_0 = \frac{\beta\delta(\chi + \mu)}{(\chi + \kappa + \mu)(\mu + \delta + \alpha)(\mu + \varepsilon)}.$$

### Eksistensi Titik Ekuilibrium Endemik

Eksistensi titik ekuilibrium endemik menunjukkan bahwa individu yang kecanduan media sosial ada dalam populasi. Berikut ini akan dijelaskan melalui Lemma dibawah ini.

#### Lemma 2.

Jika  $R_0 > 1$ , maka titik ekuilibrium  $X_1$  eksis.

#### Bukti.

Diketahui

$$X_1 = (s_1, e_1, a_1, r_1, q_1)$$

dengan

$$s_1 = \frac{(\mu + \delta + \alpha)(\mu + \varepsilon)}{\beta\delta},$$

$$e_1 = \frac{(\mu + \varepsilon)}{\delta} a_1$$

$$a_1 = \frac{\delta(\mu + \gamma + \eta)(\mu + \chi)(\mu + \kappa)s_1 - \mu\delta(\mu + \gamma + \eta)(\mu + \chi) - \chi\delta\kappa(\mu + \gamma + \eta)s_1}{\gamma(\alpha\mu + \alpha\varepsilon + \delta\varepsilon)(\mu + \chi) - \beta\delta(\mu + \gamma + \eta)(\mu + \chi)s_1 + \chi\eta(\alpha\mu + \alpha\varepsilon + \delta\varepsilon)},$$

$$r_1 = \frac{\alpha\mu + \alpha\varepsilon + \delta\varepsilon}{\delta(\mu + \gamma + \eta)} a_1,$$

$$q_1 = \frac{\frac{\eta(\alpha\mu + \alpha\varepsilon + \delta\varepsilon)}{\delta(\mu + \gamma + \eta)} a_1 + \kappa s_1}{(\mu + \chi)}.$$

Akan dibuktikan  $a_1 \geq 0$  dengan membuat permisalan

$$B = \alpha\mu + \alpha\varepsilon + \delta\varepsilon$$

$$C = \mu + \gamma + \eta$$

$$D = \mu + \chi$$

$$F = \mu + \kappa$$

$$G = \mu + \delta + \alpha$$

$$H = \mu + \varepsilon$$

$$J = \chi + \kappa + \mu,$$

sehingga diperoleh

$$s_1 = \frac{GH}{\beta\delta}$$

dan

$$R_0 = \frac{\beta\delta D}{JGH}$$

Selanjutnya  $a_1$  dapat dinyatakan sebagai

$$a_1 = \frac{\delta CDF \frac{GH}{\beta\delta} - \mu\delta CD - \chi\delta\kappa C \frac{GH}{\beta\delta}}{\gamma BD - \beta\delta CD \frac{GH}{\beta\delta} + \chi\eta B}$$

$$a_1 = \frac{(DFGH - \mu\beta\delta D - \chi\kappa GH)C}{\beta(\gamma BD - CDGH + \chi\eta B)}$$

(i). Akan dibuktikan  $(DFGH - \mu\beta\delta D - \chi\kappa GH)C < 0$ .

$$\begin{aligned} (DFGH - \mu\beta\delta D - \chi\kappa GH)C &= ((DF - \chi\kappa)GH - \mu\beta\delta D)C \\ &= ((\mu + \chi)(\mu + \kappa) - \chi\kappa)GH - \mu\beta\delta D)C \\ &= (\mu^2 + \chi\mu + \kappa\mu + \chi\kappa - \chi\kappa)GH - \mu\beta\delta D)C \\ &= (\mu^2 + \chi\mu + \kappa\mu)GH - \mu\beta\delta D)C \\ &= (\mu(\mu + \chi + \kappa)GH - \mu\beta\delta D)C \\ &= (\mu JGH - \mu\beta\delta D)C \\ &= (\mu(JGH - \beta\delta D))C \\ &= (\mu(JGH - \beta\delta D))C \left(\frac{JGH}{JGH}\right) \\ &= \left(\mu \left(\frac{JGH}{JGH} - \frac{\beta\delta D}{JGH}\right)\right)C JGH \\ &= \mu(1 - R_0)C JGH. \end{aligned}$$

Karena diketahui  $R_0 > 1$  maka terbukti  $(DFGH - \mu\beta\delta D - \chi\kappa GH)C < 0$ .

(ii). Akan dibuktikan  $\beta(\gamma BD - CDGH + \chi\eta B) < 0$ .

$$\begin{aligned} \beta(\gamma BD - CDGH + \chi\eta B) &= \beta((\gamma B - CGH)D + \chi\eta B) \\ &= \beta((\gamma(\alpha\mu + \alpha\varepsilon + \delta\varepsilon) - (\mu + \gamma + \eta)(\mu + \delta + \alpha)H)D + \chi\eta B) \\ &= \beta((\gamma\alpha\mu + \gamma\alpha\varepsilon + \gamma\delta\varepsilon) - (\mu^2 H + \gamma\mu H + \mu\eta H + \mu\delta H + \gamma\delta H + \eta\delta H + \mu\alpha H + \alpha\gamma H + \alpha\eta H)D \\ &\quad + \chi\eta B) \\ &= \beta((\gamma\alpha\mu + \gamma\alpha\varepsilon + \gamma\delta\varepsilon) \\ &\quad - (\mu^2 H + \gamma\mu(H) + \mu\eta H + \mu\delta H + \gamma\delta(\mu + \varepsilon) + \eta\delta H + \mu\alpha H + \alpha\gamma(\mu + \varepsilon) + \alpha\eta H)D \\ &\quad + \chi\eta B) \\ &= \beta((\gamma\alpha\mu + \gamma\alpha\varepsilon + \gamma\delta\varepsilon) \\ &\quad - (\mu^2 H + \gamma\mu(H) + \mu\eta H + \mu\delta H + \gamma\delta\mu + \gamma\delta\varepsilon + \eta\delta H + \mu\alpha H + \alpha\gamma\mu + \alpha\gamma\varepsilon \\ &\quad + \alpha\eta H)D + \chi\eta B) \\ &= \beta(-(\mu^2 H + \gamma\mu(H) + \mu\eta H + \mu\delta H + \gamma\delta\mu + \eta\delta H + \mu\alpha H + \alpha\eta H)(\mu + \chi) + \chi\eta(\alpha\mu + \alpha\varepsilon + \delta\varepsilon)) \\ &= \beta(-(\mu^2 H + \gamma\mu H + \mu\eta H + \mu\delta H + \gamma\delta\mu + \eta\delta H + \mu^2\alpha + \mu\alpha\varepsilon + \alpha\eta\mu + \alpha\eta\varepsilon)(\mu + \chi) \\ &\quad + \chi\eta(\alpha\mu + \alpha\varepsilon + \delta\varepsilon)) \\ &= \beta(-(\mu^3 H + \gamma\mu^2 H + \mu^2\eta H + \mu^2\delta H + \gamma\delta\mu^2 + \mu\eta\delta H + \mu^3\alpha + \mu^2\alpha\varepsilon + \alpha\eta\mu^2 + \alpha\eta\varepsilon\mu + \chi\mu^2 H \\ &\quad + \chi\gamma\mu H + \chi\mu\eta H + \chi\mu\delta H + \chi\gamma\delta\mu + \chi\eta\delta\mu + \chi\eta\delta\varepsilon + \chi\mu^2\alpha + \chi\mu\alpha\varepsilon + \chi\alpha\eta\mu \\ &\quad + \chi\alpha\eta\varepsilon) + (\chi\eta\alpha\mu + \chi\eta\alpha\varepsilon + \chi\eta\delta\varepsilon)) \\ &= -\beta(\mu^3 H + \gamma\mu^2 H + \mu^2\eta H + \mu^2\delta H + \gamma\delta\mu^2 + \mu\eta\delta H + \mu^3\alpha + \mu^2\alpha\varepsilon + \alpha\eta\mu^2 + \alpha\eta\varepsilon\mu + \chi\mu^2 H \\ &\quad + \chi\gamma\mu H + \chi\mu\eta H + \chi\mu\delta H + \chi\gamma\delta\mu + \chi\eta\delta\mu + \chi\mu^2\alpha + \chi\mu\alpha\varepsilon). \end{aligned}$$

Karena  $\mu, \kappa, \gamma, \beta, \chi, \delta, \alpha, \varepsilon, \eta > 0$  maka terbukti  $\beta(\gamma BD - CDGH + \chi\eta B) < 0$ .

Jadi, terbukti  $a_1 \geq 0$ . Selanjutnya terbukti pula  $e_1, r_1, q_1 \geq 0$ . Jadi, terbukti  $X_1$  eksis.

Selanjutnya akan diberikan analisis kestabilan titik ekuilibrium bebas kecanduan media sosial.



**Kestabilan Titik Ekuilibrium Bebas Kecanduan Media Sosial**

Pada penelitian ini akan dibahas mengenai analisa kestabilan lokal disekitar titik ekuilibrium bebas kecanduan media sosial melalui Lemma berikut ini.

**Lemma 3.**

Jika  $R_0 < 1$  maka titik ekuilibrium  $X_0 = \left(\frac{\mu+\chi}{\mu+\chi+\kappa}, 0, 0, 0, \frac{\kappa}{\mu+\chi+\kappa}\right)$  stabil asimtotik lokal.

**Bukti**

Matriks jacobian disekitar titik ekuilibrium  $X_0$  adalah

$$J_{X_0} = \begin{bmatrix} -(\mu + \kappa) & 0 & -\beta \left(\frac{\mu + \chi}{\mu + \chi + \kappa}\right) & \gamma & \chi \\ 0 & -(\mu + \delta + \alpha) & \beta \left(\frac{\mu + \chi}{\mu + \chi + \kappa}\right) & 0 & 0 \\ 0 & \delta & -(\mu + \varepsilon) & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & \varepsilon & -(\mu + \gamma + \eta) & 0 \\ \kappa & 0 & 0 & \eta & -(\mu + \chi) \end{bmatrix} \tag{16}$$

Persamaan karakteristik dari matriks Jacobian (16) yaitu  $|J_{X_0} - \lambda I| = 0$  dengan  $\lambda$  nilai eigen adalah

$$\begin{vmatrix} -(\mu + \kappa) - \lambda & 0 & -\beta \left(\frac{\mu + \chi}{\mu + \chi + \kappa}\right) & \gamma & \chi \\ 0 & -(\mu + \delta + \alpha) - \lambda & \beta \left(\frac{\mu + \chi}{\mu + \chi + \kappa}\right) & 0 & 0 \\ 0 & \delta & -(\mu + \varepsilon) - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & \varepsilon & -(\mu + \gamma + \eta) - \lambda & 0 \\ \kappa & 0 & 0 & \eta & -(\mu + \chi) - \lambda \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{aligned} &(-(\mu + \gamma + \eta) - \lambda) \left( (-(\mu + \delta + \alpha) - \lambda)(-\mu + \varepsilon) - \lambda \right) \\ &- \delta \beta \left(\frac{\mu + \chi}{\mu + \chi + \kappa}\right) \left( (-(\mu + \kappa) - \lambda)(-\mu + \chi) - \lambda + \kappa \chi \right) = 0. \end{aligned}$$

Selanjutnya diperoleh nilai eigen pertama sebagai berikut

$$\lambda_1 = -(\mu + \gamma + \eta),$$

kemudian nilai eigen kedua dan ketiga merupakan akar-akar dari persamaan berikut ini

$$\begin{aligned} &((-\mu + \kappa) - \lambda)(-\mu + \chi) - \lambda + \kappa \chi = 0 \\ &\kappa \chi + (\mu + \kappa)(\mu + \chi) + (\mu + \kappa)\lambda + (\mu + \chi)\lambda + \lambda^2 = 0. \end{aligned} \tag{17}$$

Berdasarkan Kriteria Routh Hurwitz, pembuat nol Persamaan (17) akan bernilai negatif, artinya  $\lambda_2, \lambda_3 < 0$ . Lebih lanjut, nilai eigen keempat dan kelima merupakan akar-akar dari persamaan berikut ini

$$\begin{aligned} &\left( (-(\mu + \delta + \alpha) - \lambda)(-\mu + \varepsilon) - \lambda - \delta \beta \left(\frac{\mu + \chi}{\mu + \chi + \kappa}\right) \right) = 0, \\ &-\delta \beta \left(\frac{\mu + \chi}{\mu + \chi + \kappa}\right) + (\mu + \delta + \alpha)(\mu + \varepsilon) + (\mu + \varepsilon)\lambda + (\mu + \delta + \alpha)\lambda + \lambda^2 = 0, \\ &(\mu + \chi + \kappa)\lambda^2 + (\mu + \chi + \kappa)((\mu + \varepsilon) + (\mu + \delta + \alpha))\lambda + (\mu + \chi + \kappa)(\mu + \delta + \alpha)(\mu + \varepsilon) - \delta \beta(\mu + \chi) = 0. \end{aligned} \tag{18}$$

Berdasarkan Kriteria Routh Hurwitz, pembuat nol Persamaan (18) akan bernilai negatif jika

$$(\mu + \chi + \kappa)(\mu + \delta + \alpha)(\mu + \varepsilon) - \delta \beta(\mu + \chi) > 0.$$

Oleh karena itu, akan diselidiki nilai  $(\mu + \chi + \kappa)(\mu + \delta + \alpha)(\mu + \varepsilon) - \delta \beta(\mu + \chi)$ .

$(\mu + \chi + \kappa)(\mu + \delta + \alpha)(\mu + \varepsilon) - \delta \beta(\mu + \chi) = (1 - R_0)(\mu + \chi + \kappa)(\mu + \delta + \alpha)(\mu + \varepsilon)$ , (19) karena diketahui  $R_0 < 1$  maka Persamaan (19) bernilai positif, sehingga pembuat nol Persamaan (18) bernilai negatif, artinya  $\lambda_4, \lambda_5 < 0$ . Jadi, terbukti titik ekuilibrium  $X_0 = \left(\frac{\mu+\chi}{\mu+\chi+\kappa}, 0, 0, 0, \frac{\kappa}{\mu+\chi+\kappa}\right)$  stabil asimtotik lokal.

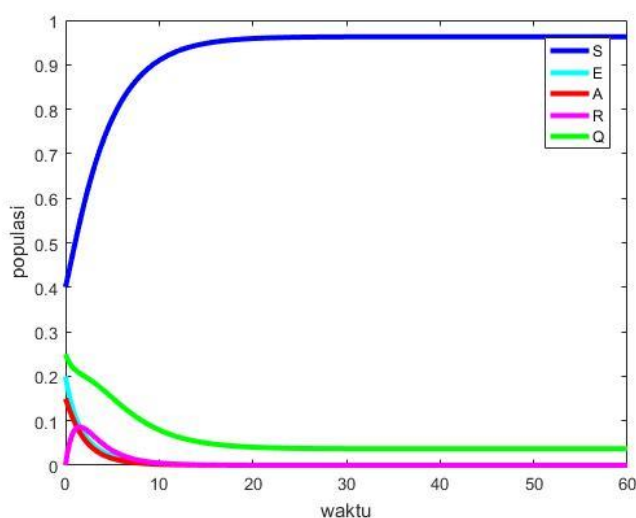


**Simulasi Numerik**

Pada bagian ini akan dibahas simulasi pada model kecanduan media sosial secara numerik terhadap Sistem (2). Simulasi numerik digunakan untuk menunjukkan kestabilan titik ekuilibrium bebas kecanduan dan titik ekuilibrium endemik. Simulasi dilakukan dengan menggunakan MATLAB. Hal ini dilakukan untuk melihat perilaku solusi Sistem (2) di sekitar titik ekuilibrium secara numerik.

Diberikan nilai awal  $S(0) = 400, E(0) = 200, A(0) = 150, R(0) = 0, Q(0) = 250$  dan parameter  $\mu = 0.25, \tau = 0.0009, \kappa = 0.01, \alpha = 0.25, \delta = 0.4, \varepsilon = 0.7, \gamma = 0.2, \eta = 0.4, \chi = 0.01$ . Persamaan (11) di substitusi ke dalam Persamaan (3) dan (4) sehingga diperoleh  $s(0) = 0.4, e(0) = 0.2, a(0) = 0.15, r(0) = 0, q(0) = 0.25$ , dan  $\beta = 0.9$ .

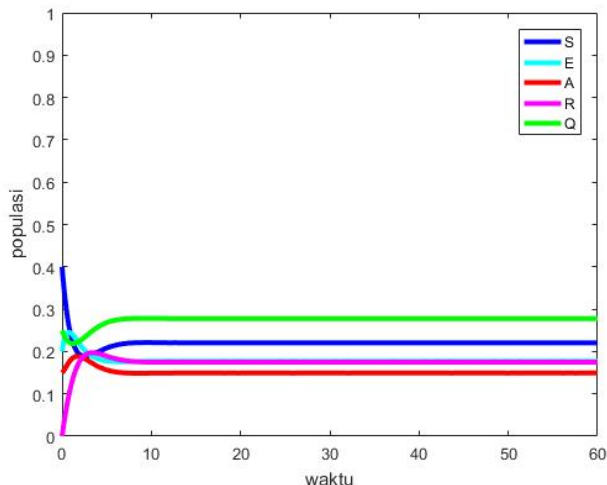
Jika nilai-nilai parameter tersebut disubstitusikan pada Sistem (2), maka diperoleh  $R_0 = 0.4055 < 1$  dan titik ekuilibrium bebas kecanduan  $X_0 = (s_0, e_0, a_0, r_0, q_0) = (0.9630, 0, 0, 0, 0.0370)$ .



Gambar 2. Grafik solusi sistem (2) untuk  $R_0 < 1$

Berdasarkan Gambar 2, perilaku solusi akan menuju ke titik ekuilibrium  $X_0$ . Artinya banyaknya individu rentan dan individu yang berhenti menggunakan media sosial berturut-turut adalah 963 dan 37, sedangkan banyaknya individu pada populasi lain adalah 0. Dengan kata lain, individu yang kecanduan media sosial akan menghilang dari populasi seiring berjalannya waktu.

Sebaliknya, ketika nilai  $\beta = 7$  dan  $\delta = 0.8$  diperoleh  $R_0 = 4.3665 > 1$  dan titik ekuilibrium endemik  $X_1 = (s_1, e_1, a_1, r_1, q_1) = (0.2205, 0.1773, 0.1493, 0.1751, 0.2778)$ .



Gambar 3. Grafik solusi sistem (2) untuk  $R_0 > 1$

Berdasarkan Gambar 3, perilaku solusi akan menuju ke titik ekuilibrium  $X_1$ . Artinya, banyaknya individu rentan, individu terpapar, individu adiktif, individu sembuh dan individu yang berhenti menggunakan media sosial berturut-turut adalah 221, 177, 149, 175, dan 278. Populasi kelas  $A$  akan naik seiring dengan adanya kontak antara  $S$  dan  $A$ , kemudian populasi kelas  $A$  turun seiring naiknya populasi kelas  $R$  karena adanya kesembuhan dari penderita kecanduan media sosial. Populasi individu yang rentan tetap ada karena individu yang telah sembuh maupun individu yang berhenti bersosial media mempunyai kemungkinan kembali rentan. Selain itu, populasi kelas  $A$  masih ada karena individu yang kecanduan media sosial masih tetap eksis ketika tingkat penularan  $R_0 > 1$ .

### SIMPULAN

Model matematika penyebaran kecanduan media sosial diberikan sebagai sistem persamaan diferensial nonlinier. Analisa kestabilan disekitar titik ekuilibrium bebas kecanduan dilakukan dengan menggunakan teori kestabilan berdasarkan nilai eigen dengan bantuan Kriteria Routh Hurwitz. Hasil yang diperoleh adalah titik ekuilibrium bebas kecanduan stabil asimtotik lokal jika dipenuhi  $R_0 < 1$ . Simulasi numerik dilakukan pada Sistem dengan parameter tertentu untuk  $R_0 < 1$  dan  $R_0 > 1$ . Dengan demikian, untuk  $R_0 < 1$  solusi Sistem (2) berada disekitar titik ekuilibrium bebas kecanduan. Artinya suatu saat penyebaran kecanduan media sosial akan hilang dalam populasi jika dipenuhi syarat tingkat infeksi yang kurang dari 1. Akan tetapi, jika tingkat infeksi lebih dari 1, individu yang kecanduan media sosial masih tetap akan ada dalam populasi. Pada penelitian selanjutnya, diharapkan analisa kestabilan lokal disekitar titik ekuilibrium endemik dilakukan karena eksistensi titik ekuilibrium endemik telah diselidiki. Selain itu, dapat diselidiki pula analisa kestabilan global titik ekuilibrium bebas kecanduan media sosial.

### DAFTAR PUSTAKA

- Alemneh, H. T. (2020). Mathematical modeling, analysis, and optimal control of corruption dynamics. *Journal of Applied Mathematics*, 2020, 1-13. <https://doi.org/10.1155/2020/5109841>
- Alemneh, H. T., & Alemu, N. Y. (2021). Mathematical modeling with optimal control analysis of social media addiction. *Infectious Disease Modelling*, 6, 405-419. <https://doi.org/10.1016/j.idm.2021.01.011>
- Chakraborty, K., Basu, D., & Kumar, K. G. Vijaya. (2010). Internet addiction: consensus, controversies, and the way ahead. *East Asian Archives of Psychiatry*, 20(3), 123-132. <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/22348866/>
- Cui, J., Sun, Y., & Zhu, H. (2008). The impact of media on the control of infectious diseases. *Journal of Dynamics and Differential Equations*, 20, 31-53. <https://doi.org/10.1007/s10884-007-9075-0>
- Guo, Y. & Li, T. (2020). Optimal control and stability analysis of an online game addiction model with two stages. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 43(7), 4391-4408. <https://doi.org/10.1002/mma.6200>
- Hou, Y., Xiong, D., Jiang, T., Song, L., & Wang, Q. (2019). Social media addiction: Its impact, mediation, and intervention. *Cyberpsychology: journal of Psychosocial Research on Cyberspace*, 13(1), article 4. <http://dx.doi.org/10.5817/CP2019-1-4>
- Ishaku, A., Musa, B. S., Sanda, A., & Bakoji, A. M. (2018). Mathematical assessment of social media impact on academic performance of students in higher institution. *IOSR Journal of Mathematics (IOSR-JM)*, 14(1), 72-79. <https://doi.org/10.9790/5728-1401017279>
- Khajji, B., Kouidere, A., Balatif, O., & Rachik, M. (2020). Mathematical modeling, analysis and optimal control of an alcohol drinking model with liver complication. *Communications in Mathematical Biology and Neuroscience*, 2020, 1-29. <https://doi.org/10.28919/cmbn/4553>
- Ma, S. H., Huo, H. F., & Meng, X. Y. (2015). Modelling alcoholism as a contagious disease: a mathematical model with awareness programs and time delay. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2015. <https://doi.org/10.1155/2015/260195>

- Monacis, L., De Palo, V., Griffiths, M. D., & Sinatra, M. (2017). Social networking addiction, attachment style, and validation of the Italian version of the Bergen social media addiction scale. *Journal of Behavioral Addictions*, 6(2), 178–186. <https://doi.org/10.1556/2006.6.2017.023>
- Samanta, S., Rana, S., Sharma, A., Misra, A. K., & Chattopadhyay, J. (2013). Effect of awareness programs by media on the epidemic outbreaks: a mathematical model. *Applied Mathematics and Computation*, 219(12), 6965–6977. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2013.01.009>
- Sharma, S., & Samanta, G. P. (2013). Drinking as an epidemic: a mathematical model with dynamic behaviour. *Journal of Applied Mathematics & Informatics*, 31(1\_2), 1–25. <https://doi.org/10.14317/jami.2013.001>
- Simsek, A., Elciyar, K., & Kizilhan, T. (2019). A comparative study on social media addiction of high school and university students. *Contemporary Educational Technology*, 10(2), 106–119. <https://doi.org/10.30935/cet.554452>
- Tayo, S. S. ', Adebola, S. T., & Yahya, D. O. (2019). Social media: usage and influence on undergraduate studies in Nigerian Universities. *International Journal of Education and Development Using Information and Communication Technology (IJEDICT)*, 15(3), 53–62. <http://ijedict.dec.uwi.edu/viewarticle.php?id=2660>
- Wu, A. M. S., Cheung, V. I., Ku, L., & Hung, E. P. W. (2013). Psychological risk factors of addiction to social networking sites among Chinese smartphone users. *Journal of Behavioral Addictions*, 2(3), 160–166. <https://doi.org/10.1556/JBA.2.2013.006>