SELEKSI MODEL *NEURAL NETWORK* MENGGUNAKAN INFERENSI STATISTIK DARI $R^2_{\text{increment}}$ DAN UJI WALD UNTUK PERAMALAN TIME SERIES MULTIVARIAT

Dhoriva Urwatul Wutsqa
Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta

Abstrak

Dalam makalah ini akan dibahas tentang seleksi model neural network untuk peramalan time series multivariat melalui pendekatan statistika inferensial. Pembahasan mencakup dua kajian, yaitu kajian teoritis tentang sifat asimtotis dari penduga parameter model NN dan distribusi dari statistik uji yang digunakan, dan kajian empiris berupa penerapan teori untuk membentuk prosedur pemilihan model NN untuk peramalan time series multivariat. Prosedur yang diusulkan merupakan kombinasi dari metode *forward* berdasarkan pada inferensia statistik kontribusi penambahan $R^2_{\text{increment}}$ dan metode *backward* dengan uji Wald. Untuk melihat efektivitas dari prosedur digunakan data simulasi. Hasil simulasi menunjukkan bahwa prosedur seleksi model dapat secara efektif diterapkan untuk pemodelan multivariat time series.

Kata kunci : neural network, seleksi model, time series multivariat, $R^2_{increment}$, uji Wald

PENDAHULUAN

Dalam kehidupan sehari-hari seringkali dijumpai data *time series* yang terdiri dari banyak variabel yang saling terkait yang dikenal dengan data *time series* multivariat. Sebagai contoh penelitian terhadap kinerja penjualan suatu produk, variabel-variabel yang mungkin terkait adalah volume penjualan, harga, dan iklan. Metode-metode statistik yang selama ini banyak digunakan untuk menganalisis dan menyelesaikan problem *time series* multivariat yang meliputi pemodelan dan peramalan data *time series* multivariat adalah fungsi transfer, model VARMA (*Vector Autoregressive Moving Average*) (lihat Brockwell and Davis: 1996), dan GSTAR (*Generalized Space-Time Autoregressive*) dari Ruchjana (2002). Model-model tersebut merupakan model linear dan memerlukan persyaratan yang cukup ketat.

Dewasa ini telah berkembang suatu pendekatan yang lebih fleksibel untuk memodelkan hubungan linear maupun non linear yang dikenal dengan model *neural* *network* (NN). Model NN merupakan alternatif yang banyak menarik perhatian, karena beberapa alasan. NN tidak memerlukan asumsi-asumsi pada data yang seringkali sulit dipenuhi. Dalam keadan ini NN dapat dipandang sebagai metode statistik yang nonlinear dan nonparametrik (Ripley, 1993).

Dalam penerapannya, NN mengandung sejumlah parameter (*weight*) yang terbatas. Permasalahan yang masih menjadi perhatian para peneliti adalah bagaimana menentukan model NN yang paling baik (jumlah parameter yang optimal) yang meliputi penentuan unit input yang signifikan dan jumlah unit *hidden* (Zang *et al*., 1998). Ada beberapa metode yang telah digunakan diantaranya adalah algoritma *pruning*, *network information criteria* (NIC), regulasi, dan *cross-valivation*. Namun demikian, metode-metode tersebut belum memberikan jaminan didapatkannya model yang optimal, sehingga masalah ini masih menjadi topik yang terus dikaji.

Pendekatan berdasarkan konsep-konsep statistik untuk mendapatkan model NN yang optimal telah diperkenalkan oleh White (1989), Anders & Korn (1999), dan Medeiros *et. al*. (2002). Mereka menggunakan konsep-konsep uji hipotesis untuk menentukan model *neural network* yang paling sesuai/baik pada data univariat. Ada dua prosedur pembentukan model FFNN yang digunakan dalam penelitian ini, yaitu langkah maju (*forward*) dan langkah mundur (*backward*). Suhartono (2006, 2007) menerapkan dua prosedur tersebut dengan uji statistik untuk inferensia $R^2_{\text{incremental}}$ dan Uji Wald untuk time series univariat. Sebagai perluasan dari Suhartono, dalam penelitian ini akan dilakukan kajian secara teoritis tentang sifat asimtotis penduga paramater model NN, statistik uji untuk inferensia $R^2_{\text{incremental}}$ dan Uji Wald untuk time series multivariat, dan kajian empiris melalui studi simulasi tentang prosedur seleksi model melalui kombinasi *forward* dan back*ward* dengan menerapkan hasil kajian teori. Prosedur yang dihasilkan diharapkan dapat memberikan kontribusi terhadap penyelesaian masalah pada peramalan untuk data time series multivariat yang mengandung pola nonlinear.

METODE PENELITIAN

Dalam penelitian ini dilakukan kajian secara teoritis tentang sifat asimtotis penduga paramater model NN, statistik uji untuk inferensia $R^2_{\text{incremental}}$ dan Uji Wald untuk time series multivariat, dan kajian empiris tentang prosedur seleksi model melalui kombinasi *forward* dan back*ward* dengan menerapkan hasil kajian teori. Studi simulasi ditujukan untuk memberikan bukti empiris bahwa prosedur pembentukan model NN yang telah dibentuk dapat bekerja dengan baik untuk menyelesaikan masalah pada data time series multivariat. Data simulasi yang dibangkitkan dianalisis dengan menggunakan prosedur yang diusulkan dengan bantuan program S-Plus. Prosedur disimpulkan dapat bekerja dengan baik jika model yang dihasilkan dari proses seleksi model menghasilkan model yang sesuai dengan model simulasi.

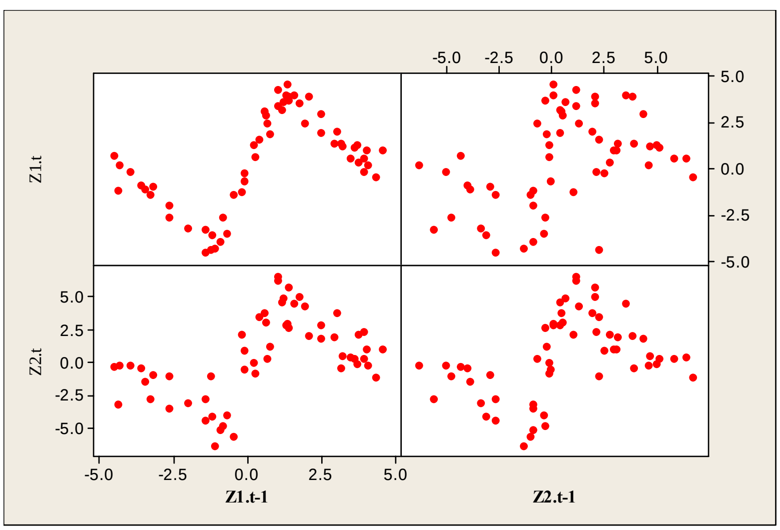
Untuk alasan kesederhanaan model, simulasi dilakukan untuk kasus bivariat. Data simulasi dibangkitkan dari model *Exponential Smoothing Transition Autoregressive* (ESTAR), yang telah dimodifikasi untuk kasus bivariat, yaitu

$$\mathbf{Z}_{1,t} = 4.5\,\mathbf{Z}_{1,t-1}\,.\exp(-0.25\,\mathbf{Z}_{1,t-1}^2) + \mathbf{u}_t$$

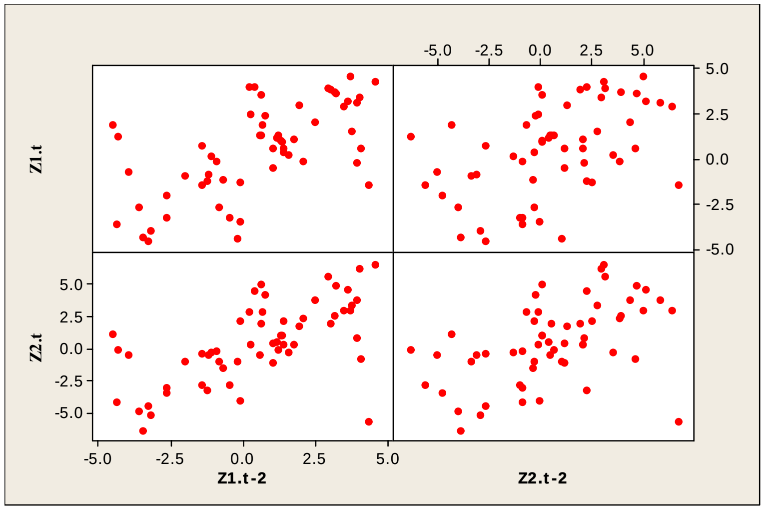
$$\mathbf{Z}_{2,t} = 4.7\,\mathbf{Z}_{1,t-1}\,.\exp(-0.35\,\mathbf{Z}_{1,t-1}^2) + 3.7\,\mathbf{Z}_{2,t-1}\exp.(\,-0.25\,\mathbf{Z}_{2,t-1}^2) + \mathbf{u}_t\,, \qquad (1)$$

dengan $\mathbf{u}_t \sim \text{IIDN}(0, 0.5^2)$.

Untuk selanjutnya model (1) disebut model *Multivariate Exponential Smooth Transition Autoregressive* (MESTAR). Plot data dari masing-masing variabel terhadap lag-lagnya (lag 1 dan lag 2) disajikan dalam Gambar 1 dan Gambar 2.



Gambar 1. Plot data simulasi pada lag 1



Gambar 2. Plot data simulasi pada lag 2

Dari Gambar 1. dan Gambar 2. dapat dilihat dengan jelas bahwa pola nonlinear muncul pada lag 1, dan cenderung menyebar secara random pada lag 2. Gambar 1 juga menjelaskan hubungan nonlinear yang kuat antara variabel ($\mathbf{Z}_{1,t}$) hanya dengan $\mathbf{Z}_{1,t-1}$, sementara pada variabel kedua hubungan nonlinear yang kuat terjadi dengan $\mathbf{Z}_{1,t-1}$ and $\mathbf{Z}_{2,t-1}$. Jadi data yang dibangkitkan telah sesuai dengan model yang diformulasikan pada (1).

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Inferensi untuk Seleksi Model NN pada Time Series Multivariat

Feedforward neural network merupakan salah satu model *neural network* yang banyak dipakai dalam berbagai bidang, khususnya pada peramalan data *time series*. Model ini biasa disebut dengan *multilayer perceptrons* (MLP). Arsitektur model ini terdiri atas satu lapis input, satu atau lebih lapis tersembunyi, dan lapis output. Dalam penelitian ini model FFNN untuk time series multivariat dengan satu respon yang dikembangkan diadaptasi dari model *generalized space-time autoregressive* (GSTAR) dari Lopuhaa and Borokova (2005), yaitu suatu model yang melibatkan hubungan fungsional beberapa variabel yang dipengaruhi oleh waktu dan lokasi.

Andaikan proses *m*-variat $\{\mathbf{Z}_t\}$ terdiri atas *n* pengamatan. Model FFNN untuk data *time series* multivariat dengan satu respon adalah sebagai berikut.

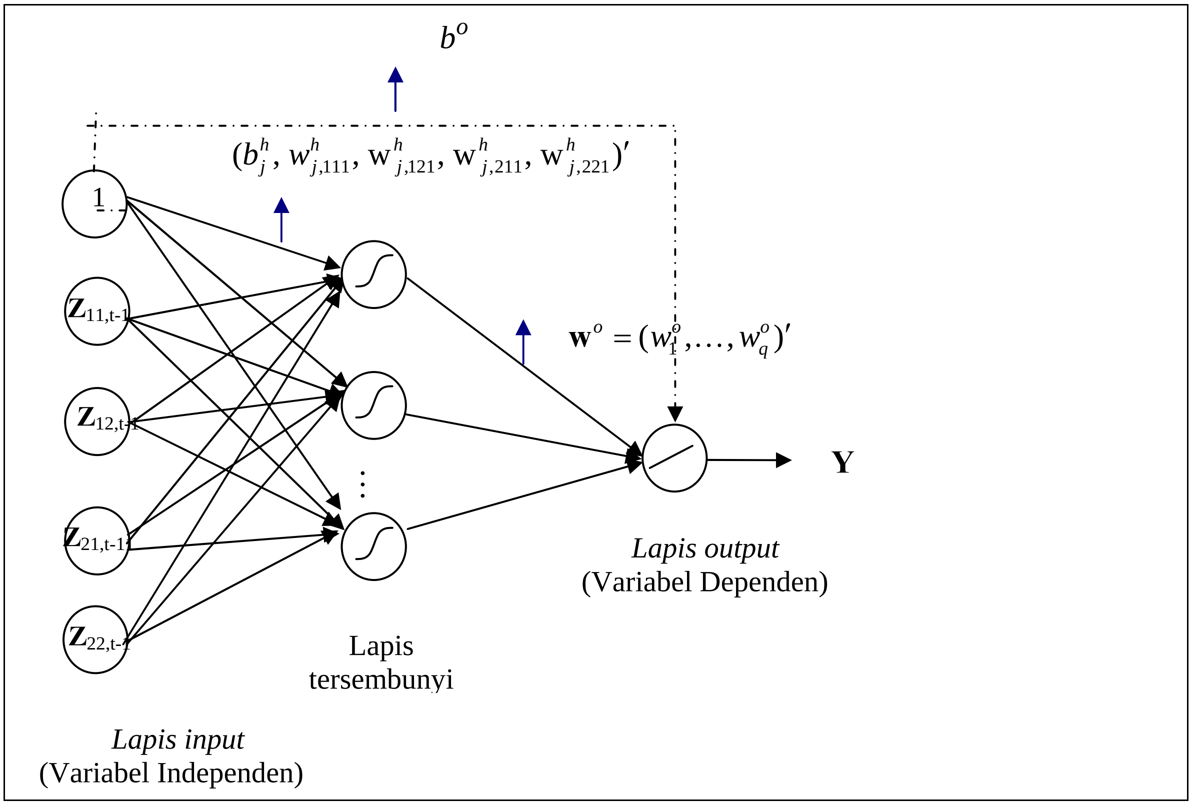
$$\mathbf{Y} = b^o + \sum_{j=1}^{q} w_j^o f_j^h(\mathbf{X}w_j^h + b_j^h) + \mathbf{u} \tag{2}$$

dengan $Y = (Y_1', Y_2' \ldots, Y_m')'$, matriks input $\underset{\sim}{X} = \mathrm{diag}(\mathbf{X_1}, \mathbf{X_2}, \ldots, \mathbf{X}_m)$, vektor parameter $\mathbf{w}_j^h = (\mathbf{w}_{j,1}^h, \mathbf{w}_{j,2}^h \ldots, \mathbf{w}_{j,m}^h)$, vektor *error* $\mathbf{u} = (\mathbf{u}_1', \mathbf{u}_2', \ldots, \mathbf{u}_m')'$, dengan $\mathbf{w}_{j,r}^h = (\mathbf{w}_{j,r11}^h, \ldots, \mathbf{w}_{j,r1p}^h, \ldots, \mathbf{w}_{j,rm1}^h, \ldots, \mathbf{w}_{j,rmp}^h)$,

$$\mathbf{Y}_r = \begin{pmatrix} Z_{r,p+1} \\ Z_{r,p+2} \\ \vdots \\ Z_{r,n} \end{pmatrix}, \mathbf{X}_r = \begin{pmatrix} Z_{1,p} & \cdots & Z_{1,1} & \cdots & Z_{m,p} & \cdots & Z_{m,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{1,n-1} & \cdots & Z_{1,n-p} & \cdots & Z_{m,n-1} & \cdots & Z_{m,n-p} \end{pmatrix}, \text{dan } \mathbf{u}_r = \begin{pmatrix} u_{r,p+1} \\ u_{r,p+2} \\ \vdots \\ u_{r,n} \end{pmatrix} \tag{3}$$

Arsitektur model tersebut diilustrasikan dalam Gambar 3., khusus untuk kasus bivariat dengan input lag 1. Notasi yang digunakan dalam Gambar 3. didefinisikan sebagai

$$\mathbf{Y_t} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_{1,t} \\ \mathbf{Z}_{2,t} \end{pmatrix}, \mathbf{Z}_{11,t-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_{1,t-1} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}, \mathbf{Z}_{12,t-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_{2,t-1} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \mathbf{Z}_{21,t-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{Z}_{1,t-1} \end{pmatrix} \mathbf{Z}_{22,t-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{Z}_{2,t-1} \end{pmatrix}$$



Gambar 3. Arsitektur model FFNN dengan satu lapis tersembunyi untuk kasus bivariat dengan input lag 1

Estimasi terhadap parameter model dilakukan dengan metode *backpropagation*. Jika $\mathbf{Y}$ adalah output data dan $\boldsymbol{f}(\mathbf{X};\mathbf{w})$ adalah output dari model NN (2), maka vektor parameter **w** diestimasi dengan cara meminimumkan fungsi

$$E(\mathbf{w}) = \left(\mathbf{Y} - \boldsymbol{f}(\mathbf{X};\mathbf{w})\right)' \left(\mathbf{Y} - \boldsymbol{f}(\mathbf{X};\mathbf{w})\right) \tag{4}$$

seperti yang dilakukan dalam regresi non-linear. Untuk meminimumkan fungsi (4), metode *backpropagation* menggunakan pendekatan linear dari fungsi kesalahan (*error*) yaitu

$$E(\mathbf{w} + \Delta\mathbf{w}) \approx E(\mathbf{w}) + \Delta\mathbf{w}^l E'(\mathbf{w}) .$$

Bobot-bobot di*update* melalui

$$\Delta\mathbf{w} = -\eta E'(\mathbf{w}),\ \eta > 0 ,$$

dengan η adalah suatu koefisien pembelajaran (*learning rate*).

Prosedur pemilihan model FFNN yang optimal dengan pendekatan konsep uji hipotesis memerlukan kajian tentang distribusi asimtotis dari parameter atau bobot NN. White (1989) telah menunjukkan bahwa di bawah kondisi tertentu, penduga $\hat{w}_n$ secara asimtotis berdistribusi normal multivariat. yaitu

$$\sqrt{n}(\hat{w}_n - w^*) \sim \mathbf{N}(\mathbf{0}, C^*) , \tag{5}$$

dengan n adalah banyak observasi. Kovariansi $C^* = A^{*-1}B^*A^{*-1}$, dengan $A^* \equiv E(\nabla^2 l(\mathbf{V}_t, w^*))$, $B^* \equiv E(\nabla l(\mathbf{V}_t, w^*)\nabla l(\mathbf{V}_t, w^*)')$, ∇ dan ∇^2 adalah notasi dari gradien dan operator-operator Hessian terhadap $\mathbf{w}$, dan $\mathbf{V}_t$ adalah barisan vektor dari pasangan variabel input output.

Suatu uji tentang relevansi (signifikansi) dari input yang hipotesisnya dapat dinyatakan dengan

$$H_0 : \mathbf{Sw}^* = \mathbf{0} \text{ melawan } H_1 : \mathbf{Sw}^* \neq \mathbf{0}, \tag{6}$$

dapat dilakukan berdasarkan dengan statistik *Wald* yang diturunkan dengan memanfaatkan sifat asimtotis normalitas dari penduga $\hat{w}_n$ (5), dan memodifikasi statistik Wald pada model linear dari White (1999). Dimisalkan $\text{rank}(\mathbf{S}) = q \le k$, berdasarkan kondisi-kondisi tertentu, maka dibawah $H_0 : \mathbf{Sw}^* = s$ berlaku

(i) $\boldsymbol{\Gamma}_n^{-1/2}\sqrt{n}(\mathbf{S}\hat{\mathbf{w}}_n - \mathbf{s}) \xrightarrow{d} \mathrm{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$, dengan

$$\mathbf{\Gamma}_n \equiv \mathbf{SC}^*\mathbf{S}' = \mathbf{SA}^{*-1}\mathbf{B}^*\mathbf{A}^{*-1'}\mathbf{S}'. \tag{7}$$

(ii) Suatu statistik Wald,

$$W_n \equiv n(\mathbf{S}\hat{\mathbf{w}}_n - \mathbf{s})'\hat{\mathbf{\Gamma}}_n^{-1}(\mathbf{S}\hat{\mathbf{w}}_n - \mathbf{s}) \xrightarrow{d} \chi_q^2, \tag{8}$$

dengan $\hat{\mathbf{\Gamma}}_n \equiv \mathbf{S}\hat{\mathbf{C}}_n\mathbf{S}'$.

Dengan demikian statistik Wald untuk uji signifikansi input dengan hipotesis (6) adalah

$$\hat{W}_n = n\hat{w}_n'\mathbf{S}'(\mathbf{SC}^*\mathbf{S}')^{-1}\mathbf{S}\hat{w}_n. \tag{8}$$

Prosedur untuk menentukan banyak unit pada layer tersembunyi dan lag yang signifikan dikonstruksi seperti pada model linear yang dikenal dengan uji signifikansi bertahap. Prosedur diawali dengan model yang sederhana yang disebut dengan model tereduksi. Misalkan model tereduksi dari FFNN (2) dituliskan sebagai

$$\mathbf{Y} = f(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{w}}_n^{(R)}) + \mathbf{u}^{(R)}, \tag{9}$$

Untuk mengetahui apakah perlu dilakukan perluasan ke model yang lebih kompleks, digunakan kriteria yang diusulkan oleh Kaashoek dan Van Dijk (2001, 2002), yaitu kuadrat dari koefisien korelasi antara $\mathbf{Y}$ dan $\hat{\mathbf{Y}}$, yang dapat dirumuskan sebagai

$$R_R^2 = \frac{(\hat{\mathbf{y}}_R'\mathbf{y})^2}{(\mathbf{y}'\mathbf{y})(\hat{\mathbf{y}}_R'\hat{\mathbf{y}}_R)} \tag{10}$$

dengan $\hat{y}_R$ adalah output dari model teredeuksi (9). Selanjutnya dimisalkan model penuh dari FFNN (2) adalah

$$\mathbf{Y} = f(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{w}}_n^{(F)}) + \mathbf{u}^{(F)} \tag{11}$$

Hitung koefisien korelasi antara Y dan $\hat{Y}$ pada model penuh (11) dengan rumus

$$R_F^2 = \frac{(\hat{\mathbf{y}}_F'\mathbf{y})^2}{(\mathbf{y}'\mathbf{y})(\hat{\mathbf{y}}_F'\hat{\mathbf{y}}_F)}$$

Evaluasi terhadap signifikansi penambahan parameter dilakukan dengan menggunakan nilai $R_{increment}^2 = R_{(F)}^2 - R_{(R)}^2$. Di bawah hipotesis nol $H_0 : \mathbf{w}^{*+} = \mathbf{0}$ penambahan parameter pada model penuh tidak signifikan. Statistik uji yang sesuai adalah

$$F = \frac{R_{increment}^2 \big/ (df_{(R)} - df_{(F)})}{(1 - R_{(F)}^2) \big/ df_{(F)}}. \tag{12}$$

dengan $R^2_{increment} = R^2_{(F)} - R^2_{(R)}$, $df_{(R)} = nm - p_R$ derajat bebas dari model tereduksi dan is $df_{(F)} = nm - p_F$ derajat bebas model penuh. Dapat ditunjukkan dengan mudah bahwa statistik (12) sama dengan statistik

$$F = \frac{(SSE_{(R)} - SSE_{(F)})/(df_{(R)} - df_{(F)})}{SSE_{(F)} / df_{(F)}} \tag{13}$$

Sebagaimana pada model linear, statistik uji (12) berdistribusi asimtotis F dengan derajat bebas $df_{(R)} = nm - p_R$ dan $df_{(F)} = nm - p_F$. Jadi statistik uji F (13) juga berdistribusi asimtotis F dengan derajat bebas .

Prosedur Seleksi Model

Prosedur pembentukan model FFNN berhubungan dengan penentuan arsitektur yang optimal. Pada time series multivariat, hal tersebut meliputi penentuan jumlah unit hidden, identifikasi lag-lag yang berpengaruh ke dalam model, dan signifikansi variabel input. Prosedur dilakukan dengan mengimplementasikan inferensia Statistik $R^2_{increment}$ dan Uji Wald.

Tahap pertama pembentukan model FFNN adalah menentukan jumlah unit yang optimal pada lapis tersembunyi. Dalam hal ini, strategi pemodelan dilakukan dengan melibatkan lag input lebih dari satu dari masing-masing variabel, misal dua atau tiga. Proses penentuan jumlah unit yang optimal pada lapis tersembunyi dilakukan mulai dari satu neuron pada lapis tersembunyi melalui inferensia Statistik $R^2_{increment}$. Penambahan jumlah neuron akan dihentikan jika statistik uji F menunjukkan nilai yang tidak signifikan. Setelah diperoleh jumlah neuron pada lapis tersembunyi yang optimal, maka tahap selanjutnya adalah penentuan lag input.

Pada tahap penentuan lag input yang optimal, proses penentuan dilakukan dengan langkah maju yang dimulai dengan lag (setiap lag terdiri atas lag dari masing-masing variabel pada skema GSTAR) yang mempunyai nilai R^2 paling besar. Kemudian, evaluasi signifikansi kontribusi penambahan variabel lag input melalui inferensia $R^2_{increment}$ dengan statistik uji F dilakukan secara sekuensial sampai diperoleh lag yang optimal. Tahap terakhir menentukan variabel yang relevan. Evaluasi signifikansi parameter dari variabel input ke lapis tersembunyi dilakukan melalui uji Wald. Eliminasi variabel lag input dilakukan pada parameter dari variabel lag input yang tidak signifikan. Proses berakhir dengan diperolehnya model FFNN terbaik untuk peramalan *time series* multivariat, yaitu model FFNN dengan variabel input dan jumlah unit neuron di lapis tersembunyi yang optimal.

Hasil Studi Simulasi

Pertama-tama ditentukan kandidat awal input lebih banyak dari input model simulasi, yaitu lag 1 dan lag2. Jadi desain input berdasarkan model FFNN (2) terdiri atas delapan unit input

$$\mathbf{Z}_{11,\text{t-1}} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_{1,t-1} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Z}_{12,\text{t-1}} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_{2,t-1} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}, \mathbf{Z}_{11,\text{t-2}} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_{2,t-2} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Z}_{12,\text{t-2}} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_{1,t-2} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{Z}_{21,\text{t-}} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{Z}_{1,t-1} \end{pmatrix}, \mathbf{Z}_{22,\text{t-1}} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{Z}_{2,t-1} \end{pmatrix}, \mathbf{Z}_{21,\text{t-2}} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{Z}_{1,t-2} \end{pmatrix}, \text{ and } \mathbf{Z}_{22,\text{t-2}} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{Z}_{2,t-2} \end{pmatrix}.$$

Langkah pertama adalah mengimplementasikan prosedur forward, sebagaimana dijelaskan dalam bagian sebelumnya, untuk menentukan jumlah neuron yang optimal pada hidden layer melalui model FFNN dengan variabel input $\left(\mathbf{Z}_{11,t-1}, \mathbf{Z}_{12,t-1}, \mathbf{Z}_{11,t-2}, \mathbf{Z}_{12,t-2}, \mathbf{Z}_{21,t-1}, \mathbf{Z}_{22,t-1}, \mathbf{Z}_{21,t-2}, \mathbf{Z}_{22,t-2}\right)$. Hasil optimisasi diberikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Hasil-hasil penentuan jumlah neuron yang optimal di *hidden layer* dengan prosedur *forward* melalui uji $R^2_{increment}$

Jumlah unit pada hidden layer	R^2	$R^2_{increment}$	**Statistik uji F**	***p-value***
1	0.7194478	-	-	-
2	0.8490907	0.1296429	6.922922	4.709664e-008
3	0.9245464	0.0754557	7.833773	8.791926e-009
4	0.9386959	0.0141495	1.663691	0.105388

Terlihat dengan jelas bahwa setelah jumlah neuron pada hidden layer tiga, prosedur optimisasi menunjukkan nilai *p*-value yang tidak signifikan; jadi proses dihentikan dan memutuskan bahwa jumlah neuron yang optimal pada hidden layer adalah tiga. Prosedur dilanjutkan untuk menentukan lag yang berpengaruh pada model. Pada kasus ini setiap lag memuat empat variabel. Jadi evaluasi terhadap koefisien R^2 dihitung berdasarkan model FFNN dengan input masing-masing lag, yang memuat empat variabel. Hasil optimisasi diberikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Hasil-hasil penentuan lag yang optimal dengan prosedur *forward* melalui uji $R^2_{increment}$

lags	R^2	$R^2_{increment}$	**F test**	**p-value**
1	0.9099576	–	–	–
2	0.6580684	–	–	–
1,2	0.9245464	0.0145888	1.305469	0.2306338

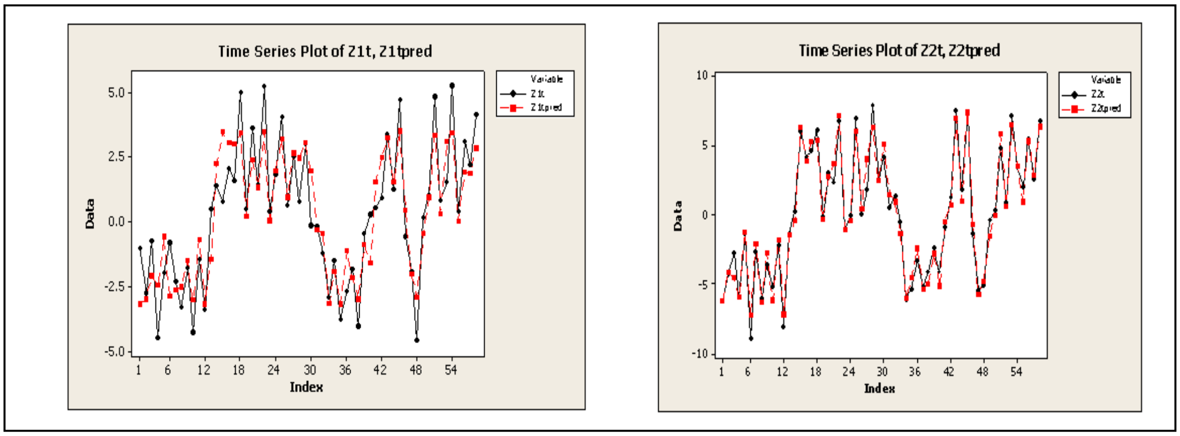
Karena lag 1 mempunyai nilai R^2 lebih besar dari lag 2, maka sebagai model tereduksi adalah FFNN dengan input lag 1, dan model penuh adalah FFNN dengan input lag 1 dan 2. Hasil akhir menunjukkan bahwa memasukkan lag 2 ke dalam model memberikan nilai p-value yang tidak signifikan. Jadi ditetapkan lag yang berpengaruh terhadap model adalah lag 1.

Langkah terakhir adalah memilih input yang signifikan diantara input-input pada lag 1, Dalam tahap ini, model FFNN dengan tiga neuron pada hidden layer dioptimisasi melalui masing-masing input pada lag 1 melalui uji signifikansi dengan uji Wald. Hasil optimisasi untuk penentuan input ini dapat dilihat pada Tabel 3. Dari tabel ini dapat dijelaskan bahwa unit $\left(\mathbf{Z}_{11,t-1}, \mathbf{Z}_{21,t-1}, \mathbf{Z}_{22,t-1}\right)$ adalah unit input yang optimal dari network, karena memberikan nilai-nilai parameter yang secara statistik signifikan berbeda dengan nol. Hal ini ditunjukkan oleh nilai *p-value* dari uji Wald yang lebih kecil dari 0,05. Jadi, prosedur *backward* melalui uji Wald menghasilkan arsitektur terbaik dari network yaitu FFNN dengan input $\left(\mathbf{Z}_{11,t-1}, \mathbf{Z}_{21,t-1}, \mathbf{Z}_{22,t-1}\right)$.

Tabel 3. Hasil-hasil penentuan kombinasi variabel input yang optimal dengan prosedur *forward* melalui uji $R^2_{\text{increment}}$

Weights	Coefficient	S.E.	Wald test	p-value
b1 ->h1	-0.1187	0.00340	4.139	0.041918
$\mathbf{Z}_{11,t-1}$ ->h1	1.2863	0.05614	29.474	0.000000
$\mathbf{Z}_{12,t-1}$ ->h1	-0.0021	0.00852	0.001	0.981844
$\mathbf{Z}_{21,t-1}$ ->h1	0.2161	0.00206	22.617	0.000002
$\mathbf{Z}_{22,t-1}$ ->h1	1.5811	0.03011	83.035	0.000000
b ->h2	0.0302	0.00161	0.565	0.452357
$\mathbf{Z}_{11,t-1}$ ->h2	-0.6851	0.00286	163.904	0.000000
$\mathbf{Z}_{12,t-1}$ ->h2	0.0059	0.00020	0.171	0.678832
$\mathbf{Z}_{21,t-1}$ ->h2	-0.3765	0.00097	146.165	0.000000
$\mathbf{Z}_{22,t-1}$ ->h2	-0.2471	0.00072	84.278	0.000000
b ->h3	0.1065	0.00458	2.476	0.115575
$\mathbf{Z}_{11,t-1}$ ->h3	1.5867	0.05075	49.608	0.000000
$\mathbf{Z}_{12,t-1}$ ->h3	-0.0259	0.00567	0.118	0.730889
$\mathbf{Z}_{21,t-1}$ ->h3	1.9106	0.04186	87.206	0.000000
$\mathbf{Z}_{22,t-1}$ ->h3	0.0230	0.00186	0.284	0.593878
b-> o	-32.3527	7.08357	147.764	0.000000
h1-> o	14.7640	3.26543	66.753	0.000000
H2-> o	33.9711	6.63960	173.811	0.000000
H3-> o	15.6191	3.46995	70.305	0.000000

Dengan demikian hasil prosedur secara lengkap adalah model FFNN dengan variabel input $\left(\mathbf{Z}_{11,t-1}, \mathbf{Z}_{21,t-1}, \mathbf{Z}_{22,t-1}\right)$ dan tiga neuron di *layer* tersembunyi. Hasil ini sesuai dengan model yang disimulasikan dari MESTAR (1). Sebagai tambahan diberikan plot time series output kedua variabel yang dihasilkan oleh model FFNN yang diperoleh dengan data asli hasil simulasi. (lihat Gambar 4).



Gambar 4. Plot time series output dari model FFNN dengan data asli hasil simulasi

Dapat diamati dengan jelas bahwa output dari FFNN sangat mendekti data asli. Semua hasil yang telah dipaparkan menujukkan bahwa kombinasi prosedur *forward* dengan uji $R^2_{increment}$ dan prosedur *Backward* dengan Uji Wald dapat bekerja dengan baik dalam proses pemilihan model FFNN yang optimal pada time series multivariat.

SIMPULAN

Berdasarkan hasil-hasil pada bagian sebelumnya dapat ditarik kesimpulan bahwa seleksi model FFNN dapat dilakukan berdasarkan konsep-konsep statistik seperti uji hipotesis, tidak secara coba-coba. Hasil simulasi menunjukkan bahwa kombinasi prosedur *forward* dengan $R^2_{increment}$ dan prosedur *backward* dengan uji Wald dapat bekerja dengan baik.

SARAN

Kajian empiris yang dilakukan dalam penelitian ini masih terbatas pada data simulasi, sehingga perlu dilanjutkan dengan kajian dengan menggunakan data real. Hasil dengan data real akan lebih memperkuat bahwa prosedur yang diusulkan telah bekerja secara efektif untuk peramalan data time series multivariat.

REFERENCES

Anders, U., & Korn, O. 1999. Model Selection in Neural Network. *Neural Networks*, Vol. 12, pp. 309–323.

Brockwell, P.J. & Davis, R.A. 1996. *Introducion to Time Series and Forecasting*. New York*:* Springer Verlag.

Kaashoek, J.F. & Van Dijk, H.K. 2001. Neural Networks as Econometric Tool. *Report EI 2001–05*, Econometric Institute Erasmus University Rotterdam.

Kaashoek, J.F., & Van Dijk, H.K. 2002. Neural Network Pruning Applied to Real Exchange Rate Analysis. *Journal of Forecasting*, **21**, pp. 559-577.

Ruchjana, B.N. 2002. Curve Modeling of Oil Production by Using Generalized S-TAR Model. *Forum Statistika dan Komputasi*, Special Edition, IPB, Bogor.

Lopuhaa H.P. & Borovkova, S. 2005. Asymptotic properties of least squares estimators in generalized STAR models. *Technical report*. Delft University of Technology.

Medeiros, M. C., Terasvirta, T., & Rech, G. 2006. Building Neural network for Time series: A Statistical Approach. *Journal of Forecasting,* Vol. 3, pp. 75-115.

Ripley, B.D. 1993. *Statistical Aspects of Neural Networks*, in O.E. Barndorff-Nielsen, J.L. Jensen and W.S. Kendall, eds., Networks and Chaos: Statistical and Probabilistic Aspects, Chapman & Hall.

Suhartono, Subanar & Guritno, S. 2006. Model Selection in Neural Networks by Using Inference of $R^2_{\text{Incremental}}$, PCA, and SIC Criteria for Time Series Forecasting, *JOURNAL OF QUANTITATIVE METHODS: Journal Devoted to The Mathematical and Statistical Application in Various Fields*, Vol. **2**, No. 1, 41-57.

Suhartono, Subanar & Guritno, S. 2007. Asymptotic Normality and Model Selection in Neural Networks by Using Inference Of *R*2 Incremental and Wald Test for Time Series Forecasting. *Part of Desertation, Presented at SEAMS Conference*, Gadjah Mada University, Yogyakarta.

White, H. 1989. Learning in Artificial Neural Networks: A Statistical Perspective. *Neural Computation*, Vol.1, pp. 425 –464.

White, H. 1999. *Asymptotic Theory for Econometricians*. New York: Academic Press.

Zang G., Eddy Patuwo B., & Hu, M.Y. 1998. Forecasting with artificial neural networks: The state of the art. *International Journal of Forecasting*. Vol. 14. pp. 35 – 62.