

Pemodelan Data Fuzzy Time Series dengan Menggunakan Dekomposisi Nilai Singular dan Aplikasinya pada Perkiraan Tingkat Inflasi di Indonesia (Agus Maman Abadi)

PEMODELAN DATA FUZZY TIME SERIES DENGAN MENGGUNAKAN DEKOMPOSISI NILAI SINGULAR DAN APLIKASINYA PADA PERKIRAAN TINGKAT INFLASI DI INDONESIA

Oleh:
Agus Maman Abadi
Staf Pengajar FMIPA UNY

Abstract

The aims of this research are to construct a new method for modeling fuzzy time series data and to apply the method for forecasting Indonesian inflation rate. The procedure of this research is done by the following steps: (1) determine fuzzy relations using table lookup scheme, (2) Apply the singular value decomposition to reduce the unimportant fuzzy relations, (3) apply the method to forecasting Indonesian inflation rate.

The result of this research is that it was designed a new method to construct the fuzzy time series model using singular value decomposition method. Then, the method is applied to forecast the Indonesian inflation rate based on fuzzy time series data. Forecasting inflation rate using the proposed method yields a higher accuracy than that using table lookup scheme and neural network methods.

Keywords: fuzzy time series, singular value decomposition, inflation rate.

PENDAHULUAN

Kajian tentang sistem *fuzzy* yang menggunakan fuzzifikasi singleton, mesin inferensi pergandaan dan defuzzifikasi rata-rata pusat telah dilakukan oleh Karyati dkk (2003). Kemudian Abadi, (2003) telah menunjukkan bahwa sistem *fuzzy* dapat digunakan untuk mendekati suatu fungsi kontinu pada himpunan kompak. Selanjutnya Abadi & Muhson (2005) telah membuat model inflasi

di Indonesia berdasarkan faktor nilai tukar rupiah dan pendapatan nasional dengan menggunakan sistem *fuzzy*. Model regresi *fuzzy* untuk memperkirakan tingkat inflasi berdasarkan jumlah uang yang beredar, nilai tukar rupiah, tingkat bunga dan pendapatan nasional telah dilakukan oleh Abadi,dkk (2006) dan hasilnya lebih baik jika dibandingkan model inflasi yang menggunakan regresi yang diteliti oleh Muhson (1999). Penelitian tersebut belum menggunakan data *fuzzy time series*.

Berdasarkan data *fuzzy time series* univariat, model *fuzzy* yang didesain menggunakan fuzzifier singleton, mesin inferensi minimum, implikasi Mamdani dan defuzzifier rata-rata pusat mempunyai keakuratan yang tinggi untuk memprediksi tingkat suku bunga Sertifikat Bank Indonesia (Abadi, dkk, 2007). Selanjutnya Abadi, dkk (2007) telah melakukan pemodelan dan perkiraan tingkat suku bunga Sertifikat Bank Indonesia berdasarkan data *fuzzy time series* multivariat, yang mempunyai ketepatan prediksi lebih baik dibandingkan pemodelan dengan *neural network* yang dilakukan oleh Kustono, dkk. (2006). Pemodelan data *fuzzy time series* univariat juga telah dilakukan oleh Chen (2002), Sah dan Degtiarev (2004), Chen dan Hsu (2004). Selanjutnya pemodelan berdasarkan data *fuzzy time series* multivariat juga sudah dikembangkan oleh Lee, dkk (2006) dan Jilani, dkk (2007).

Pemodelan data *fuzzy time series* yang dilakukan oleh peneliti-peneliti di atas masih terbatas pada model diskrit dan belum menentukan banyaknya aturan *fuzzy* yang optimal. Selanjutnya Abadi,dkk. (2008a, 2008b, 2008c) telah memodelkan data *fuzzy time series* dengan menggunakan himpunan *fuzzy* kontinu untuk mengkonstruksi relasi *fuzzy* yang lengkap. Menentukan banyaknya aturan *fuzzy* sangat penting untuk mendapatkan keakuratan prediksi. Berdasarkan uraian di atas timbul permasalahan: bagaimana menentukan model *fuzzy time series* yang optimal dan bagaimana menerapkan model tersebut pada peramalan tingkat inflasi di Indonesia.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian *research and development*. Penelitian ini dilakukan dengan tahap-tahap sebagai berikut:

1. Menentukan domain dari input dan output data.
2. Mendefinisikan himpunan *fuzzy* pada domain input-output data dengan fungsi keanggotaan yang normal dan lengkap.
3. Membentuk aturan *fuzzy* dengan *table lookup scheme* berdasarkan data training.
4. Mereduksi aturan fuzzy dengan dekomposisi nilai singular.

5. Menentukan banyaknya nilai singular yang harus diambil untuk mendapatkan model *fuzzy time series* yang optimal.
6. Mengaplikasikan model *fuzzy time series* pada peramalan tingkat inflasi di Indonesia.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pembentukan model *fuzzy time series*

Misalkan $Y(t)$, $t = \dots, 0, 1, 2, \dots$, adalah himpunan bagian dari \mathbf{R} dan $f_i(t)$, $i = 1, 2, 3, \dots$, adalah himpunan *fuzzy* yang didefinisikan pada $Y(t)$. Misalkan $F(t)$ adalah himpunan yang anggotanya adalah $f_i(t)$, $i = 1, 2, 3, \dots$, maka $F(t)$ disebut *fuzzy time series* pada $Y(t)$, $t = \dots, 0, 1, 2, 3, \dots$.

Seperti pada pemodelan data *time series* tradisional, data *training* digunakan untuk menentukan hubungan diantara nilai-nilai data pada waktu yang berbeda-beda. Di dalam *fuzzy time series* hubungan ini berbeda dengan yang ada di *time series* tradisional. Pada pemodelan data *fuzzy time series*, pengalaman ahli dapat digunakan dalam pemodelan. Pengalaman ahli tersebut dinyatakan dalam bentuk pernyataan “**Jika ... maka ...**”. Bentuk ini disebut aturan *fuzzy*. Selanjutnya langkah utama dalam pemodelan data *fuzzy time series* adalah mengidentifikasi data *training* dengan menggunakan aturan *fuzzy*.

Misalkan $A_{1,k}(t-i), \dots, A_{N_i,k}(t-i)$ adalah N_i himpunan *fuzzy* dengan fungsi keanggotaan kontinu yang normal dan lengkap pada *fuzzy time series* $F_k(t-i)$, $i=1, 2, 3, \dots, n$, $k=1, 2, \dots, m$, maka aturan *fuzzy*

JIKA $(x_1(t-n)$ adalah $A_{i_1,1}^j(t-n)$ dan ...dan $x_m(t-n)$ adalah $A_{i_m,m}^j(t-n)$)
 dan $(x_1(t-1)$ adalah $A_{i_1,1}^j(t-1)$ dan ...dan $x_m(t-1)$ adalah $A_{i_m,m}^j(t-1)$), MAKA
 $x_1(t)$ adalah $A_{i_1,1}^j(t)$ (1)

ekuivalen dengan relasi *fuzzy* dan sebaliknya, sehingga (1) dapat dipandang sebagai relasi *fuzzy* pada $U \times V$ dengan
 $U = U_1 \times \dots \times U_{m_n} \subset R^{m_n}$, $V \subset R$ dan

$$\mu_A(x_1(t-n), \dots, x_1(t-1), \dots, x_m(t-n), \dots, x_m(t-1)) = \mu_{A_{i_1,1}}(x_1(t-n)) \dots \mu_{A_{i_1,1}}(x_1(t-1)) \dots \mu_{A_{i_m,m}}(x_m(t-n)) \dots \mu_{A_{i_m,m}}(x_m(t-1))$$

dengan $A = A_{i_1,1}(t-n) \times \dots \times A_{i_1,1}(t-1) \times \dots \times A_{i_m,m}(t-n) \times \dots \times A_{i_m,m}(t-1)$.

Misalkan $F_1(t-1), F_2(t-1), \dots, F_m(t-1) \rightarrow F_1(t)$ adalah model *fuzzy time series* m-faktor order satu, maka $F_1(t-1), F_2(t-1), \dots, F_m(t-1) \rightarrow F_1(t)$ dapat dipandang sebagai model *fuzzy time series* dengan m input dan satu output. Selanjutnya akan didesain model *fuzzy time series* dengan m input dan satu output dengan menggunakan metode *table lookup scheme* dan

dekomposisi nilai singular. Tetapi metode ini dapat digeneralisasi untuk model *fuzzy time series* dengan m -faktor order n .

Jika diberikan N data training: $(x_{1p}(t-1), x_{2p}(t-1), \dots, x_{mp}(t-1); x_{1p}(t))$, $p = 1, 2, 3, \dots, N$ dan misalkan $U = [\alpha_1, \beta_1] \subset R$ dan $V = [\alpha_i, \beta_i] \subset R, i = 2, 3, \dots, m$ berturut-turut adalah *universes of discourse* untuk faktor utama dan faktor sekunder. Jika $A_{1,k}(t-i), \dots, A_{N_i,k}(t-i)$ adalah N_i himpunan *fuzzy* pada *fuzzy time series* $F_k(t-i)$ yang kontinu, normal dan lengkap di $[\alpha_k, \beta_k] \subset R, k = 2, 3, \dots, m, i = 0, 1$, maka dengan *table lookup scheme* diperoleh sebanyak M relasi logika *fuzzy* yang berbentuk:

$$(A_{j_1,1}^l(t-1), A_{j_2,2}^l(t-1), \dots, A_{j_m,m}^l(t-1)) \rightarrow A_{i,1}^l(t), l = 1, 2, 3, \dots, M. \dots\dots\dots (2)$$

Kemudian jika diberikan *input* himpunan *fuzzy* $A'(t-1)$, maka fungsi keanggotaan dari perkiraan *output* $A'(t)$ adalah

$$\mu_{A'(t)}(x_1(t)) = \max_{l=1}^M (\sup_{x \in U} (\mu_{A'}(x(t-1)) \prod_{f=1}^m \mu_{A_{j_f,f}(t-1)}(x_f(t-1)) \mu_{A_{i,1}^l}(x_1(t)))) \dots\dots\dots (3)$$

Selanjutnya jika *output* yang diinginkan adalah real, maka dilakukan defuzzifikasi, sebagai contoh, jika diberikan *input* himpunan *fuzzy* $A'(t-1)$ dengan fungsi keanggotaan Gaussian

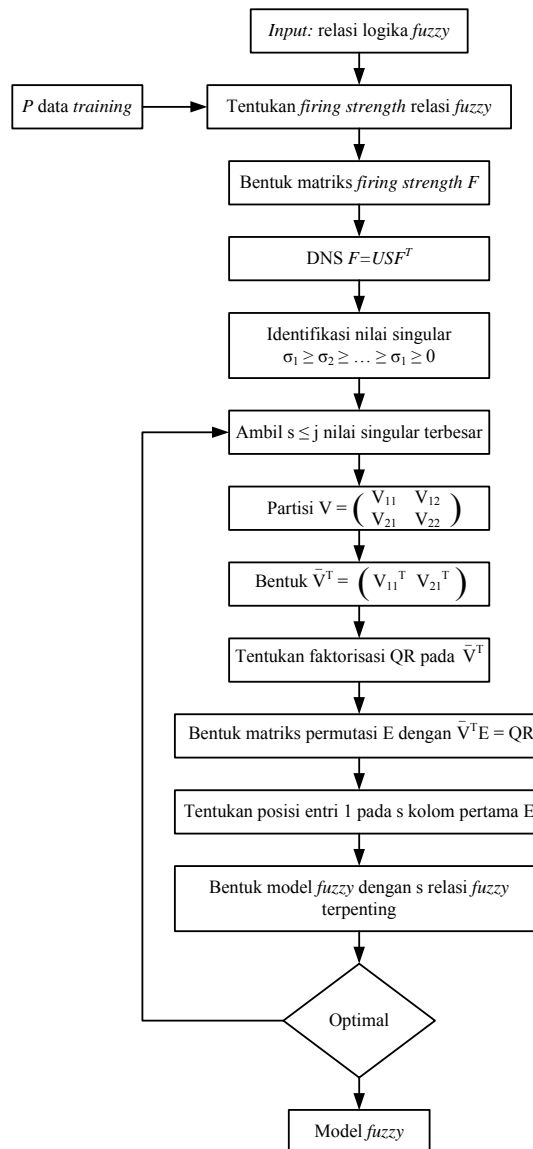
$\mu_{A'(t-1)}(x(t-1)) = \exp\left(-\sum_{i=1}^m \frac{(x_i(t-1) - x_i^*(t-1))^2}{a_i^2}\right)$, maka perkiraan

output dengan *defuzzifier* rata-rata pusat adalah

$$x_1(t) = f(x_1(t-1), \dots, x_m(t-1)) = \frac{\sum_{j=1}^M y_j \exp\left(-\sum_{i=1}^m \frac{(x_i(t-1) - x_i^{*j}(t-1))^2}{a_i^2 + \sigma_{i,j}^2}\right)}{\sum_{j=1}^M \exp\left(-\sum_{i=1}^m \frac{(x_i(t-1) - x_i^{*j}(t-1))^2}{a_i^2 + \sigma_{i,j}^2}\right)} \quad (4)$$

dengan y_j adalah pusat dari himpunan *fuzzy* $A_{i,1}^j(t)$.

Jika banyaknya data *training* besar, maka banyaknya relasi logika *fuzzy* mungkin besar sehingga akan menambah kekomplekkan dalam perhitungan. Untuk mengatasi hal ini, akan dilakukan pengurangan relasi logika *fuzzy* dengan menggunakan metode dekomposisi nilai singular. Pengertian dekomposisi nilai singular diacu dari Scheick (1997). Langkah-langkah untuk mengurangi banyaknya relasi logika *fuzzy* dengan metode dekomposisi nilai singular dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Prosedur pembentukan model *fuzzy time series* dengan dekomposisi nilai singular

Aplikasi model *fuzzy time series* pada perkiraan tingkat inflasi

Di dalam subbab ini akan diberikan aplikasi dari model *fuzzy time series* 6-faktor order satu dalam peramalan tingkat inflasi. Faktor utamanya adalah tingkat inflasi dan faktor sekundernya adalah suku bunga sertifikat Bank Indonesia, suku bunga deposito, persediaan uang, jumlah deposito dan nilai tukar rupiah. Data diambil dari Januari 1999 sampai Februari 2003. Data dari Januari 1999 samapai Januari 2002 digunakan untuk *training* dan data dari Februari 2002 sampai Februari 2003 digunakan untuk *testing*.

Pertama, akan dikonstruksikan relasi logika *fuzzy* dengan menggunakan *table lookup scheme* dan kemudian dekomposisi nilai singular digunakan untuk menentukan relasi logika *fuzzy* yang optimal. Di dalam penelitian ini, akan diprediksi tingkat inflasi bulan ke- k berdasarkan data tingkat inflasi, suku bunga sertifikat Bank Indonesia, suku bunga deposito, persediaan uang, jumlah deposito dan nilai tukar rupiah pada bulan ke- $(k-1)$. *Universes of discourse* dari suku bunga sertifikat Bank Indonesia, suku bunga deposito, nilai tukar rupiah, jumlah deposito, persediaan uang, tingkat inflasi beturut-turut adalah $[10, 40]$, $[10, 40]$, $[6000, 12000]$, $[360000, 460000]$, $40000, 90000]$, $[-2, 4]$. Didefinisikan 16 himpunan *fuzzy* B_1, B_2, \dots, B_{16} , 16 himpunan *fuzzy* C_1, C_2, \dots, C_{16} , 25 himpunan *fuzzy* D_1, D_2, \dots, D_{25} , 21 himpunan *fuzzy* E_1, E_2, \dots, E_{21} , 21

himpunan *fuzzy* F_1, F_2, \dots, F_{21} , 13 himpunan *fuzzy* A_1, A_2, \dots, A_{13} berturut-turut pada *universes of discourse* dari suku bunga sertifikat Bank Indonesia, suku bunga deposito, nilai tukar rupiah, jumlah deposito, persediaan uang, tingkat inflasi.

Di dalam penelitian ini, didefinisikan fungsi keanggotaan Gaussian untuk semua himpunan *fuzzy* yang dibentuk. Selanjutnya terdapat 36 relasi *fuzzy* yang berbentuk:

$$(B_{j_2}^l(t-1), C_{j_3}^l(t-1), D_{j_4}^l(t-1), E_{j_5}^l(t-1), F_{j_6}^l(t-1), A_{j_1}^l(t-1)) \rightarrow A_{j_s}^l(t)$$

Perkiraan output dapat dilakukan dengan persamaan (3) atau (4).

Untuk mengetahui relasi logika *fuzzy* yang optimal, diterapkan metode dekomposisi nilai singular dengan prosedur sebagai berikut:

Langkah 1. Tentukan *firing strength* dari relasi logika *fuzzy* dalam Tabel 1 untuk setiap data *training*. Perhitungan *firing strength* suatu relasi *fuzzy* mengacu pada Abadi, dkk. (2008b).

Langkah 2. Bentuk matriks F berukuran 36×36 , $F =$

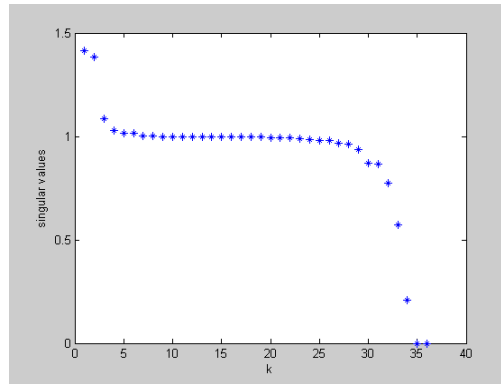
$$\begin{pmatrix} F_1(1) & F_2(1) & \dots & F_{36}(1) \\ F_1(2) & F_2(2) & \dots & F_{36}(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ F_1(36) & F_2(36) & \dots & F_{36}(36) \end{pmatrix}, \text{ dengan } F_j(i), i, j = 1, 2, \dots, 36,$$

dihitung menggunakan Langkah 1.

Langkah 3. Tentukan dekomposisi nilai singular dari F yaitu $F = USV^T$. Ada 34 nilai singular tak nol dari F . Distribusi nilai singular F dapat dilihat pada Gambar 2.

Langkah 4. Tentukan banyaknya relasi logika *fuzzy* yang akan diambil, misalkan s dengan $s \leq \text{rank}(F)$. Berdasarkan pada Gambar 2, nilai singular turun tegas setelah 29 nilai singular pertama. Oleh karena itu diambil 29 nilai singular pertama dan dengan menerapkan faktorisasi QR didapat matriks permutasi E dan dengan menandai posisi entri-entri 1 pada s kolom pertama dari matriks E mengindikasikan posisi s relasi logika *fuzzy* terpenting.

Sebagai hasil pengambilan 29 nilai singular terbesar, maka diperoleh penurunan banyaknya relasi logika *fuzzy* dari 36 ke 29. Posisi dari 29 relasi logika *fuzzy* terpenting diidentifikasi pada posisi 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 25, 26, 27, 28, 30, 31, 32, 33, 34, 36. Relasi logika *fuzzy* yang dihasilkan digunakan untuk pembentukan model peramalan data *fuzzy time series* (3) dan (4).

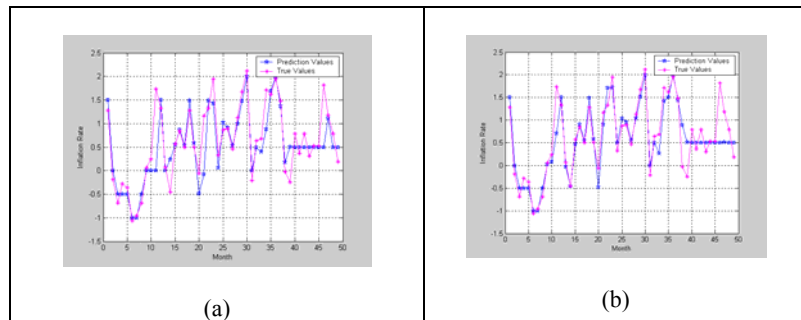


Gambar 2. Distribusi nilai singular matriks F

Mean square error (MSE) dari data *training* dan data *testing* untuk prediksi tingkat inflasi dari berbagai metode dapat ditunjukkan pada Tabel 1. Berdasarkan Tabel 1, prediksi tingkat inflasi dengan metode dekomposisi nilai singular mempunyai keakuratan yang lebih tinggi dibandingkan prediksi tingkat inflasi dengan *table lookup scheme* dan *neural network*.

Tabel 1. Perbandingan MSE data *training* dan data *testing* untuk menggunakan berbagai metode

Metode	Banyaknya relasi <i>fuzzy</i>	MSE data <i>training</i>	MSE data <i>testing</i>
Dekomposisi nilai singular	29	0.191000	0.21162
<i>Table lookup scheme</i>	36	0.063906	0.30645
<i>Neural network</i>		0.757744	0.42400



Gambar 3. Nilai-nilai tingkat inflasi yang sebenarnya dan prediksinya dengan: (a) metode dekomposisi nilai singular, (b) *table lookup scheme*

SIMPULAN

Di dalam penelitian ini telah dikonstruksikan metode untuk pemodelan data *fuzzy time series* dengan dekomposisi nilai singular. Metode dekomposisi nilai singular digunakan untuk mereduksi relasi logika *fuzzy* yang kurang penting dengan melihat nilai-nilai singular dari matriks *firing strength*. Posisi dari entri-entri 1 dari matriks permutasi menunjukkan posisi relasi logika *fuzzy* terpenting. Metode ini diterapkan untuk peramalan tingkat inflasi yang menghasilkan keakuratan yang lebih baik dibandingkan dengan metode *neural network* dan *table lookup scheme*.

Ketepatan peramalan juga tergantung pada ketepatan pengambilan variabel-variabel input. Oleh karena itu pada

penelitian selanjutnya akan diteliti bagaimana menentukan sensitivitas variabel-variabel input untuk meningkatkan keakuratan prediksi berdasarkan data *fuzzy times series*.

DAFTAR PUSTAKA

- Abadi, A.M., 2003, Penggunaan sistem samar untuk pendekatan suatu fungsi. *Makalah dalam Seminar Nasional Matematika* tanggal 18 Maret 2003 di Universitas Sebelas Maret.
- Abadi, A.M., Muhson, A.. 2005. Pemodelan tingkat inflasi di Indonesia dengan menggunakan sistem fuzzy. *Jurnal Ekonomi dan Pendidikan FIS UNY*, 2(2), 113-121.
- Abadi, A.M, Subanar, Widodo & Saleh, S.. 2006. Fuzzy model for forecasting inflation rate, *Proceeding of International Conference on Mathematics and Natural Sciences ITB. Bandung*.
- Abadi, A.M, Subanar, Widodo & Saleh, S.. 2007. Forecasting interest rate of Bank Indonesia certificate based on univariate fuzzy time series. *International Conference on Mathematics and Its applications SEAMS*. Gadjah Mada University. Yogyakarta.
- Abadi, A.M, Subanar, Widodo & Saleh, S.. 2008a. Constructing complete fuzzy rules of fuzzy model using singular value decomposition. *Proceeding of International Conference on Mathematics, Statistics and Applications (ICMSA)*. Syiah Kuala University. Banda Aceh.
- Abadi, A.M, Subanar, Widodo & Saleh, S.. 2008b. Designing fuzzy time series model and its application to forecasting

Pemodelan Data Fuzzy Time Series dengan Menggunakan Dekomposisi Nilai Singular dan Aplikasinya pada Perkiraan Tingkat Inflasi di Indonesia (Agus Maman Abadi)

inflation rate. 7th *World Congress in Probability and Statistics*. National University of Singapore. Singapore.

Abadi, A.M, Subanar, Widodo & Saleh, S.. 2008c. A new method for generating fuzzy rule from training data and its application in financial problems. *The 3rd International Conference on Mathematics and Statistics (ICoMS-3)*. Institut Pertanian Bogor. Bogor.

Chen, S.M.. 2002. Forecasting enrollments based on high-order fuzzy time series. *Cybernetics and Systems Journal* 33, 1-16.

Chen, S.M., Hsu, C.C.. 2004. A new method to forecasting enrollments using fuzzy time series. *International Journal of Applied Sciences and Engineering*, 2(3), 234-244.

Jilani, T.A., Burney, S.M.A. & Ardil, C.. 2007. Multivariate high order fuzzy time series forecasting for car road accidents. *International Journal of Computational Intelligence*, 4(1), 15-20.

Karyati, Sukirman, Rosnawati, R. & Abadi, A.M.. 2003. *Konstruksi fuzzifier dan defuzzifier suatu sistem samar*. Research Grant Due-Like Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta. Yogyakarta.

Kustono, Supriyadi & Sukisno, T..2006. *Peramalan suku bunga sertifikat Bank Indonesia dengan menggunakan jaringan syaraf tiruan*. Laporan Penelitian Dosen Muda. Universitas Negeri Yogyakarta. Yogyakarta.

Lee, L.W., Wang, L.H., Chen, S.M. & Leu, Y.H.. 2006. Handling forecasting problems based on two-factors high order fuzzy time series. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 14(3), 468-477.

- Muhson,A..1999. *Faktor-faktor yang Mempengaruhi Inflasi di Indonesia*. Laporan penelitian DIK FISE Univeristas Negeri Yogyakarta. Yogyakarta.
- Sah, M., Degtiarev, K.Y..2004. Forecasting enrollments model based on first-order fuzzy time series. *Transaction on Engineering Computing and Technology*, VI, 375-378.
- Scheick, J.T..1997. *Linear algebra with applications*. McGraw-Hill. Singapore.
- Song, Q., Chissom, B.S..1993. Fuzzy time series and its models. *Fuzzy Sets and Systems*, 54, 269-277.