

**MEMOTIVASI SISWA BELAJAR GEOMETRI
DENGAN LINGKARAN TITIK SEMBILAN**

Sugiyono
Jurusan Pendidikan Matematika
FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta

Abstrak

Sudah tidak asing lagi jika ada siswa SMP atau SMA yang tidak senang pada pelajaran matematika khususnya Geometri. Hal tersebut mungkin karena mereka belum terbiasa menggeluti atau belajar lebih dalam tentang Geometri. Apabila mereka sudah terbiasa belajar atau menekuni lebih dalam tentang geometri ini dimungkinkan mereka justru akan memandang geometri adalah sangat menyenangkan dan terasa indah sekali. Oleh karena itu di sini akan ditunjukkan salah satu keindahan dari geometri yaitu adanya lingkaran titik sembilan. Diharapkan dengan melihat keindahannya siswa akan senang pada Geometri khususnya dan Matematika pada umumnya.

Lingkaran titik sembilan yang juga disebut lingkaran Feuerbach adalah lingkaran yang melalui 9 titik titik istimewa dalam suatu segitiga. Keindahan lingkaran itu tampak antara lain dari buktinya yang menggunakan banyak konsep dan sifat-sifat dalam geometri. Selain itu, Titik-titik istimewa dalam segitiga itu tidak terlalu banyak, tetapi 9 diantaranya terletak pada lingkaran ini, adalah suatu hal yang sangat istimewa. Secara visual, lingkaran titik sembilan dapat ditunjukkan dengan menggunakan perangkat jangka dan penggaris. Saat ini jangka dan penggaris sebagai alat melukis di papan tulis hitam (*blackbord*) sudah jarang dilakukan di sekolah. Hal ini disebabkan antara lain 1) *Black board* dan kapur diganti dengan *white board* dan spidol yang licin dan sulit digunakan untuk melukis. 2) Guru tidak berminat memberikan materi lukisan pada siswanya karena pada ujian akhir nasional, lukisan tidak pernah keluar. 3). Banyak guru SMP/SMA yang tidak dapat melukis menggunakan jangka dan penggaris ini, sekalipun hanya lukisan-lukisan dasar.

Salah satu alternatif agar visualisasi dapat terwujud sehingga memudahkan siswa memahami konsep tanpa menggunakan jangka dan penggaris serta siswa tertarik melakukan, adalah melukis/menggambar dan menunjukkan sifat-sifat dalam geometri adalah dengan menggunakan komputer program CABRI.

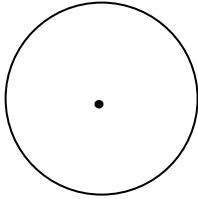
Kata Kunci : Lingkaran Titik Sembilan, Geometri, CABRI.

PENDAHULUAN

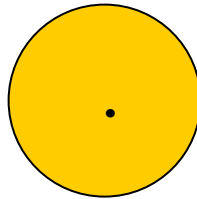
Pada pelajaran Geometri di Sekolah, telah dikenal sebuah bangun Geometri datar yang disebut lingkaran. Lingkaran didefinisikan sebagai himpunan titik dalam bidang yang berjarak sama terhadap suatu titik tertentu. Titik tertentu tersebut kemudian disebut

titik pusat lingkaran, sedangkan jarak itu disebut panjang jari-jari lingkaran. Jadi lingkaran L dengan pusat P dan panjang jari-jari $= r$ di tulis $L(P,r)$ adalah $L(P,r) = \{T/ TP = r\}$.

Di Sekolah Dasar, yang dimaksud lingkaran adalah daerah dalam lingkaran; yakni $\{T/ PT < r\}$. Definisi terakhir ini memudahkan siswa untuk membayangkan tentang luas lingkaran atau yang lebih tepat luas daerah dalam lingkaran.



Gambar lingkaran



Gambar daerah dalam lingkaran

Suatu titik A terletak pada lingkaran $L(P,r)$ jika $PA = r$, Titik B di dalam lingkaran $L(P,r)$ jika $PB < r$ dan C di luar lingkaran $L(P, r)$ jika $PC > r$

Ada suatu lingkaran yang melalui 9 titik istimewa dalam suatu segitiga. Lingkaran ini disebut lingkaran titik sembilan.

Garis-Garis Istimewa Dalam Segitiga

Yang disebut garis –garis istimewa dalam suatu segitiga adalah garis tinggi, garis bagi dan garis berat serta sumbu sisi suatu segitiga. Garis tinggi suatu segitiga melalui suatu titik sudut dan tegak lurus pada sisi didepannya. Ketiga garis tinggi dalam suatu segitiga ini berpotongan pada satu titik. Garis bagi suatu segitiga membagi sudut segitiga tersebut menjadi dua sama besar. Ketiga garis bagi dalam suatu segitiga tersebut berpotongan pada suatu titik. Sifat yang lain dari garis bagi adalah bahwa setiap titik pada garis bagi, berjarak sama terhadap kedua sisi segitiga tersebut.

Garis berat suatu segitiga dibuat melalui suatu titik sudut dan titik tengah sisi di depannya. Ketiga garis berat suatu segitiga juga berpotongan pada suatu titik. Garis sumbu suatu segitiga tegak lurus pada suatu sisi dan melalui titik tengah sisi tersebut. Karena suatu segitiga mempunyai 3 sisi maka juga terdapat 3 sumbu . Ketiga sumbu tersebut juga berpotongan pada satu titik.

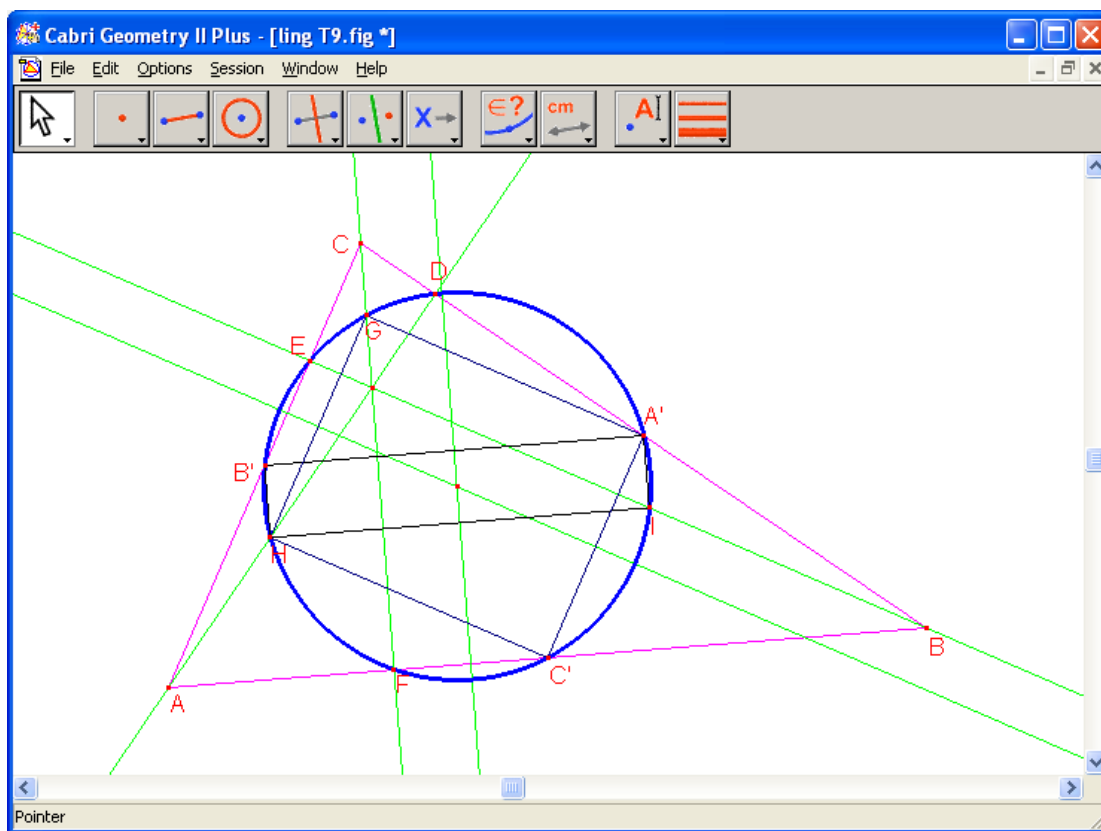
Lingkaran Titik Sembilan

Lingkaran titik sembilan adalah lingkaran yang melalui 9 titik istimewa dalam suatu segitiga. Titik-titik istimewa yang dimaksud adalah :

- Ketiga titik tinggi segitiga tersebut.
- Ketiga titik tengah sisi-sisi segitiga tersebut
- Ketiga titik tengah bagian garis tinggi dari titik tinggi sampai titik sudut.

Bukti adanya lingkaran titik sembilan, adalah sebagai berikut:

Misalkan diketahui $\triangle ABC$



Misalkan pula A', B', C' berturut-turut titik titik tengah sisi –sisi BC, AC dan AB.

D,E,F berturut-turut adalah titik-titik kaki garis tinggi $\triangle ABC$

T titik tinggi $\triangle ABC$

G,H,I, berturut-turut adalah titik tengah TC, TA, TB.

Pandang segi4 A'B'HI

A'B' adalah paralel tengah dalam ΔABC sehingga $A'B' \parallel AB$ dan $A'B' = \frac{1}{2} AB$.

Dalam ΔABT , HI adalah paralel tengah sehingga $HI \parallel AB$ dan $HI = \frac{1}{2} AB$.

$\therefore A'B'HI$ suatu jajargenjang.

Pada ΔATC , $HB' \parallel TC$ berarti $HB' \parallel TF$. Karena $CF \perp AB$, maka $HB' \perp AB$ sehingga $HB' \perp HI$. Jadi $A'B'HI$ suatu persegipanjang.

Misalkan S adalah titik potong diagonal- diagonal A'B'HI

Maka diperoleh $SA' = SB' = SH = SI$(1)

Pandang segi 4 A'GHC'

A'C' adalah paralel tengah dalam ΔABC , maka $A'C' \parallel AC$. Dalam ΔATC , $HG \parallel AC$ (sebab HG parallel tengah). Jadi A'GHC' suatu jajargenjang. HC' paralel tengah ΔABT , sehingga $HC' \parallel BT$ yang berarti pula $HC' \parallel BE \parallel HG$. Karena $BE \perp AC$ maka $HG \perp HC'$. Jadi A'GHC' suatu persegipanjang, sehingga diagonal-diagonalnya berpotongan di tengah-tengah. Titik tengah diagonal A'H adalah S. Jadi S juga merupakan titik potong diagonal persegi panjang A'GHC'. Sehingga diperoleh $SA' = SG = SH = SC'$ (2)

Pandang segi tiga HA'D

Segitiga HA'D adalah segitiga siku-siku di D. Dengan S titik tengah hipotenusa HA'.

Maka $SD = SH = SA'$ (3)

Pandang segitiga EB'I

Segitiga EB'I siku-siku di E. S titik tengah hipotenusa B'I.

Maka $SE = SI = SB'$ (4)

Pandang segitiga FC'G

Segitiga FC'G siku siku di F dan S adalah titik tengah hipotenusa GC'.

Maka $SF = SG = SC'$ (5)

Dari (1), (2), (3), (4) dan (5) diperoleh

$$SD = SE = SF = SA' = SB' = SC' = SG = SH = SI$$

Jadi S merupakan titik pusat suatu lingkaran yang melalui 9 titik D, E, F, G, H, I, A', B', dan C'. Lingkaran inilah yang disebut **Lingkaran titik sembilan (Lingkaran Feuerbach)**. Kesembilan titik tersebut adalah titik-titik istimewa, yakni :

1. Tiga titik tengah sisi-sisi segitiga tersebut
2. Tiga titik kaki garis tinggi segitiga tersebut, dan
3. Tiga titik tengah bagian garis tinggi antara titik tinggi dan titik sudut.

Bukti adanya lingkaran titik sembilan tersebut di atas bukan satu-satunya. Cara. Masih ada beberapa cara yang lain, diantaranya dengan menggunakan konsep dilasi (perbanyak titik), yang tidak akan dibuktikan di sini.

Berikut akan ditunjukkan adanya lingkaran titik sembilan ini, dengan menggunakan komputer program CABRI.

Langkah-langkah:

1. Setelah membuka program CABRI, buatlah segitiga melalui menu "Triangle"
2. Buatlah titik-titik tengah sisi segitiga tersebut, dengan menggunakan menu "mid point".
3. Beri nama A', B' dan C' masing-masing titik tengah sisi tersebut, dengan menggunakan menu "label"
4. Buatlah garis-garis tinggi segitiga ABC tersebut dengan menggunakan menu "perpendicular line", dan dengan menggunakan menu "label" berilah nama pada titik-titik kakinya, yaitu berturut-turut D, E, dan F.
5. Buatlah titik-titik tengah dari bagian garis tinggi, antara titik tinggi dan titik sudut. dan berilah nama berturut-turut dengan huruf G, H, I
6. Buatlah lingkaran luar segitiga A'B'C'.

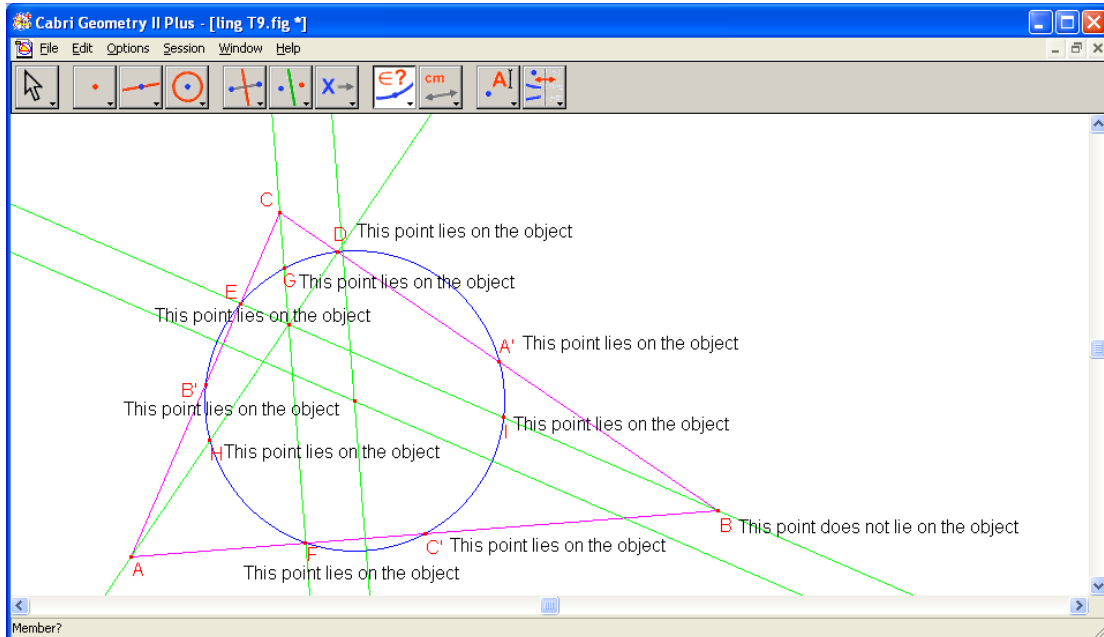
Langkah-langkahnya:

- a. Buat sumbu sisi A'B', dengan menu "perpendicular bisector"
- b. Buat sumbu sisi A'C' atau sisi B'C'
- c. Tentukan titik potong kedua sumbu tersebut. Beri nama P.
- d. Buatlah lingkaran dengan pusat P dan melalui A' (dengan jari-jari PA')

Lingkaran yang terjadi ini adalah lingkaran titik sembilan.

Untuk mengecek/ memeriksa apakah titik titik G, H, I, D, E, dan F terletak pada lingkaran ini, gunakan menu "member". Untuk memeriksa apakah titik G pada lingkaran ini, maka lakukanlah sebagai berikut:

Klik G kemudian klik lingkaran maka akan muncul tulisan "this point lies on the object"
Demikian juga untuk memeriksa titik titik H, I, D, E, dan F.



- Catatan :
- 1). Untuk membuat lingkaran titik sembilan, pada langkah 6 dapat juga dilakukan dengan membuat lingkaran luar $\triangle DEF$, atau $\triangle GHI$
 - 2). Dapat dibuktikan juga bahwa panjang jari-jari lingkaran titik sembilan suatu segitiga sama dengan setengah panjang jari-jari lingkaran luar segitiga tersebut
 - 3). Dapat ditunjukkan juga bahwa titik pusat lingkaran titik sembilan suatu segitiga terletak pada ruas garis penghubung titik tinggi dan titik pusat lingkaran luar segitiga tersebut.

PENUTUP

Tampak bahwa bukti adanya lingkaran titik sembilan tersebut memerlukan banyak konsep dan prinsip dalam geometri, yaitu antara lain :

- a. konsep lingkaran beserta sifat-sifatnya
- b. konsep jajar genjang dan sifat-sifatnya

Memotivasi Siswa Belajar Geometri ... (Sugiyono)

- c. konsep persegi panjang dan sifat diagonalnya
- d. konsep segitiga siku-siku dan sifat garis beratnya
- e. sifat kesejajaran dan ketegaklurusan garis
- f. sifat paralel tengah suatu segitiga
- g. sifat garis tinggi suatu segitiga
- h. dan sebagainya.

Dengan keterpaduan beberapa konsep dan prinsip tersebut dalam pembuktian adanya lingkaran titik sembilan, niscaya akan membuat puas dan bangga bagi yang berhasil membuktikannya.

Untuk menunjukkan adanya lingkaran titik sembilan ini, melalui lukisan secara manual, akan memerlukan waktu yang lama, dan ketelitian yang ekstra. Untuk itu dapat digunakan suatu cara, yaitu dengan menggunakan komputer program CABRI.

Dengan program Cabri ini lukisan akan lebih akurat dan cepat selesai, serta dapat menarik minat orang /siswa untuk mencobanya. Selamat mencoba.

DAFTAR PUSTAKA

Wallace Edward C, West Stephen F. 1982. *Road to Geometry*. New Jersey : Prentice Hall Engliwood Cliffs.

Adler Claire Fisher. 1967. *Modern Geometry*. New York . McGraw-Hill Company.

Jennings George A. 1994. *Modern Geometry With Applications* . New York: Springer-Verlag.

Greenberg Marvin Jae. 1974. *Euclidean and Non-Euclidean Geometries ; Development and History*. San Fransisco: W.H Freeman and Company.