

Pengembangan lintasan belajar limas untuk mengembangkan kemampuan spasial siswa melalui pendidikan matematika realistik berbantuan GeoGebra

Ulfa Meirida¹ , Rahmah Johar^{1*} , Anizar Ahmad²

¹ Department of Mathematics Education, Universitas Syiah Kuala, Banda Aceh, Indonesia

² Department of Early Childhood Education, Universitas Syiah Kuala, Banda Aceh, Indonesia

* Corresponding Author. E-mail: rahmah.johar@unsyiah.ac.id

ARTICLE INFO

Article History:

Received: 28 Nov. 2020

Revised: 06 March 2021

Accepted: 11 August 2021

Keywords:

Lintasan belajar,
Limas,
Kemampuan spasial,
Pendidikan matematika
realistik,
Learning trajectory,
Pyramid,
Spatial ability,
*Realistic mathematics
education*.

ABSTRACT

Penelitian ini bertujuan untuk menghasilkan lintasan belajar pada materi limas untuk menumbuhkan kemampuan spasial siswa melalui pendidikan matematika realistik. Penelitian ini merupakan *design research* yang memuat tiga tahap yaitu *preparing for the experiment*, *the teaching experiment*, dan *retrospective analysis*. Subjek penelitian adalah siswa kelas VIII di salah satu SMP di Aceh Besar, Indonesia. Uji coba terhadap *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) siklus 1 dilakukan secara *offline* dengan melibatkan tiga siswa, sementara uji coba *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) siklus 2 dilakukan secara *online* dengan melibatkan 10 siswa. Instrumen pengumpulan data berupa lembar aktivitas siswa, lembar observasi, pedoman wawancara, catatan lapangan, dan rekaman video pembelajaran. Penelitian ini menghasilkan lintasan belajar limas yang diperoleh dari merevisi HLT dengan cara memperbanyak tampilan contoh-contoh limas dalam kehidupan sehari-hari, menggambar lebih banyak jaring-jaring limas, mengurutkan pola dalam menemukan rumus jumlah diagonal bidang, dan menayangkan animasi 3D melalui GeoGebra. Lintasan belajar limas dimulai dari melukis limas, menggambar jaring-jaring limas, menemukan rumus berkaitan dengan hubungan antar unsur-unsur limas, menemukan rumus luas permukaan limas, dan menemukan rumus volume limas. Lintasan belajar yang dikembangkan secara teoritis dapat menumbuhkan kemampuan spasial siswa melalui pendidikan matematika realistik pada materi limas.

Scan me:




This study aimed to produce a learning trajectory in pyramid material to foster students' spatial ability through realistic mathematics education. This is design research which consists of three stages, namely experimental preparation, teaching experiment, and retrospective analysis. The research subjects were students of class VIII in a junior high school in Aceh Besar, Indonesia. The trial of Hypothetical Learning Trajectory (HLT) for cycle 1 that was performed offline involved three students and the trial of Hypothetical Learning Trajectory (HLT) for cycle 2 that was performed online involved 10 students. The instruments for data collection were student activity sheet (worksheet), observation sheet, interview protocol, field note, and learning video recording. The research produced a pyramid learning trajectory obtained from revising HLT by presenting more pyramid models in everyday life, drawing more pyramid nets, recognizing patterns in determining the number of face diagonal, and displaying 3D animations through GeoGebra. The pyramid learning trajectory started from drawing a pyramid, drawing the net of a pyramid, finding formulas related to the relationship between pyramid elements, finding the formula for the surface area of a pyramid, and finding the formula for the volume of a pyramid. The developed learning trajectory, theoretically, could foster students' spatial ability through realistic mathematics education on the learning material about pyramid.

This is an open access article under the [CC-BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license



How to Cite:

Meirida, U., Johar, R., & Ahmad, A. (2021). Pengembangan lintasan belajar limas untuk mengembangkan kemampuan spasial siswa melalui pendidikan matematika realistik berbantuan GeoGebra. *Pythagoras: Jurnal Pendidikan Matematika*, 16(1), 1–18. <https://doi.org/10.21831/pg.v16i1.36157>

 <https://doi.org/10.21831/pg.v16i1.36157>

PENDAHULUAN

Geometri memiliki tempat penting dalam kehidupan nyata dan pendidikan karena geometri banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari (Ozdemir, 2017). Geometri memiliki objek kajian yang abstrak daripada bidang pembelajaran lainnya (Prihandoko, 2005). Beberapa penelitian mencatat bahwa sebagian besar siswa masih mengalami kesulitan dalam memahami konsep-konsep geometri (misalnya, Bustang et al., 2013). Banyak siswa yang masih minim pengetahuannya dalam mengidentifikasi sifat dan karakteristik geometri, terutama pada bangun ruang (Budiman, 2011). National Research Council (2006) mengemukakan bahwa setiap siswa harus berusaha mengembangkan kemampuan dan pengindraan spasialnya karena kedua hal ini sangat berguna dalam memahami relasi dan sifat-sifat dalam geometri untuk memecahkan masalah matematika dan masalah dalam kehidupan sehari-hari.

Kemampuan spasial merupakan kemampuan penting dalam pembelajaran geometri (Subroto, 2012). Hal ini sesuai dengan pernyataan Alimuddin dan Trisnowali (2018) bahwa kemampuan spasial adalah aspek yang sangat penting dalam menyelesaikan masalah geometri siswa. Kemampuan spasial adalah kemampuan untuk membuat perubahan dengan melihat atau membayangkan, menggambarkan ide dan menjelaskan secara akurat seperti warna, garis, bentuk, ruang, dan hubungan (Armstrong, 2009). Menurut Saputra (2018), kemampuan spasial adalah kemampuan yang dimiliki siswa untuk memahami sesuatu dengan memvisualisasikannya menggunakan indra penglihatan baik yang berupa bentuk, warna dan ruang dan hasil dari penglihatan itu, siswa dapat melukiskannya dengan sempurna pada kertas kosong. Kemampuan spasial siswa masih perlu dikembangkan melalui materi bangun ruang seperti limas (Subroto, 2012).

Sebagian besar siswa masih kesulitan dalam mempelajari materi limas (Sulistiawati, 2014). Padahal limas sering ditemui oleh setiap individu dalam kehidupan sehari-hari (Ubuz & Gökbulut, 2015). Berdasarkan studi awal terhadap kemampuan siswa SMP dalam menggambar limas yang dilakukan di salah satu sekolah swasta di Kabupaten Aceh Besar menunjukkan bahwa 32% siswa tidak dapat menggambar limas segitiga, limas segi empat, limas segi lima dan limas segi enam. Selain itu, berdasarkan wawancara dengan beberapa siswa juga diketahui bahwa siswa tidak dapat menggambar jaring-jaring limas, menemukan hubungan antar unsur-unsur limas, serta menemukan rumus luas permukaan dan volume limas (Meirida et al., 2019). Hal ini juga dikemukakan oleh Syahbana (2013) bahwa siswa cenderung hanya menghafal rumus, namun tidak paham konsep yang sesungguhnya.

Standar isi mata pelajaran matematika pada kurikulum di Indonesia belum memberikan dukungan yang cukup untuk mengembangkan kemampuan spasial siswa. Hal ini sesuai dengan pernyataan Nasution (2017) bahwa standar isi pada kurikulum kurang memadai untuk mengembangkan kemampuan spasial siswa. Selain itu urutan sajian materi limas dalam buku teks yang digunakan di sekolah perlu dilengkapi. Sebaiknya setelah mengenal limas dalam kehidupan sehari-hari, siswa difasilitasi untuk belajar tentang cara melukis limas, kemudian mengenal jaring-jaring limas dan unsur-unsur limas, rumus permukaan limas, volume limas, dan penggunaan GeoGebra pada limas. Hal ini sejalan dengan penelitian yang dilakukan oleh Prasetyo (2019) bahwa siswa diminta untuk menggambar secara manual model limas dengan tujuan untuk melatih keterampilan siswa dan menambah pemahaman siswa terhadap bangun limas dan unsur-unsurnya, mengenali unsur-unsur limas dan jaring-jaring limas, mengaitkan luas daerah jaring-jaring limas dengan luas permukaan limas, menentukan rumus luas permukaan limas dan volume limas melalui GeoGebra. Nopiyani et al. (2016) menjelaskan bahwa untuk sampai pada pengetahuan formal, siswa perlu diberi kesempatan untuk melakukan matematisasi, salah satunya melalui bantuan GeoGebra.

Perangkat pembelajaran yang memuat lintasan belajar pada materi limas berbantuan GeoGebra juga masih terbatas. Padahal GeoGebra juga dapat digunakan sebagai alat bantu siswa dalam memahami materi limas. Hal ini sesuai dengan penelitian yang dilakukan oleh Ocal (2017) yang mendapati bahwa penggunaan GeoGebra memiliki pengaruh positif terhadap nilai siswa dalam memahami suatu materi dan dapat mendukung siswa mempelajari mata pelajaran secara bermakna dan konseptual. Selain itu, Faradisa et al. (2018) juga menyatakan bahwa GeoGebra merupakan *software* yang mampu membantu siswa dalam mengerjakan tugas matematika. Sedangkan pada penelitian yang dilakukan oleh Unlu dan Horzum (2018), setiap calon guru matematika diarahkan untuk memahami konsep limas menggunakan model konkret dan GeoGebra.

Pengalaman belajar sangat mempengaruhi pemahaman dan tingkat kemampuan spasial siswa dalam materi limas. Salah satu usaha yang dapat dilakukan oleh guru untuk memfasilitasi pengalaman belajar yang mengembangkan pemahaman dan kemampuan spasial siswa adalah dengan menerapkan pendekatan pendidikan matematika realistik (atau *Realistic Mathematics Education/RME*). Pendidikan matematika realistik menuntut siswa

untuk mengonstruksi pengetahuan dengan kemampuannya sendiri melalui aktivitas-aktivitas yang dilakukannya dalam kegiatan pembelajaran. Ide utama pembelajaran dengan menggunakan pendidikan matematika realistik adalah siswa harus diberi kesempatan untuk menemukan kembali konsep matematika dengan menyelesaikan berbagai masalah nyata yang diberikan pada awal pembelajaran (Gravemeijer, 1994). Jadi, pendidikan matematika realistik berfokus pada pengembangan pengetahuan matematis siswa yang diawali dari masalah nyata lalu secara bertahap difasilitasi oleh guru untuk sampai pada pengetahuan matematika yang lebih tinggi.

Untuk mengembangkan pengetahuan matematika siswa, guru perlu merancang lintasan belajar (*learning trajectory*). Lintasan belajar merupakan cara berpikir secara berurutan tentang suatu materi yang dapat membangun pemahaman siswa (National Research Council, 2007). Sztajn et al. (2012) menyatakan bahwa lintasan belajar dapat dipandang sebagai alur yang memungkinkan siswa dapat mencapai tujuan pembelajaran. Gravemeijer dan Cobb (2006) menjelaskan bahwa guru perlu mengantisipasi aktivitas atau jawaban yang muncul dari siswa dengan tetap memperhatikan tujuan pembelajaran. Antisipasi yang dilakukan tersebut dikenal dengan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) atau lintasan belajar yang bersifat dugaan. Dengan demikian, HLT merupakan suatu hipotesis atau prediksi terhadap pemikiran dan pemahaman siswa yang berkembang dalam suatu aktivitas pembelajaran. HLT memuat tiga komponen, yaitu tujuan pembelajaran, aktivitas pembelajaran dan perangkat atau media yang digunakan dalam proses pembelajaran, dan konjektur (dugaan/antisipasi) proses pembelajaran. *Local Instruction Theory* (LIT) merupakan sebuah teori yang mendeskripsikan rute pembelajaran untuk topik yang spesifik dengan kumpulan aktivitas yang mendukungnya (Gravemeijer & van Eerde, 2009). Untuk mendapatkan LIT terlebih dahulu dirancang HLT.

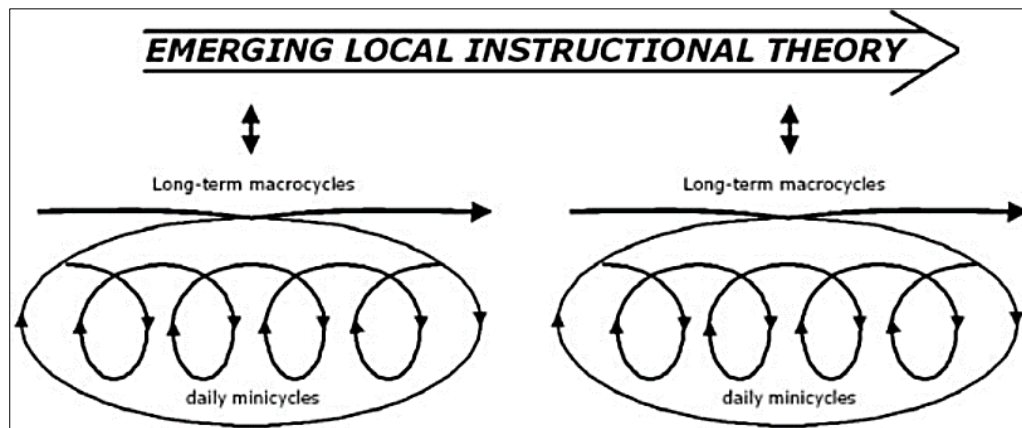
Beberapa penelitian terdahulu telah dilakukan berkaitan dengan pendidikan matematika realistik untuk mengembangkan teori lokal yang memuat lintasan belajar. Salah satunya adalah penelitian yang dilakukan oleh Ozdemir (2017). Penelitian tersebut berkaitan dengan materi limas dan kerucut yang memuat sejumlah aktivitas yang meliputi menyebutkan definisi dari limas dan kerucut, menyebutkan contoh dan bukan contoh dari limas dan kerucut, menggambar limas dan kerucut, mengenal sifat-sifat limas dan kerucut, bentuk permukaan dan jaring-jaring limas dan kerucut, serta volume limas dan kerucut. Kesimpulan dari penelitian tersebut adalah pendekatan matematika realistik dapat menciptakan lingkungan belajar yang memberikan kesempatan kepada siswa untuk mengemukakan ide, menilai, dan mendiskusikannya. Namun penelitian tersebut tidak memuat aktivitas untuk menemukan rumus luas permukaan limas dan rumus hubungan antar unsur-unsur limas, serta tidak menggunakan GeoGebra. Oleh karena itu, fokus utama dalam penelitian ini adalah menghasilkan lintasan belajar limas untuk menumbuhkan kemampuan spasial siswa melalui pendidikan matematika realistik berbantuan GeoGebra.

METODE

Penelitian ini menggunakan *design research*. *Design research* merupakan suatu penelitian pengembangan yang menyangkut aktivitas pembelajaran dan pemikiran siswa dalam proses pembelajaran (Gravemeijer & Cobb, 2006). Terdapat dua aspek penting yang berkaitan dengan *design research*, yaitu *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) dan *Local Instruction Theory* (LIT) (van den Akker et al., 2006). Keduanya diarahkan pada aktivitas pembelajaran sebagai jalur pembelajaran yang ditempuh oleh siswa dalam kegiatan pembelajarannya (Prahmana, 2017). Menurut Gravemeijer dan Cobb (2006), *design research* terdiri atas tiga tahap, yaitu *preparing for the experiment*, *the teaching experiment*, dan *retrospective analysis*. Berdasarkan tahapan tersebut, dapat dikatakan bahwa siklus HLT dalam *design research* terjadi berulang-ulang melalui tiga tahapan tersebut. Siklus HLT ini akan berhenti apabila tujuan pembelajaran tercapai dan jawaban atas pertanyaan penelitian dapat diperoleh. Namun apabila tujuan pembelajaran belum tercapai, maka ketiga tahap tersebut dapat diulang kembali. Gambar 1 menunjukkan siklus *design research* yang dikemukakan oleh Gravemeijer dan Cobb (2006).

Design research terdiri atas tiga tahap, yaitu *preparing for the experiment*, *the teaching experiment*, dan *retrospective analysis* (Gravemeijer & Cobb, 2006). Pada tahap *preparing for the experiment*, aktivitas yang memuat konjektur berpikir siswa dikembangkan oleh peneliti melalui HLT. Selain itu, peneliti juga melakukan observasi kelas, wawancara dengan guru untuk mengetahui keadaan dan kemampuan awal siswa. Menurut Gravemeijer dan Cobb (2006), *preparing for the experiment* bertujuan untuk merancang LIT. Sebelum merancang LIT, dilakukan kajian literatur, seperti buku dan artikel jurnal, terlebih dahulu tentang limas dengan tujuan untuk merancang HLT. HLT bertujuan untuk merepresentasikan proses belajar yang dilalui oleh siswa mulai dari pengetahuan yang dimiliki oleh siswa sampai dengan siswa mencapai tujuan pembelajaran. Langkah yang harus ditempuh pada HLT adalah merancang beberapa aktivitas yang diasumsikan dapat membantu siswa memperoleh pengetahuan dan menca-

pai tujuan pembelajaran. Selanjutnya dirancang perangkat pembelajaran seperti Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) dan Lembar Aktivitas Siswa (LAS) sebagai acuan untuk menerapkan HLT. HLT yang telah divalidasi oleh dua orang dosen pendidikan matematika dan dua orang guru matematika dan dinyatakan valid dapat diujicobakan di kelas yang disebut dengan siklus 1.



Gambar 1. Siklus *design research*

Pada tahap *the teaching experiment*, terdapat dua siklus yaitu *pilot experiment* sebagai siklus 1 dan *the teaching experiment* sebagai siklus 2. Tujuan tahap ini adalah untuk melakukan uji coba HLT dan memperbaiki konjektur LIT yang telah dirancang sebelumnya pada *preparing for the experiment* sehingga mendapatkan HLT yang lebih baik. Uji coba dilakukan berdasarkan HLT yang telah dibuat dan dilaksanakan berdasarkan rujukan atas RPP dan LAS yang telah divalidasi. Berdasarkan uji coba, dianalisis sejauh mana aktivitas pada HLT terlaksana dalam proses pembelajaran dan pengaruhnya terhadap pemahaman siswa.

Retrospective analysis merupakan tahap akhir dalam *design research*. Pada tahap ini, seluruh data yang didapat selama penelitian dianalisis, seperti lembar jawaban siswa, rekaman video, catatan lapangan, dan lembar observasi. Selain itu, *retrospective analysis* juga dilakukan dengan mewawancarai siswa dan melakukan diskusi dengan guru. Berdasarkan *retrospective analysis* ini terdapat bagian HLT yang dipertahankan dan bagian yang direduksi. Bagian yang dipertahankan adalah bagian yang dapat memberikan pengaruh positif terhadap pemahaman siswa. Sedangkan bagian yang direduksi adalah bagian yang dianggap tidak berpengaruh terhadap pencapaian tujuan pembelajaran. Oleh karena itu, siklus dalam *design research* terjadi berulang-ulang. Apabila tujuan penelitian telah tercapai, maka siklus akan berhenti.

Subjek dalam penelitian ini adalah siswa kelas VIII MTs Darul Ihsan Kabupaten Aceh Besar, Indonesia. Siswa yang terlibat pada proses uji HLT siklus 1 dalam penelitian ini adalah tiga siswa kelas VIII-E yang dipilih berdasarkan tingkat kemampuan, yaitu masing-masing mewakili siswa berkemampuan tinggi, sedang, dan rendah. Tingkat kemampuan siswa dipilih berdasarkan hasil wawancara dengan guru matematika dan studi awal yang dilakukan di sekolah tersebut. Selanjutnya uji coba HLT siklus 2 dilakukan secara *online* melalui aplikasi Zoom dan WhatsApp dikarenakan pandemi Covid-19. Siklus 2 melibatkan 10 siswa yang bersedia untuk mengikuti pembelajaran secara *online*.

Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini berupa lembar aktivitas siswa, lembar observasi, pedoman wawancara, catatan lapangan dan rekaman video pembelajaran. Analisis data yang dilakukan melalui *retrospective analysis* berdasarkan data yang dikumpulkan sesuai dengan urutan kegiatan pembelajaran. *Retrospective analysis* dengan menggunakan rekaman video bertujuan untuk melihat siswa aktif atau tidak aktif dalam pembelajaran sesuai dengan konjektur yang dirancang dan mereduksi aktivitas yang tidak sesuai dengan pembelajaran.

HASIL PENELITIAN

Pada *preparing for the experiment*, peneliti mendesain proses pembelajaran sebanyak empat pertemuan. Pertemuan pertama bertujuan untuk melukis limas, pertemuan kedua bertujuan untuk menggambar jaring-jaring limas dan rumus berkaitan dengan hubungan antar unsur-unsur limas, pertemuan ketiga bertujuan untuk menemukan rumus luas permukaan limas dan pertemuan keempat bertujuan untuk menemukan rumus volume limas. HLT pada materi limas dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. HLT pada materi limas

Pertemuan	Tujuan	Aktivitas
Pertemuan 1	Melukis limas	Memilih gambar contoh limas dalam kehidupan sehari-hari di antara gambar-gambar bangun ruang lainnya Melukis limas sebanyak mungkin pada kertas Melengkapi tabel yang berisi bentuk alas limas, jumlah titik puncak dan bentuk sisi tegak limas segi- n Menyelidiki ciri-ciri limas berdasarkan pengamatan terhadap tampilan limas segitiga pada GeoGebra Melukis kembali limas segi- n dengan berpedoman pada langkah-langkah melukis limas segi-4
Pertemuan 2	Menggambar jaring-jaring limas dan menemukan rumus berkaitan dengan unsur-unsur limas	Menggambar jaring-jaring limas segi- n dengan memperhatikan alat peraga limas Menyelidiki ciri-ciri jaring-jaring limas berdasarkan pengamatan terhadap tampilan jaring-jaring limas pada GeoGebra Menggambar jaring-jaring limas pada kertas, selain dari jaring-jaring limas pada GeoGebra Menentukan unsur-unsur limas segitiga, limas segi empat, limas segi lima, dan limas segi enam Menemukan rumus berkaitan dengan hubungan antar unsur-unsur limas
Pertemuan 3	Menemukan rumus luas permukaan limas	Menyelidiki sisi-sisi limas berdasarkan pengamatan dari tampilan limas pada GeoGebra dan menentukan luas masing-masing sisi limas segitiga dan segi empat Menyelesaikan permasalahan realistik terkait luas permukaan limas Menemukan rumus luas permukaan limas
Pertemuan 4	Menemukan rumus volume limas	Menyusun alat peraga tiga limas ke dalam kubus dan enam limas ke dalam kubus Menyelidiki hubungan volume limas berdasarkan volume kubus dengan bantuan alat peraga dan GeoGebra Menemukan rumus volume limas

Uji Coba HLT Siklus 1 (Offline)

Pada tahap *preparing for the experiment*, HLT siklus 1 dilakukan secara *offline* dan HLT yang sudah didesain diujicobakan pada tiga orang siswa yang masing-masing berkemampuan tinggi, sedang, dan rendah. Aktivitas yang dilakukan pada pertemuan pertama adalah melukis limas. Siswa terlebih dahulu diminta untuk memilih contoh limas dalam kehidupan sehari-hari. Sebelumnya siswa masih ragu dalam membedakan antara limas dengan kerucut. Padahal limas dan kerucut adalah dua bangun ruang yang berbeda. Setelah menyamakan persepsi tentang memilih contoh limas dalam kehidupan sehari-hari, siswa menemukan perbedaan dari setiap gambar. Selanjutnya siswa diminta untuk melukis limas sebanyak mungkin. Pada aktivitas ini siswa sudah mampu melukis limas segi lima dengan benar, tetapi belum maksimal dalam melukis limas segitiga dan limas segi enam. Sedangkan pada limas segi empat, siswa tidak melukis limas tersebut. Guru berupaya meyakinkan siswa dalam melukis limas tersebut supaya siswa dapat melukis limas dengan sempurna. Dengan demikian, siswa dapat melukis limas tersebut dengan sempurna dan langkah-langkah yang benar.

Pada pertemuan kedua, kegiatan yang dilakukan adalah menggambar jaring-jaring limas dan menemukan rumus berkaitan dengan unsur-unsur limas. Pada aktivitas menggambar jaring-jaring limas, siswa diminta untuk menggambar jaring-jaring limas sebanyak mungkin. Terdapat tujuh jaring-jaring limas yang digambar oleh siswa yaitu dua jaring-jaring limas segitiga, tiga jaring-jaring limas segi empat, satu jaring-jaring limas segi lima, dan satu jaring-jaring limas segi enam. Ketika siswa diminta untuk menggambar alternatif lain dari limas segi empat selain dari limas pada GeoGebra, siswa mampu menggambar jaring-jaring limas tersebut sebanyak empat jaring-jaring

limas segi empat. Namun guru berupaya untuk mengajak siswa mencoba menggambar lebih dari empat jaring-jaring limas sehingga siswa dapat menemukan satu lagi gambar jaring-jaring limas dengan cara menggambar jaring-jaring limas tersebut di kertas lain dan kemudian menggunting jaring-jaring limas tersebut. Oleh karena itu, siswa mampu membuat jaring-jaring limas sebanyak lima gambar. Selanjutnya guru meyakinkan siswa lagi bahwa masih ada jaring-jaring limas yang dapat dibuat. Kemudian siswa menggambar jaring-jaring limas tersebut di sebuah kertas dan mencoba mengguntingnya sehingga hasil yang diperoleh bahwa jaring-jaring limas tersebut benar. Kemudian siswa diminta untuk menjawab jumlah unsur-unsur limas pada limas segitiga, limas segi empat, limas segi lima, dan limas segi enam dan menuliskan rumus yang berkaitan dengan unsur-unsur limas. Unsur-unsur limas tersebut berupa jumlah sisi limas, rusuk limas, titik sudut limas, diagonal bidang, dan diagonal ruang. Pada limas segi- n , siswa menjawab bahwa rumus jumlah sisi limas adalah $n + 1$, rumus jumlah rusuk limas adalah $2n$, rumus banyak titik sudut limas adalah $n + 1$, dan jumlah diagonal ruang limas adalah 0. Pada rumus jumlah diagonal bidang, siswa masih kurang yakin untuk menuliskan rumus jumlah diagonal bidang. Siswa menjawab rumus jumlah diagonal bidang adalah $\frac{1}{2}n$. Namun setelah menyamakan persepsi terhadap diagonal bidang, siswa sudah dapat menemukan hasil bahwa rumus jumlah diagonal bidang, yaitu $\frac{n}{2}(n - 3)$.

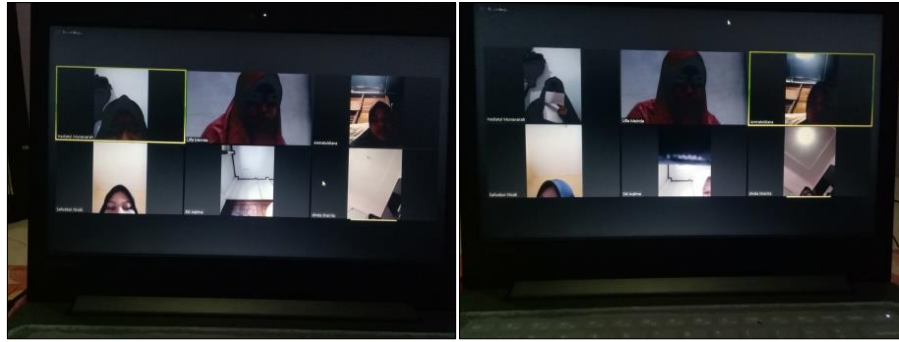
Pada pertemuan ketiga bertujuan untuk menemukan rumus luas permukaan limas. Pada pertemuan ini, siswa tidak memiliki kendala yaitu dalam menemukan rumus luas permukaan limas. Pada aktivitas ini, siswa sudah mampu menentukan bentuk alas dan jumlah sisi tegak limas dengan benar. Selain itu, jawaban siswa ketika siswa diminta oleh guru untuk menjelaskan hubungan setiap sisi-sisi limas juga sudah mengarah ke jawaban yang benar. Sedangkan pada soal permasalahan realistik mengenai pembuatan alat peraga Menara Louvre siswa dapat menuliskan langkah-langkah menemukan rumus luas permukaan limas, yaitu berdasarkan rumus luas alas limas ditambah dengan rumus luas sisi tegak limas. Dengan demikian, pada aktivitas menemukan rumus luas permukaan limas ini, hanya perlu diperkuat dengan rumus luas bangun datar sesuai dengan bentuk alas limas. Misalnya, rumus luas segitiga untuk alas limas segitiga, rumus persegi untuk alas limas segi empat, dan seterusnya.

Selanjutnya pada pertemuan keempat adalah menemukan rumus volume limas. Aktivitas yang pertama dilakukan adalah menyusun limas ke dalam kubus. Menurut siswa, pembuktian limas hanya bisa dilakukan dengan satu model yaitu menyusun enam buah limas ke dalam satu kubus. Padahal ada satu model lagi yang dapat digunakan dalam pembuktian rumus volume limas, yaitu menyusun tiga buah limas dalam suatu kubus. Guru berupaya dengan mendemonstrasikan alat peraga dan GeoGebra terkait susunan limas dalam kubus sehingga siswa memahami bahwa pembuktian volume limas tidak hanya enam buah limas dalam satu kubus, tetapi juga ada tiga buah limas dalam satu kubus. Pada susunan enam buah limas dalam suatu kubus, tinggi limas harus setengah dari tinggi kubus. Sedangkan pembuktian volume limas dengan tiga buah limas dalam suatu kubus, tinggi limas tersebut harus sama dengan tinggi kubus. Oleh karena itu, tiga jaring-jaring limas tersebut dapat disusun menjadi tiga buah alat peraga limas yang dapat memenuhi suatu kubus. Dengan demikian, berdasarkan hasil yang diperoleh siswa dalam aktivitas menemukan rumus volume limas, siswa dapat menyebutkan rumus volume limas melalui dua buah model susunan limas adalah sama. Jika terdapat enam buah limas dalam suatu kubus, maka tinggi limas tersebut adalah setengah dari tinggi kubus. Jika terdapat tiga buah limas dalam suatu kubus, maka tinggi limas tersebut adalah sama dengan tinggi kubus. Jadi volume limasnya adalah sepertiga dari hasil perkalian luas alas dan tinggi.

Uji Coba HLT Siklus 2 (Online)

Berdasarkan hasil *retrospective analysis* pada HLT siklus 1, terdapat beberapa revisi untuk meningkatkan kualitas HLT yang akan digunakan pada HLT siklus 2 seperti memperbanyak tampilan contoh-contoh limas dalam kehidupan sehari-hari, menggambar lebih banyak jaring-jaring limas, mengurutkan pola dalam menemukan rumus diagonal bidang dan menayangkan animasi 3D melalui GeoGebra. Revisi tersebut kembali divalidasi oleh validator untuk membuktikan kesesuaian antara aktivitas pembelajaran yang diberikan dengan pencapaian tujuan pembelajaran. Setelah dilakukan revisi, perangkat pembelajaran tersebut dapat digunakan kembali pada tahap uji coba di kelas kedua melalui aplikasi Zoom dan WhatsApp.

Pembelajaran diawali dengan tanya jawab tentang contoh-contoh bangun ruang sisi datar. Guru membagikan tayangan berupa beberapa gambar-gambar limas dalam kehidupan sehari-hari. Siswa berdiskusi dengan cara memanggil teman kelompoknya masing-masing melalui Zoom untuk menjawab soal yang diberikan pada LAS (lihat Gambar 2). Kemudian siswa saling bertukar pikiran untuk menuliskan jawaban yang benar di kertas dan mengirimkan hasil diskusi siswa melalui WhatsApp.



Gambar 2. Aktivitas siswa saat berdiskusi menggunakan Zoom

Pada pertemuan pertama bertujuan untuk melukis limas. Guru menayangkan lebih banyak gambar-gambar limas dalam kehidupan sehari-hari. Selanjutnya siswa diminta untuk memilih contoh limas dalam kehidupan sehari-hari yang ada pada LAS.

Guru : Apakah setiap gambar pada aktivitas tersebut termasuk bangun ruang sisi datar?

Siswa : Tidak semua, Bu.

Guru : Apakah limas termasuk bangun ruang sisi datar?

Siswa : Iya, Bu.

Guru : Apa saja gambar yang termasuk limas?

Siswa : Nomor 1, 4, 5, 6, 8, 14, dan 23, Bu.

Guru : Apa alasan kalian memilih nomor tersebut?

CY : Karena memiliki titik puncak ya, Bu?

Guru : Kalau karena titik puncak, mengapa gambar nomor 15, 16, 17, dan 25 tidak kalian sebut limas?

KK : Kalau itu karena alasnya lengkung, Bu. Jadi bukan limas.

Guru : Iya, benar. Jawaban yang sangat tepat. Berarti gambar yang termasuk limas adalah nomor 1, 4, 5, 6, 8, 14, dan 23.

Setelah menyamakan persepsi tentang memilih contoh limas dalam kehidupan sehari-hari, siswa dapat menemukan perbedaan dari setiap gambar. Siswa menyebutkan gambar-gambar yang termasuk limas adalah nomor 1, 4, 5, 6, 8, 14, dan 23. Selanjutnya siswa diminta untuk melukis limas sebanyak mungkin. Pada bagian ini, siswa mengeluarkan ide-idenya untuk melukis limas.

Guru : Limas apa yang kalian gambar?

Siswa : Limas segitiga, limas segi empat, limas segi lima, limas segi enam, Bu

Guru : Bagaimana cara kalian gambar limas segitiga dan limas segi enam tersebut?

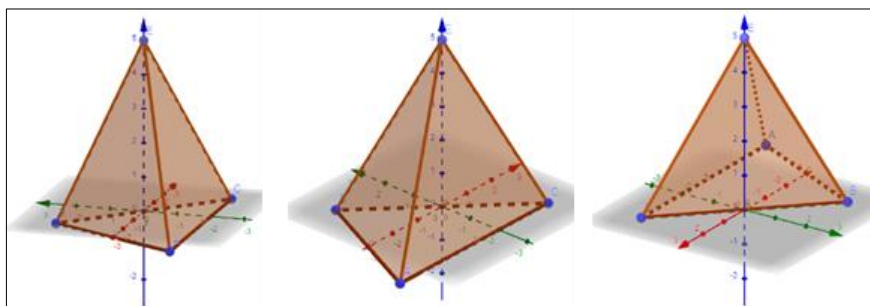
DK : Gambar alasnya dulu, Bu

Guru : Iya, benar. Nah, setelah alasnya digambar, bagaimana dengan sisi tegaknya?

KK : Tarik garis sisi tegak. Betul, Bu?

Guru : Ya, benar, pintar kalian. Tapi setelah kita tahu gambar alasnya, buat dulu tinggi limas dan dilanjutkan dengan menggambar sisi-sisi tegak limas

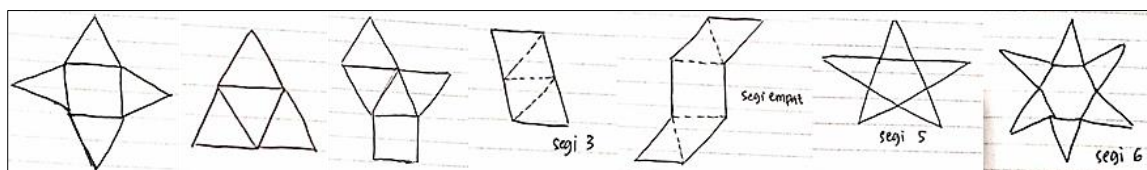
Setelah siswa mencoba melukis limas sebanyak mungkin tersebut, selanjutnya siswa melengkapi tabel yang diberikan guru pada LAS berkaitan dengan bentuk alas, jumlah titik puncak dan bentuk sisi tegak limas. Kemudian guru melanjutkan pembelajaran dengan menunjukkan contoh limas segitiga pada GeoGebra (lihat Gambar 3).



Gambar 3. Animasi 3D limas segitiga pada GeoGebra

Setelah mengamati penggunaan GeoGebra, siswa diminta kembali untuk melukis limas dengan benar berdasarkan langkah-langkah yang tepat. Pada aktivitas ini siswa sudah mampu melukis limas segitiga, limas segi empat, limas segi lima, dan limas segi enam. Selain itu dalam melukis limas harus memiliki pengaturan objek sebagai gambar isometrik dan langkah-langkah yang benar. Gambar limas diawali dengan melukis alas, tinggi, dan rusuk-rusuk limas.

Pertemuan kedua bertujuan untuk membelajarkan siswa dalam menggambar jaring-jaring limas dan menemukan rumus berkaitan dengan hubungan antar unsur-unsur limas. Pada aktivitas menggambar jaring-jaring limas, siswa diminta untuk menggambar jaring-jaring limas sebanyak mungkin. Pada aktivitas ini siswa sudah mampu menggambar jaring-jaring limas tersebut dengan benar. Terdapat tujuh jaring-jaring limas yang digambar oleh siswa yaitu tiga jaring-jaring limas segitiga, dua jaring-jaring limas segi empat, satu jaring-jaring limas segi lima, dan satu jaring-jaring limas segi enam (lihat Gambar 4).



Gambar 4. Jaring-jaring limas yang digambar oleh siswa

Guru : Apakah gambar tersebut adalah gambar jaring-jaring limas yang kalian buat?

Siswa : Iya benar, Bu.

Guru : Jaring-jaring limas apa saja yang kalian gambar?

Siswa : Jaring-jaring limas segitiga, limas segi empat, limas segi lima, dan limas segi enam, Bu.

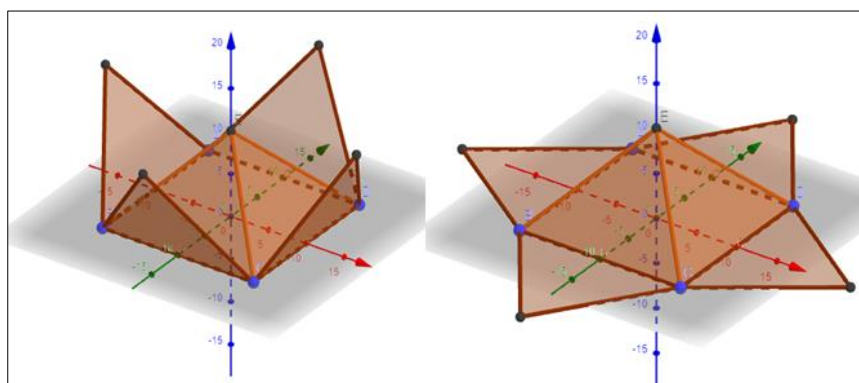
Guru : Bagaimana cara kalian tahu bahwa itu adalah jaring-jaring limas?

KK : Kami menggambarinya dulu di kertas dan gunting-gunting limasnya, Bu, terus kami foto dan kirim ke kawan untuk mengecek jawaban kami benar atau salah.

Guru : Bagus idenya. Jadi dapat kalian temukan semua titik dan rusuknya, kan?

Siswa : Iya, Bu.

Pada aktivitas ini, siswa mencoba menggambar jaring-jaring limas dengan cara menggunting-gunting kertas yang bergambar jaring-jaring limas untuk membuktikan bahwa jaring-jaring limas yang digambar adalah benar. Setelah siswa menggambar jaring-jaring limas sebanyak mungkin, guru selanjutnya melanjutkan pembelajaran dengan menunjukkan salah satu contoh jaring-jaring limas pada GeoGebra (lihat Gambar 5).



Gambar 5. Animasi 3D jaring-jaring limas segi empat pada GeoGebra

Selanjutnya ketika siswa diminta untuk menggambar alternatif lain dari jaring-jaring limas segi empat selain dari jaring-jaring limas segi empat pada GeoGebra yang ditunjukkan pada Gambar 5, siswa mampu menggambar jaring-jaring limas tersebut sebanyak lima jaring-jaring limas segi empat (lihat Gambar 6).

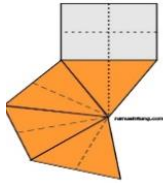
Guru : Jaring-jaring limas apakah ini?

Siswa : Limas segi empat, Bu.

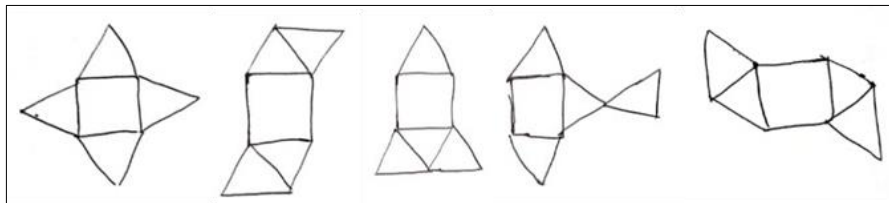
Guru : Apakah ada jaring-jaring limas lain yang dapat kalian gambar selain gambar tersebut?

CY : Sepertinya tidak ada, Bu.

- Guru : Coba dicermati kembali secara lebih teliti lagi
 Siswa : (siswa mencoba menggambar jaring-jaring limas lagi)
 Guru : Coba perhatikan gambar ini. Apakah ini termasuk jaring-jaring limas segi empat?
 Siswa : (siswa mencoba menggambar dan menggunting jaring-jaring limas tersebut)



Siswa : Iya, Bu. Ini jaring-jaring limas segi empat juga.



Gambar 6. Alternatif lain jaring-jaring limas yang digambar siswa

Setelah menyamakan persepsi bahwa masih ada jaring-jaring limas segi empat yang dapat digambar, siswa diminta untuk menjawab jumlah unsur-unsur limas pada limas segitiga, limas segi empat, limas segi lima, dan limas segi enam dan menuliskan jumlah terkait unsur-unsur limas tersebut (lihat Gambar 7).

	Sisi	Rusuk	Titik sudut	Diagonal bidang	Diagonal ruang
Segitiga ①	4	6	4	$\frac{1}{2}$	0
Segiempat ②	5	8	5	2	0
Segilima ③	6	10	6	5	0
Segienam ④	7	12	7	9	0

Gambar 7. Siswa menuliskan jumlah terkait unsur-unsur limas

- Guru : Apakah jumlah unsur-unsur limas (jumlah sisi, titik sudut, rusuk, diagonal bidang, dan diagonal ruang) yang kalian tulis sudah yakin benar?
 Siswa : Yakin, Bu.
 Guru : Bagaimana cara kalian menentukan unsur-unsur limas (jumlah sisi, titik sudut, rusuk, diagonal bidang, dan diagonal ruang) limas tersebut?
 HK : Kami coba hitung satu-satu, Bu.
 Guru : Dari hasil yang kalian jawab, hanya ada satu yang keliru yaitu jumlah diagonal bidang segitiga.
 KK : Iya, Bu, silap tadi.
 Guru : Ok, berarti jumlah yang sebenarnya berapa?
 HK : Tidak ada ya, Bu?
 Guru : Iya, jadi jumlah diagonal bidang untuk limas segitiga tidak ada.

Setelah menyamakan persepsi, siswa dapat menemukan rumus berkaitan dengan unsur-unsur limas (jumlah sisi, titik sudut, rusuk, diagonal bidang dan diagonal ruang). Selain itu untuk rumus berkaitan dengan unsur-unsur limas segi- n pada jumlah sisi dan jumlah titik sudut adalah sama yaitu $(n + 1)$ dan pada rusuk limas adalah $2n$. Tetapi pada diagonal bidang limas memiliki rumus jumlah diagonal bidang yang berbeda-beda sesuai dengan jenis limas. Sedangkan untuk diagonal ruang, limas tidak memiliki diagonal ruang.

Pertemuan ketiga yaitu pembelajaran untuk memfasilitasi siswa dalam menemukan rumus luas permukaan limas. Guru menampilkan alat peraga limas dan jaring-jaring limas. Siswa diminta untuk menuliskan bentuk alas dan jumlah sisi tegak pada limas segitiga, limas segi empat, limas segi lima, dan limas segi enam (lihat Gambar 8).

	bentuk alas	Jumlah sisi tegak
1. limas Segitiga	Segitiga	3
2. limas Segiempat	Segiempat	4
3. limas Segilima	Segilima	5
4. limas Segienam	Segienam	6

Gambar 8. Aktivitas siswa menentukan bentuk alas dan jumlah sisi tegak limas

Guru : Apakah bentuk alas dilihat berdasarkan jenis limas?

Siswa : Iya, Bu.

Guru : Mengapa?

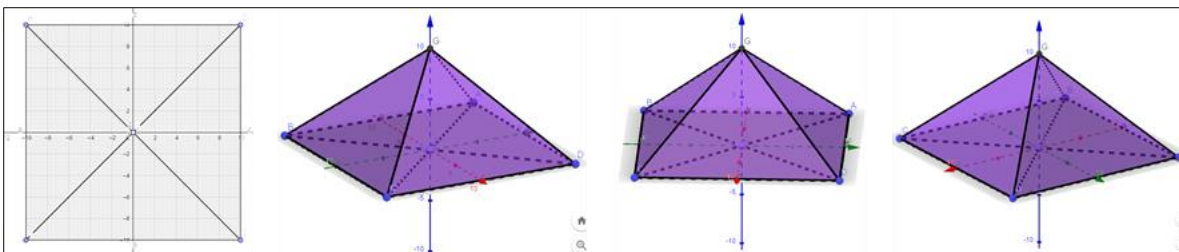
KK : Karena alasnya segitiga, berarti namanya limas segitiga. Kalau alasnya segi empat, berarti namanya limas segi empat. Alasnya segi lima berarti limas segi lima dan alasnya segi enam berarti limas segi enam

Guru : Iya benar. Terus, apa alasan kalian menjawab bentuk alas sama dengan jumlah sisi tegak?

CY : Karena setiap sisi tegak mengikuti alasnya, Bu.

Guru : Iya benar sekali. Jadi kalau limas segi- n , bentuk alas dan jumlah sisi tegaknya juga dilihat berdasarkan " n " itu sendiri

Setelah siswa menuliskan bentuk alas dan jumlah sisi tegak pada limas segitiga, limas segi empat, limas segi lima, dan limas segi enam, guru melanjutkan pembelajaran dengan menunjukkan salah satu contoh limas pada GeoGebra (lihat Gambar 9).



Gambar 9. Animasi 3D limas segi empat pada GeoGebra

Selanjutnya siswa diminta untuk menuliskan jenis limas yang ada pada GeoGebra, bentuk alas limas, rumus alas limas, bentuk sisi tegak limas dan rumus sisi tegak limas. Misalnya jenis limas yang dibuat pada GeoGebra adalah limas segi empat (Gambar 9). Selanjutnya siswa diminta untuk menuliskan alasan hubungan antara limas dan sisi tegak limas berdasarkan GeoGebra yang dibuat (lihat Gambar 10).

1. hubungan alas dpt dikatakan sebagai tempat berdirinya sisi tegak
jika alas tidak ada, maka sisi tegak tidak dapat berdiri tegak

2. Apabila suatu limas segitiga tidak memiliki alas maka limas tersebut tidak dapat berdiri dengan kokoh.

Gambar 10. Jawaban siswa terhadap hubungan antara alas limas dan sisi tegak

Guru : Coba kelompok 1 jelaskan hubungan antara alas limas dan sisi tegak!

KK : Hubungannya alas dapat dikatakan sebagai tempat berdirinya sisi tegak. Jika alas tidak ada, maka sisi tegak tidak dapat berdiri tegak.

Guru : Ok, jawabannya benar. Sekarang kita dengar penjelasan dari kelompok 2.

HK : Apabila suatu limas segitiga tidak memiliki alas, maka limas tersebut tidak dapat berdiri dengan kokoh.

Guru : Ya bagus. Jadi dari kedua jawaban kalian dapat kita simpulkan bahwa setiap limas merupakan bangun ruang. Setiap bangun ruang memiliki alas dan sisi. Jika tidak ada alas, maka sisi limas tidak mampu berdiri. Begitu juga dengan limas. Jika tidak ada alas limas, maka sisi tegak limas tidak mampu berdiri sendiri. Sehingga alas limas dan sisi tegak limas saling berhubungan. Nah, sekarang bagaimana dengan luas permukaannya?

DK : Harus tahu luasnya, Bu?

Guru : Ya benar. Jadi, kita harus tahu dulu luas setiap sisi-sisinya, ya.

Pada aktivitas tersebut, siswa diminta untuk menjelaskan hubungan antara alas limas dan sisi tegak limas. Pada hasil jawaban siswa, siswa menjawab dengan dua alasan dari kelompok yang berbeda namun sudah mengarah kepada jawaban yang benar. Pada aktivitas selanjutnya adalah siswa menyelesaikan permasalahan realistik yang berkaitan dengan luas permukaan limas. Pada aktivitas ini, konteks yang digunakan berupa pembuatan alat peraga limas berbentuk Museum Louvre. Siswa berdiskusi dengan kelompok masing-masing dan membutuhkan waktu sedikit lama untuk mendapatkan hasil yang benar. Namun demikian, hasil jawaban yang ditulis siswa sudah sangat detail dan benar (lihat Gambar 11).

Handwritten student work showing calculations for the surface area of a pyramid:

- Luas karton = $p \times l$
 $= 109 \times 79$
 $= 8611$
- Luas alas limas = $s \times s$
 $= 20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$
 $= 400 \text{ cm}^2$
- Luas sisi tegak limas = $\frac{20 \times 25}{2}$
 $= \frac{500}{2}$
 $= 250$
- Jumlah luas sisi tegak limas = 4×250
 $= 1000$
- Luas permukaan limas = $400 \text{ cm}^2 + 1000 \text{ cm}^2$
 $= 1.400 \text{ cm}^2$
- Sisa karton yg tdk terpakai oleh Rara adalah
 $= \text{luas karton} - \text{luas permukaan limas}$
 $= 8.611 - 1.400$
 $= 7.211$
- Rumus permukaan limas adalah
 $= \text{luas alas limas} + \text{jumlah luas sisi tegak limas}$

Gambar 11. Jawaban siswa menyelesaikan permasalahan realistik luas permukaan limas

Konjektur pada pertemuan ketiga sesuai dugaan bahwa setiap sisi limas dapat dihitung luas sisinya. Misalnya luas limas segi empat memiliki sisi alas persegi, maka rumus yang digunakan adalah: Luas alas = $s \times s$, dan luas sisi tegak limas dengan rumus: Luas sisi tegak = $(s \times t)/2$. Selain itu, rumus untuk luas permukaan limas adalah luas limas sama dengan hasil penjumlahan antara luas alas limas dan luas sisi-sisi tegak limas.

Pada pertemuan keempat bertujuan untuk menemukan rumus volume limas. Aktivitas yang dilakukan adalah menyusun limas ke dalam kubus.

Guru : Apakah sebuah limas segi empat dapat memenuhi suatu kubus?

Siswa : Tidak, Bu.

Guru : Mengapa?

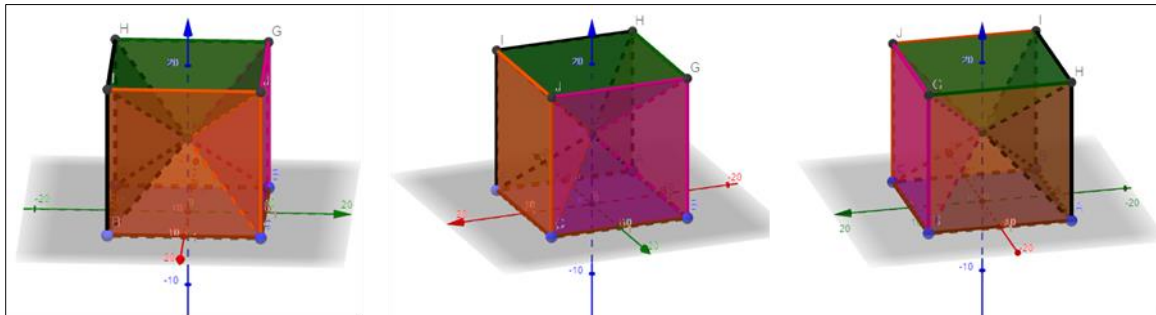
DK : Karena berbeda ukurannya, Bu.

Guru : Kalau limasnya lebih dari satu limas, ada berapa limas dapat memenuhi kubus tersebut?

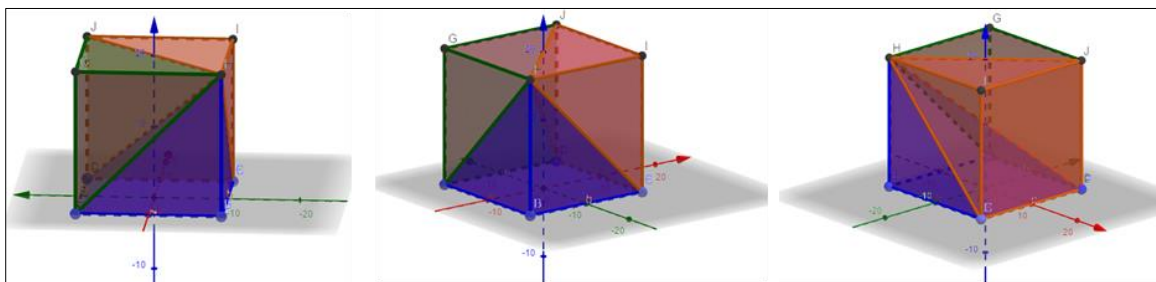
DK : Ada 6 limas ya, Bu?

Guru : Ya benar, itu salah satu model pembuktian volume limas.

Selanjutnya guru mendemonstrasikan alat peraga dan GeoGebra terkait susunan limas dalam kubus sehingga siswa memahami bahwa pembuktian volume limas tidak hanya enam buah limas dalam satu kubus, tetapi juga ada tiga buah limas dalam satu kubus. Pada aktivitas ini, ditampilkan animasi 3D pada model susunan enam buah limas dalam satu kubus (lihat Gambar 12) dan model susunan tiga buah limas dalam satu kubus (lihat Gambar 13) pada GeoGebra sehingga siswa akan lebih mudah memahami bentuk objek dengan baik.



Gambar 12. Animasi 3D pembuktian volume enam limas dalam sebuah kubus



Gambar 13. Animasi 3D pembuktian volume tiga limas dalam sebuah kubus

- Guru : Ada berapa jumlah limas dalam kubus pada GeoGebra model pertama tersebut?
 Siswa : Ada enam, Bu.
 Guru : Apakah volume limas sama dengan volume kubus tersebut?
 Siswa : Sama, kalau limasnya ada enam, Bu.
 Guru : Jadi, kalau tinggi limasnya, apakah sama dengan tinggi kubus?
 KK : Beda, Bu, tidak sama tinggi limas dengan tinggi kubusnya.
 Guru : Ya benar. Pada susunan enam buah limas dalam suatu kubus, tinggi limas tidak sama dengan tinggi kubus yang berarti bahwa tinggi limas hanya setengah dari tinggi kubusnya. Sekarang bagaimana dengan susunan limas pada model kedua? Ada berapa jumlah limas dalam kubus pada GeoGebra model kedua tersebut?
 Siswa : Ada tiga, Bu.
 Guru : Apakah volume limas sama dengan volume kubus tersebut?
 Siswa : Sama kalau limasnya ada tiga, Bu.
 Guru : Jadi kalau tinggi limasnya, apakah sama dengan tinggi kubus?
 Siswa : Sama, Bu.
 Guru : Ya, jadi pada susunan tiga buah limas dalam sebuah kubus tersebut, tinggi limasnya sama dengan tinggi kubus.

Selanjutnya guru memberikan gambar jaring-jaring limas dari salah satu model tiga buah limas dalam satu kubus. Pada limas segi empat tersebut telah diketahui sisi 10 cm. Tetapi, terdapat dua rusuk limas yang panjangnya $10\sqrt{2}$ cm dan $10\sqrt{3}$ cm.

7 Jaringa tsb terdpt $10\sqrt{3}$ = diagonal ruang
 $10\sqrt{2}$ = diagonal bidang
 $10(n)$ = sbg alas
 Klo semua sisi dibentuk, maka akan terbentuk
 luas segi empat

Gambar 14. Jawaban siswa pada jaring-jaring limas segi empat model kedua

Siswa diminta untuk menjelaskan dan menyimpulkan tentang limas segi empat tersebut (lihat Gambar 14). Kemudian siswa memperhatikan gambar yang diberikan oleh guru tersebut pada LAS.

- Guru : Jaring-jaring limas apakah ini?
 Siswa : Limas segi empat, Bu

- Guru : Mengapa limas segi empat?
 Siswa : Karena alasnya segi empat, Bu
 Guru : Iya benar. Jika gambar limas tersebut sisinya adalah 10 cm, dari manakah nilai $10\sqrt{2}$ cm dan $10\sqrt{3}$ cm?
 HK : Pada GeoGebra tadi ada diagonalnya, Bu
 Guru : Diagonal apa?
 HK : Diagonal bidang dan diagonal ruang. Tadi saya lihat di GeoGebra, Bu.
 Guru : Jadi, pada nilai $10\sqrt{2}$ cm dan $10\sqrt{3}$ cm, yang mana (panjang) diagonal bidang dan diagonal ruang?
 HK : $10\sqrt{2}$ cm untuk panjang diagonal bidang dan $10\sqrt{3}$ cm untuk panjang diagonal ruang. Betul, Bu?
 Guru : Iya benar sekali. Jadi $10\sqrt{2}$ cm adalah panjang diagonal bidang dan $10\sqrt{3}$ cm adalah panjang diagonal ruang dari kubus.

Selanjutnya pada aktivitas terakhir, siswa diminta untuk menuliskan langkah-langkah penurunan rumus volume limas berdasarkan hasil yang telah diperoleh melalui susunan dua buah model yang telah dipelajari.

Jika tinggi limas = $\frac{1}{2}$ tinggi kubus, maka:

$$6 \times V_{\text{limas}} = s \times s \times s$$

$$6 \times V_{\text{limas}} = s^2 \times s$$

$$V_{\text{limas}} = \frac{1}{6} s^2 \times 2t$$

$$V_{\text{limas}} = \frac{1}{3} s^2 \times t$$

$$V_{\text{limas}} = \frac{1}{3} \text{ luas alas} \times t$$

Jika tinggi $t =$ tinggi kubus, maka

$$3 \times V_{\text{limas}} = s \times s \times s$$

$$3 \times V_{\text{limas}} = s^3$$

$$V_{\text{limas}} = \frac{1}{3} s^3$$

$$V_{\text{limas}} = \frac{1}{3} s^2 \times t$$

$$V_{\text{limas}} = \frac{1}{3} \text{ luas alas} \times t$$

Kesimpulan:

$$V_{\text{limas}} = \frac{1}{3} \text{ luas alas} \times t$$

Gambar 15. Jawaban siswa menentukan rumus volume limas

Berdasarkan hasil yang diperoleh siswa, siswa sudah dapat menemukan rumus volume limas menggunakan susunan dua buah model limas dalam sebuah kubus sehingga dapat disimpulkan bahwa rumus volume limas adalah sepertiga dari hasil perkalian antara luas alas dan tinggi limas ($V_{\text{limas}} = \frac{1}{3} \times \text{luas alas limas} \times \text{tinggi limas}$) (lihat Gambar 15).

Berdasarkan *teaching experiment* dapat disimpulkan bahwa aktivitas pada HLT 1 yang direvisi untuk mendapatkan HLT 2 adalah sebagai berikut.

1. Memperbanyak tampilan contoh-contoh limas dalam kehidupan sehari-hari
2. Menggambar lebih banyak jaring-jaring limas
3. Mengurutkan pola dalam menemukan rumus diagonal bidang
4. Menayangkan animasi 3D melalui GeoGebra

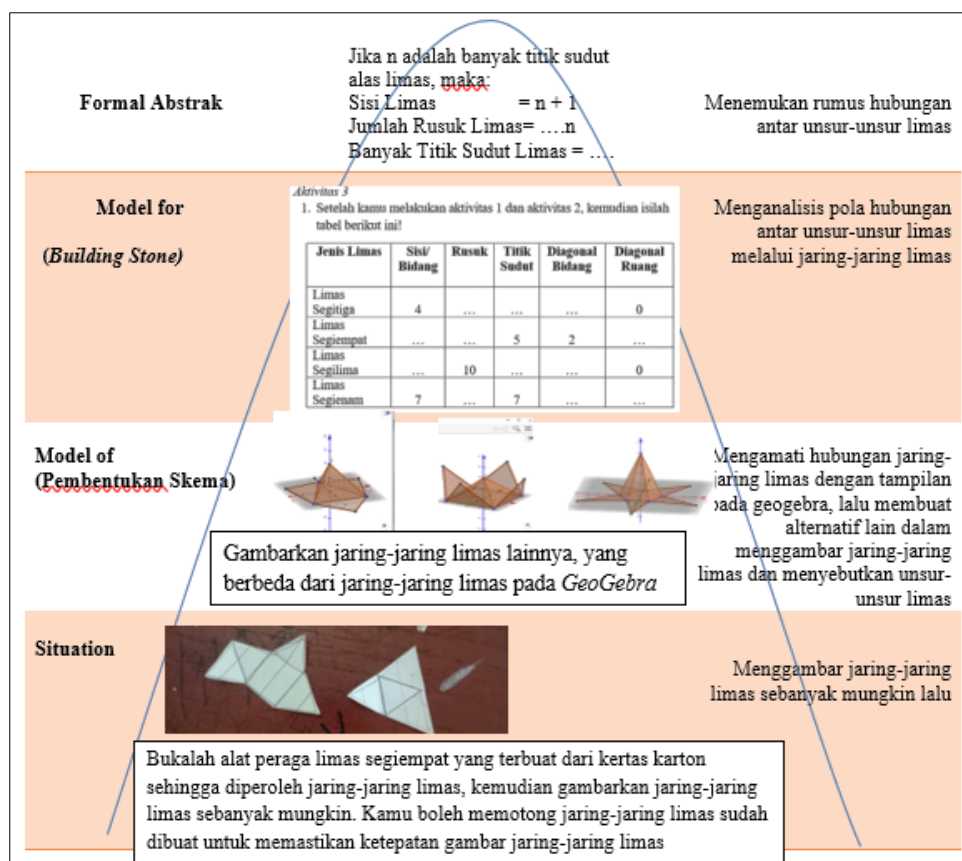
PEMBAHASAN

Penggunaan lintasan belajar pada penelitian ini tidak mengalami kendala yang cukup berarti dan siswa dapat menyelesaikan masalah-masalah yang diberikan sesuai dengan prediksi. Aktivitas pada lintasan belajar yang dikembangkan adalah menunjukkan gambar limas dalam kehidupan sehari-hari, melukis limas sebanyak mungkin, menggambar jaring-jaring limas sebanyak mungkin, menentukan unsur-unsur limas, menentukan hubungan alas dan sisi tegak limas, menyelesaikan permasalahan realistik untuk menentukan luas permukaan limas, menyusun limas ke dalam kubus dan menayangkan animasi 3D volume limas menggunakan GeoGebra serta menyelesaikan langkah-langkah menemukan volume limas. Dari setiap aktivitas yang dilalui siswa, pengembangan lintasan belajar secara teoritis dapat mengembangkan kemampuan spasial siswa melalui pendekatan matematika realistik pada materi limas. Selain itu, pada penelitian terdahulu juga membuktikan bahwa aktivitas pada lintasan belajar limas efektif untuk diterapkan dalam pembelajaran. Pada penelitian yang dilakukan oleh Ozdemir (2017) terdapat empat tujuan pada materi limas dan kerucut yaitu definisi, unsur-unsur, luas permukaan dan volume pada limas dan kerucut. Aktivitas yang dilakukan adalah menyebutkan definisi dari limas dan kerucut, menyebutkan contoh dan bukan contoh dari limas dan kerucut, menggambar limas dan kerucut, mengenal sifat-sifat limas dan kerucut, bentuk per-

mukaan dan jaring-jaring limas dan kerucut, serta volume limas dan kerucut. Berdasarkan penelitian ini, aktivitas yang dirancang dapat meningkatkan pembelajaran yang efektif dan mengembangkan pemahaman konseptual.

Lintasan belajar sangat mempengaruhi pemahaman dan tingkat kemampuan spasial siswa dalam materi limas (Sari, 2018). Salah satu usaha yang dapat dilakukan adalah dengan menerapkan pendekatan matematika realistik. Pendekatan matematika realistik menuntut siswa untuk mengonstruksi pengetahuan dengan kemampuannya sendiri melalui aktivitas-aktivitas yang dilakukannya dalam kegiatan pembelajaran. Ide utama pembelajaran dengan menggunakan pendekatan matematika realistik adalah siswa harus diberi kesempatan untuk menemukan kembali konsep matematika dengan menyelesaikan berbagai masalah nyata yang diberikan pada awal pembelajaran (Gravemeijer, 1994). Terdapat lima karakteristik dari pendekatan matematika realistik yaitu penggunaan konteks, penggunaan model matematisasi, interaktif, kontribusi dan konstruksi siswa, dan keterkaitan.

Pada lintasan belajar melukis limas, aktivitas yang dilakukan diawali dengan menunjukkan gambar limas dalam kehidupan sehari-hari dan membedakan setiap gambar benda tersebut. Aktivitas ini merupakan karakteristik dari penggunaan konteks dalam pendekatan matematika realistik. Kemudian siswa melukis limas sebanyak mungkin sebagai karakteristik dari penggunaan model matematisasi, melengkapi tabel yang berisi bentuk alas limas, jumlah titik puncak dan bentuk sisi tegak limas segi- n . Selanjutnya guru mengajak siswa untuk menyelidiki ciri-ciri limas berdasarkan pengamatan terhadap tampilan limas segitiga pada GeoGebra dengan tujuan lebih mudah memahami gambar limas yang sebenarnya. Pada aktivitas ini, terdapat interaksi, baik antara siswa dan siswa maupun antara siswa dan guru, dan juga interaksi antara siswa dan sumber belajar berupa GeoGebra. Kemudian siswa diminta untuk memahami dan menuliskan langkah-langkah melukis limas. Siswa berusaha menuliskan hasil yang diperoleh dalam membuat langkah-langkah melukis limas dengan benar. Aktivitas ini sebagai karakteristik kontribusi dan konstruksi siswa. Setelah itu, siswa mempresentasikan hasil yang dikerjakan dan teman lain menanggapi. Aktivitas yang dilakukan tersebut dapat menumbuhkan kemampuan spasial siswa karena siswa dapat mengenali suatu objek/gambar dengan tepat dalam melukis limas. Hal ini sesuai dengan pernyataan Giaquinto (2007) bahwa untuk dapat mengenali suatu objek/gambar dengan tepat diperlukan kemampuan spasial. Dengan demikian, kemampuan spasial siswa sangat mendukung dalam aktivitas belajar melukis limas melalui pendekatan matematika realistik.



Gambar 16. Lintasan belajar dalam bentuk gunung es untuk menentukan rumus antar unsur-unsur limas

Gravemeijer (1994) menjelaskan bahwa aktivitas yang dirancang hendaknya melibatkan matematisasi horizontal dan matematisasi vertikal, sehingga ada empat level aktivitas dalam merancang lintasan belajar, yaitu *situation*, *level model of*, *level model for*, dan *formal knowledge*. Sebagai contoh, pada lintasan belajar pertemuan kedua tentang menggambar limas dan menemukan rumus berkaitan dengan hubungan antar unsur-unsur limas, siswa terlebih dahulu memperhatikan alat peraga limas sebagai konteks yang nyata lalu menggambar jaring-jaring limas sebanyak mungkin (*level situation*), lalu siswa menyelidiki ciri-ciri jaring-jaring limas berdasarkan pengamatan terhadap tampilan jaring-jaring limas pada GeoGebra dan menggambar alternatif lain jaring-jaring limas selain yang diperoleh melalui GeoGebra. Dengan demikian, siswa menggunakan model sendiri berdasarkan aktivitas pada *situation* berbantuan GeoGebra (*level model of*). Kemudian siswa menentukan unsur-unsur limas seperti jumlah titik sudut alas limas, sisi limas, rusuk limas, dan titik sudut limas dan menyelidiki hubungan antar unsur-unsur tersebut (*level model for*). Siswa diminta menemukan rumus berkaitan dengan hubungan antar unsur-unsur limas. Level aktivitas ini merupakan level aktivitas yang paling tinggi (*level formal knowledge*) karena siswa sampai pada pemahaman matematika yang bersifat abstrak atau matematika formal sebagai hasil dari generalisasi. Untuk menyelesaikan serangkaian aktivitas tersebut, siswa mengembangkan kemampuan spasial terutama *spatial visualization* seperti melukis limas dan menggambar jaring-jaring limas dengan berbagai cara dan posisi. Secara utuh, lintasan belajar pertemuan kedua tentang unsur-unsur limas dapat disajikan dalam bentuk gunung es (*iceberg*) seperti pada Gambar 16.

Dari Gambar 16 dapat dilihat bahwa melalui pendekatan pendidikan matematika realistik guru merancang aktivitas untuk mengembangkan kemampuan matematika dan kemampuan spasial siswa, ke level yang lebih tinggi secara bertahap, yang diawali dengan masalah nyata/real. Siswa menemukan kembali (*reinvent*) konsep-konsep matematika melalui bimbingan guru, dengan prinsip penemuan kembali secara terbimbing (*guided reinvention*) (Treffers, 1991; van den Heuvel-Panhuizen, 1996).

Pada lintasan belajar menemukan rumus luas permukaan limas, siswa terlebih dahulu memperhatikan alat peraga limas sebagai penggunaan konteks dari pendekatan matematika. Selanjutnya aktivitas yang dilakukan adalah menyelidiki sisi-sisi limas berdasarkan pengamatan dari tampilan limas pada GeoGebra dan menentukan luas masing-masing sisi limas segitiga dan segi empat, menyelesaikan permasalahan realistik terkait luas permukaan limas. Aktivitas ini merupakan karakteristik dari penggunaan model matematisasi. Pada aktivitas ini, terdapat interaksi baik antara siswa dan siswa maupun antara siswa dan guru. Kemudian siswa menemukan rumus luas permukaan limas. Siswa berusaha menuliskan hasil yang diperoleh dalam menemukan rumus luas permukaan limas. Aktivitas ini sebagai karakteristik kontribusi dan konstruksi siswa. Setelah itu, siswa mempresentasikan hasil yang dikerjakan dan teman lain menanggapinya sebagai karakteristik dari keterkaitan dalam pendekatan matematika realistik. Menurut NCTM (2000), dari segi konteks kurikulum terdapat lima standar isi dalam standar matematika, yaitu bilangan dan operasinya, pemecahan masalah, geometri, pengukuran, dan peluang dan analisis data. Dalam geometri terdapat unsur penggunaan visualisasi, penalaran spasial, dan pemodelan. Berdasarkan konteks tersebut dalam menemukan rumus luas permukaan limas, siswa mampu memvisualisasikan gambar limas dari alat peraga dan GeoGebra serta dilanjutkan menyelesaikan permasalahan realistik dengan penalaran spasialnya. Aktivitas yang dilakukan tersebut dapat menumbuhkan kemampuan spasial siswa dalam menentukan rumus luas permukaan limas. Persepsi dari suatu objek atau gambar dari alat peraga dan GeoGebra dapat mempengaruhi kemampuan spasial siswa oleh orientasi objek atau gambar tersebut. Kemampuan dan pengindraan spasial terhadap alat peraga dan GeoGebra sangat berguna dalam memahami limas dengan memecahkan masalah matematika dan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Dengan demikian, kemampuan spasial siswa sangat mendukung dalam aktivitas belajar menemukan rumus luas permukaan limas melalui pendekatan matematika realistik.

Pada lintasan belajar menemukan rumus volume limas, siswa terlebih dahulu memperhatikan alat peraga limas dan kubus sebagai penggunaan konteks dari pendekatan matematika. Selanjutnya aktivitas yang dilakukan adalah menyusun alat peraga tiga limas ke dalam kubus dan enam limas ke dalam kubus, menyelidiki hubungan volume limas berdasarkan volume kubus dengan bantuan alat peraga dan GeoGebra. Tampilan animasi 3D GeoGebra juga sangat membantu siswa dalam menumbuhkan kemampuan spasial siswa pada volume limas. Pada aktivitas ini, terdapat interaktif baik antara siswa dan siswa maupun antara siswa dan guru. Kemudian siswa menemukan rumus volume limas. Siswa berusaha menuliskan hasil yang diperoleh dalam menemukan rumus volume limas. Aktivitas ini sebagai karakteristik kontribusi dan konstruksi siswa. Setelah itu, siswa mempresentasikan hasil yang dikerjakan dan teman lain menanggapinya sebagai karakteristik dari keterkaitan dalam pendekatan matematika realistik. Dalam geometri terdapat unsur penggunaan visualisasi, penalaran spasial dan pemodelan. Berdasar-

kan konteks tersebut dalam menemukan rumus volume limas, siswa mampu memvisualisasikan gambar limas dari alat peraga dan GeoGebra dengan penalaran spasialnya. Aktivitas yang dilakukan tersebut dapat menumbuhkan kemampuan spasial siswa dalam menentukan rumus volume limas. Persepsi dari suatu objek atau gambar dari alat peraga dan GeoGebra dapat mempengaruhi kemampuan spasial siswa oleh orientasi objek atau gambar tersebut. Kemampuan spasial yang baik akan menjadikan siswa mampu mendeteksi hubungan dan perubahan bentuk bangun geometri terutama pada volume limas. Dengan demikian, kemampuan spasial siswa sangat mendukung dalam menemukan rumus volume limas melalui pendekatan matematika realistik. Namun demikian, lintasan belajar pada volume limas ini hanya terbatas pada limas segi empat saja, padahal secara konten limas segitiga juga mendasari pembuktian volume limas.

Berdasarkan hasil yang telah dipaparkan, pemahaman siswa pada limas dapat dikembangkan dari tahap informal ke tahap formal. Siswa dapat menemukan konsep limas dari gambar-gambar limas dalam kehidupan sehari-hari dan alat peraga limas sebagai konteks yang digunakan. Hal ini sesuai dengan pandangan Hans Freudenthal tentang pendekatan matematika realistik, yaitu "*mathematics should be connected to the reality*". Penelitian yang dilakukan oleh Ozdemir (2017) menunjukkan bahwa aktivitas yang dirancang pada lintasan belajar limas dan kerucut dengan pendekatan matematika realistik dapat meningkatkan pembelajaran yang efektif dan mengembangkan pemahaman konseptual. Selain itu, *retrospective analysis* yang diperoleh dianalisis untuk mengembangkan lintasan belajar yang sudah direncanakan. Pada *retrospective analysis*, HLT didapatkan beberapa revisi terhadap beberapa aktivitas seperti memperbanyak tampilan contoh-contoh limas dalam kehidupan sehari-hari, menggambar lebih banyak jaring-jaring limas, mengurutkan pola dalam menemukan rumus jumlah diagonal bidang dan menayangkan animasi 3D melalui GeoGebra. Melalui aktivitas-aktivitas yang telah diberikan siswa mampu melukis limas, menggambar jaring-jaring limas, menemukan rumus berkaitan dengan unsur-unsur limas, menemukan rumus luas permukaan limas, dan menemukan rumus volume limas. Hasil penelitian lainnya juga memperlihatkan bahwa lintasan belajar materi limas yang telah dikembangkan dapat menumbuhkan kemampuan spasial siswa melalui pendidikan matematika realistik. Hal ini distimulasi oleh aktivitas-aktivitas yang dilakukan berkaitan dengan materi limas. Dengan demikian, hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi yang besar seperti memudahkan siswa dalam memahami materi limas dengan aktivitas-aktivitas pembelajaran yang dilakukan, dapat memanfaatkan teknologi sebagai alat bantu pembelajaran, menjadikan pembelajaran dan penyampaian informasi lebih cepat, dan membangun budaya belajar melalui lintasan belajar dengan pendekatan matematika realistik.

SIMPULAN

Lintasan belajar yang diperoleh adalah lintasan belajar hasil revisi dari HLT 1 dengan cara memperbanyak tampilan contoh-contoh limas dalam kehidupan sehari-hari, menggambar lebih banyak jaring-jaring limas, mengurutkan pola dalam menemukan rumus diagonal bidang, dan menayangkan animasi 3D melalui GeoGebra. Hasil penelitian ini adalah lintasan belajar pada materi limas yang memuat aktivitas melukis limas, menggambar jaring-jaring limas, menentukan unsur-unsur limas, menyelesaikan permasalahan realistik untuk menentukan rumus luas permukaan limas, menyusun limas ke dalam kubus dan menayangkan animasi 3D volume limas menggunakan GeoGebra serta menemukan volume limas. Penelitian ini hanya terbatas pada materi limas. Padahal selain limas juga terdapat bangun ruang lainnya yang dapat dikembangkan seperti kubus, balok, dan prisma. Oleh karena itu, peneliti lain dapat mengembangkan lintasan belajar pada materi yang berbeda.

DAFTAR PUSTAKA

- Alimuddin, H., & Trisnowali, A. (2018). Profil kemampuan spasial dalam menyelesaikan masalah geometri siswa yang memiliki kecerdasan logis. *Histogram: Jurnal Pendidikan Matematika*, 2(2), 169–182.
- Armstrong, T. (2009). *Multiple intelligences in the classroom* (3rd ed.). ASCD.
- Budiman, H. (2011). Peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematis siswa melalui pendekatan berbasis masalah berbantuan software Cabri 3D. *Prosiding Seminar Nasional FMIPA-UT 2011* (pp. 1–19). <http://repository.ut.ac.id/2498/>
- Bustang, B., Zulkardi, Z., Darmawijoyo, D., Dolk, M. L. A. M., & van Eerde, H. A. A. (2013). Developing a local instruction theory for learning the concept of angle through visual field activities and spatial representations. *International Education Studies*, 6(8), 58–70. <https://doi.org/10.5539/ies.v6n8p58>

- Faradisa, M., Sulistio, M., Ayu, Y. A. (2018). Penggunaan aplikasi GeoGebra pada pembelajaran matematika materi poligon dan sudut sebagai sarana meningkatkan kemampuan siswa. *Jurnal Equation: Teori dan Penelitian Pendidikan Matematika*, 1(2), 166–172. <http://dx.doi.org/10.29300/equation.v1i2.2294>
- Giaquinto, M. (2007). *Visual thinking in mathematics: An epistemological study*. Oxford University Press.
- Gravemeijer, K. P. E. (1994). *Developing realistic mathematics education*. CD-β Press, Freudenthal Institute.
- Gravemeijer, K., & Cobb, P. (2006). Design research from a learning design perspective. In J. van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney, & N. Nieveen (Eds.), *Educational design research* (pp. 17–51). Routledge.
- Gravemeijer, K., & van Eerde, D. (2009). Design research as a means for building a knowledge base for teachers and teaching in mathematics education. *The Elementary School Journal*, 109(5), 510–524. <https://doi.org/10.1086/596999>
- Meirida, U., Johar, R., & Ahmad, A. (2019). Ability of junior high school students in drawing 3D pyramids. *Journal of Physics: Conference Series*, 1460(1), 1–8. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1460/1/012008>
- Nasution, E. Y. P. (2017). Meningkatkan kemampuan spasial siswa melalui pembelajaran geometri berbantuan Cabri 3D. *Mathline: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 2(2), 179–194. <https://doi.org/10.31943/mathline.v2i2.45>
- National Research Council. (2006). *Learning to think spatially*. The National Academies Press.
- National Research Council. (2007). *Taking science to school: Learning and teaching science in grades K-8*. The National Academies Press. <https://doi.org/10.17226/11625>
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Author.
- Nopiyan, D., Turmudi, T., & Prabawanto, S. (2016). Penerapan pembelajaran matematika realistik berbantuan GeoGebra untuk meningkatkan kemampuan komunikasi matematis siswa SMP. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(2), 45–52. <https://doi.org/10.31980/mosharafa.v5i2.259>
- Ocal, M. F. (2017). The effect of Geogebra on students' conceptual and procedural knowledge: The case of applications of derivative. *Higher Education Studies*, 7(2), 67–78. <https://doi.org/10.5539/hes.v7n2p67>
- Ozdemir, B. G. (2017). Mathematical practices in a learning environment designed by realistic mathematics education: Teaching experiment about cone and pyramid. *European Journal of Education Studies*, 3(5), 405–430. <http://dx.doi.org/10.46827/ejes.v0i0.675>
- Prahmana, R. C. I. (2017). *Design research (Teori dan implementasinya: Suatu pengantar)*. Rajawali Pers.
- Prasetyo, N. A. (2019). *Desain didaktis berpikir kreatif matematis pada materi bangun ruang sisi datar berbantuan Geogebra* (Unpublished bachelor's thesis). Universitas Pendidikan Indonesia.
- Prihandoko, A. C. (2005). *Buku rujukan PGSD bidang matematika: Memahami konsep matematika secara benar dan menyajikannya dengan menarik*. Departemen Pendidikan Nasional.
- Saputra, H. (2018). *Kemampuan spasial matematis*. <https://doi.org/10.17605/OSF.IO/JFWST>
- Sari, D. P. (2018). *Analisis kemampuan spasial dan self-efficacy siswa pada pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw di SMAS Muhammadiyah 8 Kisaran* (Unpublished master's thesis). Program Pascasarjana, Universitas Negeri Medan.
- Subroto, T. (2012). Kemampuan spasial (spatial ability). *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika STKIP Sebelas April Sumedang* (pp. 252–359).
- Sulistiawati, S. (2014). Analisis kesulitan belajar kemampuan penalaran matematis siswa SMP pada limas. *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan STKIP Surya* (pp. 205–225).
- Syabhana, A. (2013). Alternatif pemahaman konsep umum volume suatu bangun ruang. *Edumatica*, 3(2), 1–7. <https://doi.org/10.22437/edumatica.v5i01.2662>

- Sztajn, P., Confrey, J., Wilson, P. H., & Edgington, C. (2012). Learning trajectory based instruction: Toward a theory of teaching. *Educational Researcher*, 41(5), 147–156. <https://doi.org/10.3102%2F0013189X12442801>
- Treffers, A. (1991). Didactical background of a mathematics program for primary education. In L. Streefland (Ed.), *Realistic Mathematics Education in primary school: On the occasion of the opening of the Freudenthal Institute* (pp. 21–56). CD-β Press, Freudenthal Institute.
- Ubuz, B., & Gökbulut, Y. (2015). Primary prospective teachers' knowledge on pyramid: Generating definitions and examples. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16(2), 335–351.
- Unlu, M., & Horzum, T. (2018). Mathematics teacher candidates' definitions of prism and pyramid. *International Journal of Research in Education and Science*, 4(2), 670–685. <https://doi.org/10.21890/ijres.438373>
- van den Akker, J., Gravemeijer, K., Mckenney, S., & Nieveen, N. (Eds.). (2006). *Educational design research*. Routledge.
- van den Heuvel-Panhuizen, M. (1996). *Assessment and Realistic Mathematics Education*. CD-β Press, Freudenthal Institute.