

**KESTABILAN GLOBAL BEBAS PENYAKIT
FLU SINGAPURA (*Hand, Foot and Mouth Disease*)
BERDASARKAN MODEL SEIRS**

Eminugroho Ratna Sari

Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY
Karangmalang, Yogyakarta
eminugrohosari@gmail.com

Abstrak

Penelitian mengenai penyebaran HFMD pertama dilakukan menggunakan model SIR. Pada model ini, populasi individu yang sebenarnya telah terinfeksi tetapi belum menunjukkan gejala-gejala penyakit tidak dijelaskan. Dalam paper ini akan dibahas mengenai pembentukan model matematika dari penyebaran penyakit HFMD menggunakan model SEIRS. Adanya penambahan kelas populasi E (*Exposed*) untuk melengkapi kekurangan pada model sebelumnya. Berdasarkan model, diperoleh titik ekuilibrium bebas penyakit dan endemik. HFMD tidak akan mewabah jika $R_0 < 1$. Selanjutnya dilakukan simulasi menggunakan MAPLE 13.

Kata Kunci: *flu Singapura (HFMD), model SEIRS, titik ekuilibrium, La Salle Liapunov, stabil asimtotik global*

Abstract

Research on the spread of HFMD first performed using SIR models. In this model, population of individuals who have been infected but has not shown any symptoms of the disease has not been clarified. In this paper we will discuss the establishment of a mathematical model of the spread of HFMD SEIRS model. There is an additional class of population E (Exposed) to supplement deficiencies in the previous model. Based on the model, there are the disease-free and the endemic equilibrium point. HFMD will not outbreak if $R_0 < 1$. Furthermore, the simulations are made using MAPLE 13.

Keywords: *flu Singapore (HFMD), model SEIRS, the equilibrium point, La Salle Liapunov, global asymptotic*

A. Pendahuluan

Influenza adalah penyakit pernapasan yang sangat menular dan disebabkan oleh virus influenza. Sementara virus influenza terdiri dari 3 tipe, yaitu A, B dan C. Virus influenza tipe A dapat menginfeksi manusia, kuda, babi, anjing laut, ikan paus, burung dan binatang lainnya. Virus ini yang paling berbahaya, karena virus ini dapat menjangkiti hewan dan manusia. Virus influenza A mengalami mutasi (perubahan genetik)

menghasilkan virus influenza baru yang lebih berbahaya yang bisa mengakibatkan wabah epidemik dan pandemik influenza. Pada tahun 1918, terjadi wabah pandemik yang disebabkan virus influenza, yang disebut dengan "Spanish Flu". Tahun 1957, virus influenza kembali bermutasi yang dikenal dengan "Asian Flu" dan wabah global kembali terjadi. Pada tahun 1968, virus flu kembali menyebabkan wabah pandemik, mutan virus tersebut dikenal

dengan “Hongkong Flu”. (Eminugroho R, 2009). Virus influenza terus mengalami perubahan genetik hingga pada tahun 1972 muncul mutan virus influenza yang kemudian dikenal sebagai penyebab penyakit “Flu Singapura”.

Penyakit flu singapura atau dalam bahasa kedokteran disebut sebagai penyakit *Hand, Foot and Mouth Disease* (HFMD) merupakan penyakit infeksi yang seringkali menyerang anak-anak usia 2 minggu sampai 5 tahun (bahkan hingga 10 tahun). Orang dewasa umumnya kebal terhadap penyakit yang mempunyai masa inkubasi 2 – 5 hari ini. HFMD disebabkan oleh *Coxsackievirus* A type 16 (CV A16) dengan bermacam-macam strain, yaitu coxsackievirus A5, A7, A9, A10, B2 dan B5. Namun demikian, yang menyebabkan pandemik adalah *Enterovirus 71* (EV-71). (Roy, 2010).

Penularan penyakit ini melalui kontak langsung dari orang ke orang yaitu melalui droplet, pilek dan air liur. Penularan melalui kontak tidak langsung juga mungkin terjadi, misalnya penggunaan handuk, baju, peralatan makan dan mainan secara bersama-sama. Biasanya penyakit ini muncul pada musim panas. (CDC, 2012)

Gejala-gejala yang timbul untuk terserang penyakit ini antara lain, demam selama 2 – 3 hari, disertai tidak ada nafsu makan, pilek dan gejala seperti flu pada umumnya. Selanjutnya akan muncul sariawan (pada lidah, gusi, pipi sebelah dalam) dan timbul ruam di tangan dan kaki.

Menurut Shah *et all* (2003) dalam Singapore Medical Journal, bahwa pada awal kemunculan HFMD di Singapura pada tahun 1972, penyakit ini menginfeksi 104 anak-anak dalam 3,5 bulan. Penyakit ini semakin meluas ke beberapa negara lain, bahkan dari tahun ke tahun terus mengalami peningkatan jumlah penderita.

Tabel 1. Penyebaran HFMD di Beberapa Negara
(Wikipedia, 2012 untuk HFMD dan Roy, 2012)

Tahun	Negara	Jumlah kasus HFMD
1997	Sarawak, Malaysia	2626 terinfeksi dan 31 meninggal
1998	Taiwan	405 terinfeksi, 78 meninggal
2006	Sarawak, Malaysia	14423 terinfeksi dan 13 meninggal
2008	Cina	25000 terinfeksi dan 42 meninggal
2008	Singapura	2600 terinfeksi
2009	Indonesia	Beberapa kasus teridentifikasi dan berakhir fatal (meninggal)
2010	Cina	115000 kasus dilaporkan,

		773 diantaranya mengalami komplikasi dan 50 meninggal
--	--	---

Tabel 2. Rasio Penyebaran HFMD di Beberapa Negara (WHO, 2012)

Negara	Jumlah Kasus HFMD		Rasio (2012/2011)
	2011	2012	
Cina	34709	99052	2,9
Jepang	7819	6707	0,9
Korea	170	200	1
Singapura	4800	16345	3.4
Vietnam	-	43196	

Berdasarkan Tabel 1 dan 2, tampak bahwa HFMD telah menjadi ancaman bagi penduduk dunia. Jika dilakukan penanganan yang tepat, anak-anak yang terserang penyakit ini bisa sembuh, tetapi dapat terinfeksi kembali dengan strain virus yang berbeda. Namun, jika terjadi komplikasi dapat menyebabkan radang selaput otak dan radang otot jantung yang mengarah pada kematian. Untuk itu, diperlukan analisa mengenai dinamika penyakit HFMD agar penyebarannya dapat dicegah atau diminimalisir.

Wang dan Sung (2007) telah menganalisa penyakit HFMD berdasarkan model SIR. Dalam penelitiannya belum dijelaskan

mengenai populasi individu yang sebenarnya telah terinfeksi penyakit tetapi belum menunjukkan gejala-gejala penyakit. Dalam paper ini, akan dianalisa mengenai penyebaran penyakit HFMD dari sudut pandang matematika sehingga setelah dilakukan identifikasi perilaku penyakit di sekitar titik ekuilibrium dapat diketahui kapan HFMD akan menghilang dan kapan akan mulai menyebar.

Analisa yang akan digunakan adalah model SEIRS. Dalam hal ini populasi individu yang sebenarnya telah terinfeksi penyakit tetapi belum menunjukkan gejala-gejala penyakit akan berada pada “kelas” tersendiri yaitu kelas E. Selanjutnya, penderita yang telah sembuh dapat kembali rentan terhadap HFMD.

B. Formulasi Model

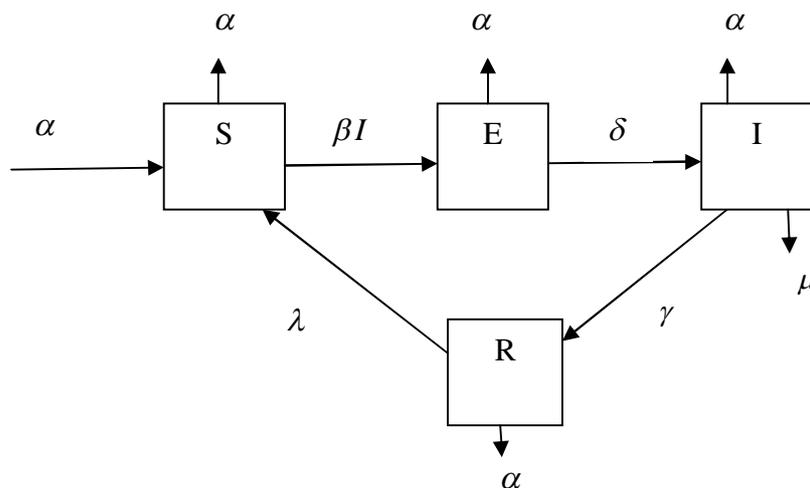
Pada Model SEIRS, populasi dibagi menjadi 4 kelas yaitu kelas *S* untuk menyatakan populasi yang rentan, kelas *E* menyatakan jumlah individu yang sebenarnya telah terinfeksi penyakit tetapi belum menunjukkan gejala-gejala penyakit (disebut juga dengan kelas laten), kelas *I* menyatakan populasi yang terinfeksi, dan kelas *R* menyatakan populasi yang telah sembuh dari penyakit.

Selanjutnya, dimisalkan $S(t)$ menyatakan jumlah individu dari kelas yang rentan pada saat t , $E(t)$ menyatakan jumlah individu yang sebenarnya telah terinfeksi penyakit tetapi belum menunjukkan gejala-gejala penyakit pada saat t (disebut juga dengan laten atau terpapar), $I(t)$ menyatakan jumlah individu dari kelas yang terinfeksi dan menular pada saat t , dan $R(t)$ menyatakan jumlah individu dari kelas yang sembuh pada saat t .

Pada model ini, laju kelahiran dan laju kematian alami dinotasikan dengan α . Sementara laju kematian karena HFMD dinotasikan dengan μ . Diasumsikan bahwa semua bayi yang lahir,

masuk ke dalam kelas S . Karena individu yang rentan setelah terjadi kontak dengan individu terinfeksi akan berada dalam masa inkubasi, sehingga akan masuk ke dalam kelas E . Selanjutnya jika individu tersebut telah menunjukkan gejala-gejala penyakit, artinya individu telah terinfeksi, maka masuk kelas I , dengan laju δ . Individu yang telah sembuh akan masuk ke dalam kelas R dengan laju γ . Oleh karena, individu yang pernah terkena penyakit HFMD bisa terkena lagi tetapi dengan strain yang berbeda, maka individu yang sudah masuk kelas R masuk kembali ke dalam kelas S dengan laju λ . Hal inilah mengapa model ini disebut dengan SEIRS.

Dari asumsi dapat digambarkan dalam diagram transfer sebagai berikut:



Gambar 1. Diagram transfer model SEIRS

Selanjutnya, berdasarkan diagram transfer tersebut diperoleh model SEIRS untuk HFMD sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = \alpha - \beta SI - \alpha S + \lambda R \quad (1.a)$$

$$\frac{dE}{dt} = \beta SI - \alpha E - \delta E \quad (1.b)$$

$$\frac{dI}{dt} = \delta E - \alpha I - \mu I - \gamma I \quad (1.c)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I - \lambda R - \alpha R \quad (1.d)$$

Lemma 1.

(i) Jika $I = 0$, maka Sistem (1) mempunyai titik ekuilibrium bebas penyakit, $P_0 = (1, 0, 0, 0)$.

(ii) Jika $I \neq 0$, maka Sistem (1) mempunyai titik ekuilibrium endemik,

$$P = (S^*, E^*, I^*, R^*), \quad \text{dengan} \quad S^* = \frac{(\alpha + \delta)(\alpha + \mu + \gamma)}{\beta \delta}, \quad E^* = \frac{(\alpha + \mu + \gamma)}{\delta} I^*,$$

$$I^* = \frac{\alpha \beta \delta - \alpha(\alpha + \delta)(\alpha + \mu + \gamma)}{\beta(\alpha + \delta)(\alpha + \mu + \gamma)(\lambda + \alpha) - \lambda \gamma \delta}, \quad R^* = \frac{\gamma}{(\lambda + \alpha)} I^*.$$

Bukti:

Sistem (1) akan mencapai titik ekuilibrium jika

$$\frac{dS}{dt} = 0, \frac{dE}{dt} = 0, \frac{dI}{dt} = 0, \frac{dR}{dt} = 0,$$

sehingga Sistem (1) dapat ditulis

$$\alpha - \beta SI - \alpha S + \lambda R = 0 \quad (2.a)$$

$$\beta SI - \alpha E - \delta E = 0 \quad (2.b)$$

$$\delta E - \alpha I - \mu I - \gamma I = 0 \quad (2.c)$$

$$\gamma I - \lambda R - \alpha R = 0 \quad (2.d)$$

Berdasarkan Persamaan (2.c) diperoleh

Populasi total dari Model (1) adalah $S + E + I + R = 1$.

C. Titik Ekuilibrium

Berdasarkan Sistem (1) dapat diperoleh dua jenis titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit dan endemik yang dapat dijelaskan dalam lemma berikut.

$$E = \frac{(\alpha + \mu + \gamma)}{\delta} I \quad (3)$$

Jika Persamaan (3) disubstitusikan ke Persamaan (2.b), maka diperoleh

$$\beta SI - (\alpha + \delta) \frac{(\alpha + \mu + \gamma)}{\delta} I = 0.$$

Akibatnya diperoleh

$$S = \frac{(\alpha + \delta)(\alpha + \mu + \gamma)}{\beta \delta} \text{ atau } I = 0.$$

(i) Jika $I = 0$ disubstitusikan ke Persamaan (3) dan (2.d), maka diperoleh $E = 0$ dan $R = 0$. Selanjutnya, jika disubstitusikan ke Persamaan (2.a), maka

diperoleh $S = 1$. Jadi, diperoleh titik ekuilibrium $P_0 = (1, 0, 0, 0)$, artinya populasi bebas penyakit HFMD.

(ii) Jika $I \neq 0$ (dinotasikan dengan I^*), maka dari Persamaan (3) diperoleh

$$E^* = \frac{(\alpha + \mu + \gamma)}{\delta} I^* \quad (4)$$

$$I^* = \frac{\alpha\beta\delta - \alpha(\alpha + \delta)(\alpha + \mu + \gamma)}{\beta} \frac{(\lambda + \alpha)}{(\alpha + \delta)(\alpha + \mu + \gamma)(\lambda + \alpha) - \lambda\gamma\delta} \quad (6)$$

Jadi, diperoleh titik ekuilibrium $P = (S^*, E^*, I^*, R^*)$ dengan

$$S^* = \frac{(\alpha + \delta)(\alpha + \mu + \gamma)}{\beta\delta} \text{ dan } E^*, I^*, R^*$$

berturut-turut seperti pada Persamaan (4),(6),(5).

Artinya penyakit HFMD masih ada dalam populasi. \square

D. Kestabilan Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit

Pada paper ini hanya akan dibahas mengenai kestabilan Sistem (1) di sekitar titik ekuilibrium bebas penyakit

Bukti:

Matriks Jacobian di sekitar titik ekuilibrium $P_0 = (1, 0, 0, 0)$ adalah

$$J_{P_0} = \begin{bmatrix} -\alpha & 0 & -\beta & \lambda \\ 0 & -(\alpha + \delta) & \beta & 0 \\ 0 & \delta & -(\alpha + \mu + \gamma) & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -(\lambda + \alpha) \end{bmatrix} \quad (7)$$

Persamaan karakteristik dari (7) yaitu $|J_{P_0} - kI| = 0$, dengan k adalah nilai eigen,

dan dari Persamaan (2.d) diperoleh

$$R^* = \frac{\gamma}{(\lambda + \alpha)} I^* \quad (5)$$

Jika $S = \frac{(\alpha + \delta)(\alpha + \mu + \gamma)}{\beta\delta}$ dan

berdasarkan Persamaan (5), maka dari Persamaan (2.a) diperoleh

HFMD, yang dijelaskan dalam lemma berikut.

Lemma 2.

(i) Jika $R_0 = \frac{\beta\delta}{(\alpha + \delta)(\mu + \gamma + \alpha)} < 1$,

maka titik ekuilibrium $P_0 = (1, 0, 0, 0)$ stabil asimtotik global.

(ii) Jika $R_0 = \frac{\beta\delta}{(\alpha + \delta)(\mu + \gamma + \alpha)} > 1$,

maka titik ekuilibrium $P_0 = (1, 0, 0, 0)$ tidak stabil.

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} -\alpha - k & 0 & -\beta & \lambda \\ 0 & -(\alpha + \delta) - k & \beta & 0 \\ 0 & \delta & -(\alpha + \mu + \gamma) - k & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -(\lambda + \alpha) - k \end{vmatrix} = 0 \\ \Leftrightarrow & (-\alpha - k) \begin{vmatrix} -(\alpha + \delta) - k & \beta & 0 \\ \delta & -(\alpha + \mu + \gamma) - k & 0 \\ 0 & \gamma & -(\lambda + \alpha) - k \end{vmatrix} = 0 \\ \Leftrightarrow & (-\alpha - k)(-(\lambda + \alpha) - k) \begin{vmatrix} -(\alpha + \delta) - k & \beta \\ \delta & -(\alpha + \mu + \gamma) - k \end{vmatrix} = 0 \\ \Leftrightarrow & (-\alpha - k)(-(\lambda + \alpha) - k) [(-(\alpha + \delta) - k)(-(\alpha + \mu + \gamma) - k) - \beta\delta] = 0 \\ \Leftrightarrow & (-\alpha - k)(-(\lambda + \alpha) - k) [k^2 + (\alpha + \delta + \alpha + \mu + \gamma)k + (\alpha + \delta)(\alpha + \mu + \gamma) - \beta\delta] = 0. \end{aligned} \tag{8}$$

Persamaan (8) dapat ditulis menjadi $(-\alpha - k)(-(\lambda + \alpha) - k)[k^2 + Ak + B] = 0$, dengan $A = (\alpha + \delta + \alpha + \mu + \gamma)$ dan $B = (\alpha + \delta)(\alpha + \mu + \gamma) - \beta\delta$.

Berdasarkan Persamaan (8) diperoleh nilai-nilai eigen $k_1 = -\alpha$ dan $k_2 = -(\lambda + \alpha)$, sedangkan nilai-nilai eigen yang lain merupakan akar-akar dari

$$k^2 + Ak + B = 0. \tag{9}$$

Selanjutnya didefinisikan

$$R_0 = \frac{\beta\delta}{(\alpha + \delta)(\mu + \gamma + \alpha)}.$$

(i) Perhatikan bahwa pada Persamaan (9) nilai $A = (\alpha + \delta + \alpha + \mu + \gamma) > 0$. Karena diketahui bahwa $R_0 < 1$, maka nilai

$$\begin{aligned} B &= (\alpha + \delta)(\alpha + \mu + \gamma) - \beta\delta \\ &= \left(1 - \frac{\beta\delta}{(\alpha + \delta)(\alpha + \mu + \gamma)}\right) (\alpha + \delta)(\alpha + \mu + \gamma) \\ &= (1 - R_0)(\alpha + \delta)(\alpha + \mu + \gamma) > 0 \end{aligned}$$

Di lain pihak, berdasarkan Kriteria Routh Hurwitz (Eminugroho, 2009), pembuat nol dari Persamaan (9) akan bernilai negative jika $A > 0$ dan $B > 0$. Hal ini berarti semua nilai eigen Persamaan (8) bernilai negatif akibatnya titik ekuilibrium $P_0 = (1, 0, 0, 0)$ stabil asimtotik lokal. Untuk meninjau kestabilan global, didefinisikan fungsi Liapunov $V : \mathbb{R}_+^4 \rightarrow \mathbb{R}$ dengan $\mathbb{R}_+^4 = \{(S, E, I, R) : S + E + I + R \leq 1\}$ dan $V(\mathbf{x}) = \delta E + (\delta + \alpha)I$.

$$(10)$$

Diperhatikan bahwa fungsi $V : \mathbb{R}_+^4 \rightarrow \mathbb{R}$ pada Persamaan (10) memenuhi:

- a. Fungsi V kontinu dan mempunyai turunan-turunan parsial yang kontinu pada \mathbb{R}_+^4 .
- b. Fungsi V definit positif.
- c. Jika kedua ruas dari Persamaan (10) diturunkan terhadap t , maka diperoleh

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{x}) &= \frac{\partial V}{\partial S} \frac{dS}{dt} + \frac{\partial V}{\partial E} \frac{dE}{dt} + \frac{\partial V}{\partial I} \frac{dI}{dt} + \frac{\partial V}{\partial R} \frac{dR}{dt} \\ &= \delta \left(\frac{dE}{dt} \right) + (\delta + \alpha) \frac{dI}{dt} \\ &= \delta(\beta SI - \alpha E - \delta E) + (\delta + \alpha)(\delta E - \alpha I - \mu I - \gamma I) \\ &= \delta \beta SI + (\delta + \alpha)(-\alpha I - \mu I - \gamma I) \\ &= (\delta \beta S - (\delta + \alpha)(\alpha + \mu + \gamma))I \\ &= \left(\frac{\delta \beta S}{(\delta + \alpha)(\alpha + \mu + \gamma)} - 1 \right) (\delta + \alpha)(\alpha + \mu + \gamma)I \end{aligned}$$

$$\leq \left(\frac{\delta \beta}{(\delta + \alpha)(\alpha + \mu + \gamma)} - 1 \right) (\delta + \alpha)(\alpha + \mu + \gamma)I,$$

karena $0 < S \leq 1$

$$= (R_0 - 1)(\delta + \alpha)(\alpha + \mu + \gamma)I$$

Karena diketahui $R_0 < 1$, maka

$$\dot{V}(\mathbf{x}) < 0 \text{ untuk setiap}$$

$\mathbf{x} = (S, E, I, R) \in \mathbb{R}_+^4$ dan \mathbf{x} bukan titik ekuilibrium, yaitu $\mathbf{x} \neq (1, 0, 0, 0)$.

- d. Untuk $\mathbf{x} = (1, 0, 0, 0)$, maka diperoleh $V(\mathbf{x}) = 0$.

Oleh karena a, b dan c terpenuhi, maka berdasarkan Teorema La Salle Liapunov (Hsu, 2005), terbukti bahwa titik ekuilibrium $P_0 = (1, 0, 0, 0)$ stabil asimtotik global.

(ii) Diperhatikan Persamaan (9).

Karena diketahui $R_0 > 1$, jelas bahwa persamaan kuadrat pada Persamaan (9) mempunyai diskriminan lebih besar dari nol. Jika k_3 dan k_4 merupakan akar-akar dari Persamaan (9), maka diperoleh

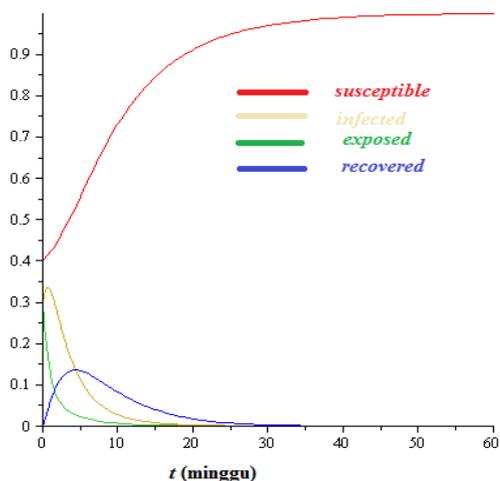
$$\begin{aligned} k_3 k_4 &= B = (\alpha + \delta)(\alpha + \mu + \gamma) - \beta \delta \\ &= \left(1 - \frac{\beta \delta}{(\alpha + \delta)(\alpha + \mu + \gamma)} \right) (\alpha + \delta)(\alpha + \mu + \gamma) \\ &= (1 - R_0)(\alpha + \delta)(\alpha + \mu + \gamma) \end{aligned}$$

Karena diketahui $R_0 > 1$, maka $k_3 k_4 < 0$, artinya akar-akar Persamaan (9) berbeda tanda (k_3 positif dan k_4 negative, atau sebaliknya). Jadi, jika $R_0 > 1$, maka Persamaan (8) mempunyai satu nilai eigen yang positif, sehingga titik ekuilibrium $P_0 = (1, 0, 0, 0)$ tidak stabil. \square

E. Simulasi Numerik

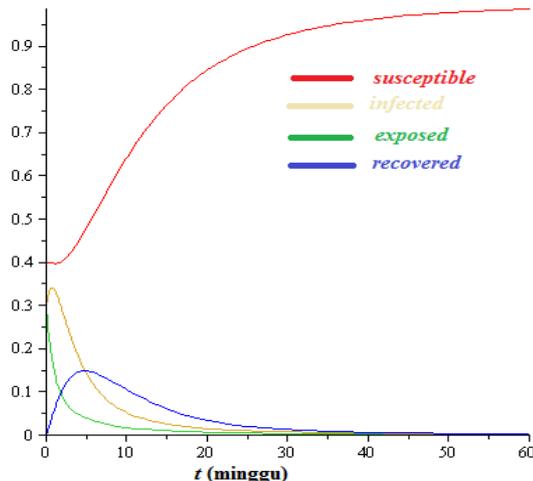
Sistem persamaan diferensial untuk HFMD (1) dapat diselesaikan secara numerik dengan MAPLE 13. Berikut akan diberikan simulasi untuk nilai R_0 meningkat. Nilai-nilai parameter diberikan sebagai berikut

$\alpha = 0.1; \lambda = 0.1; \delta = 0.98;$



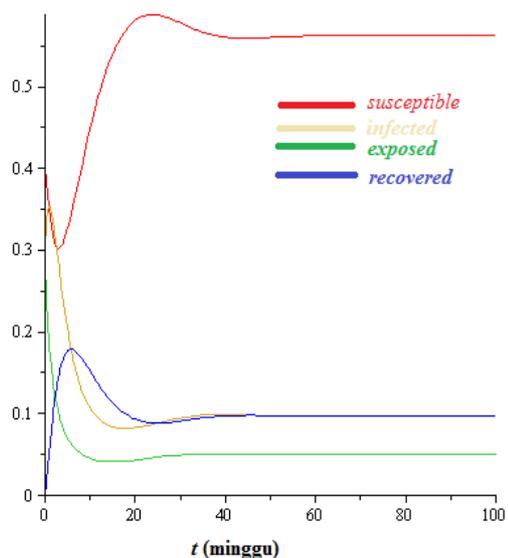
Gambar 2. Simulasi Sistem (1) dengan nilai $\beta = 0.3$

$\mu = 0.2; \gamma = 0.2$. Jadi diperoleh



Gambar 3. Simulasi Sistem (1) dengan nilai $\beta = 0.5$

Jika nilai-nilai parameter dengan $\beta = 0.3$ disubstitusikan pada Sistem (1), maka diperoleh $R_0 = 0.54$. Berdasarkan Gambar 2, tampak bahwa perilaku solusi akan menuju ke titik ekuilibrium P_0 sesaat setelah $t = 30$. Pada saat nilai $R_0 = 0.9$, dari Gambar 3 tampak bahwa solusi akan menuju P_0 sesaat setelah $t = 45$. Artinya, pada saat nilai R_0 semakin besar tetapi masih kurang dari satu, maka semakin lama HFMD akan menghilang dari populasi. Di lain pihak, ketika $R_0 > 1$, maka HFMD masih akan ada dalam populasi. Seperti tampak pada Gambar 4 berikut



Gambar 4. Simulasi Sistem (1) dengan nilai $\beta = 0.998$

F. Kesimpulan

Diberikan model matematika untuk penyebaran HFMD seperti pada Sistem (1) berdasarkan model SEIRS. Berdasarkan Sistem (1) diperoleh dua titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium

endemik. Menggunakan teorema La Salle Liapunov, telah ditunjukkan bahwa titik ekuilibrium bebas penyakit stabil asimtotik global. Artinya, suatu saat HFMD akan benar-benar hilang dari populasi.

Berdasarkan simulasi yang telah dilakukan, HFMD tidak akan ada lagi dalam populasi atau masih ada, tergantung dari nilai laju kontak. Jika laju kontak individu yang rentan menjadi terpapar dan individu terpapar menjadi terinfeksi kurang dari laju kematian alami, laju kematian karena HFMD, laju kesembuhan dan laju transmisi sehingga individu yang telah sembuh kembali rentan HFMD, maka pada waktu tertentu HFMD akan menghilang dari populasi. Jika sebaliknya, maka HFMD tetap akan ada dalam populasi.

G. Daftar Pustaka

Hsu, Sze-Bi. (2005). A Survey of Constructing Lyapunov Functions for Mathematical Models in Population Biology. *Taiwanese Journal of Mathematics*. Vol. 9 No. 2 pp. 151-173

Eminugroho, (2009), *Modeling the Eradication of Aedes Aegypti with Sterile Insect Technique*, Proceedings of IICMA, Gadjah Mada University, Yogyakarta, pp 301-312.

Eminugroho R, (2009), Analisa Kestabilan Model SIRC Untuk Influenza Tipe A, *Jurnal Matematika Univer-*

sitas Diponegoro. Vol. 12 No. 3: 122-127.

Roy, N., Halder, N., (2010). Compartmental Modeling of Hand, Foot and Mouth Infectious Disease (HFMD). *Research Journal of Applied Sciences*. Vol. 5 No. 3: 177-182.

Roy, N., (2012). Mathematical Modeling of Hand-Foot-Mouth Disease: Quarantine as a Control Measure. *IJASETR Research Paper ISSN: 1839-7239*. Vol. 1 Issue 2 Article 4.

Shah, V.A., C.Y. Chong, K.P. Chan, W. Ng., A.E.Ling. (2003). Clinical Characteristics of an Outbreak of Hand, Foot, and Mouth Disease in Singapore. *Singapore Medical Journal*. Vol. 32 No. 3: 381-387.

Wang, Y.C. and F.C. Sung. (2007). *Modeling the Infections for Enteroviruses in Taiwan*. Taiwan: Institute of Environmental Health, National Taiwan University College of Public Health.

Centers for Disease Control and Prevention (CDC). About HFMD <http://www.cdc.gov/hand-foot-mouth/about/index.html> diakses tanggal 22 Mei 2012

Wikipedia. *HFMD*

http://en.wikipedia.org/wiki/Hand,_foot_and_mouth_disease diakses tanggal 22 Mei 2012.

WHO, (2012), *Hand, Foot and Mouth Disease Update*, http://www.wpro.who.int/entity/emerging_diseases/HFMD/en/index.html diakses tanggal 22 Mei 2012