

SINGULARITAS EFEK TEPI DARI DISKONTINUITAS SALURAN PADA RESONATOR SILINDER TIPE-H

SINGULARITY OF EDGE EFFECTS OF DUCT DISCONTINUITY IN H-TYPE CYLINDER RESONATORS

R. Yosi Aprian Sari^{1,*}, Agung Bambang Setio Utomo², Mitraryana², Danang Lelono², Supardi¹

¹Jurusan Pendidikan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Yogyakarta, Yogyakarta 55281, Indonesia

²Departemen Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta 55281, Indonesia

*email korespondensi: ryosia@uny.ac.id

Abstrak

Diskontinuitas saluran pada resonator silinder tipe-H sangat mempengaruhi perambatan gelombang akustik di dalamnya yang menimbulkan singularitas di ujung luas penampang resonator yang lebih kecil. Singularitas efek tepi ini memunculkan pola osilasi sehingga dapat mengurangi nilai koefisien transmisi akustik. Tujuan dari penelitian ini adalah menentukan desain optimal resonator dan frekuensi resonansinya dengan mempertimbangkan pengaruh diskontinuitas saluran. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah simulasi lewat metode matriks transmisi (MMT) dan optimasi menggunakan algoritma genetika (AG). Adapun hasil yang diperoleh dalam penelitian ini adalah panjang *buffer* (l_{buf}) = 48,8 mm, panjang resonator (l_{res}) = 102,5 mm, jari-jari *buffer* (r_{buf}) = 9,2 mm, dan jari-jari resonator (r_{res}) = 2,9 mm, serta nilai frekuensi resonansi $f = 1610,6$ Hz.

Kata kunci: singularitas efek tepi, resonator silinder tipe-H, diskontinuitas, optimasi

Abstract

The duct discontinuity in the H-type cylindrical resonator greatly affects the propagation of acoustic waves in it which causes a singularity at the end of the smaller cross-sectional area of the resonator. This edge effect singularity causes an oscillation pattern so that it can reduce the acoustic transmission coefficient. The purpose of this research is to determine the optimal resonator design and its resonant frequency by considering the effect of duct discontinuity. The method used in this research is a simulation using the transmission matrix method (TMM) and optimization using genetic algorithm (GA). The results obtained in this study are the length of the buffer (l_{buf}) = 48.8 mm, the length of the resonator (l_{res}) = 102.5 mm, the radius of the buffer (r_{buf}) = 9.2 mm, and the radius of the resonator (r_{res}) = 2.9 mm, and the resonant frequency value is $f = 1610.6$ Hz.

Keywords: edge effect singularity, H-type cylindrical resonator, discontinuity, optimization

Pendahuluan

Optimasi geometri resonator sangat penting untuk memaksimalkan sinyal fotoakustik (FA) yang pada umumnya lemah, karena belum ada bentuk geometri resonator yang baku yang menghasilkan penguatan sinyal akustik tertinggi. Secara eksperimental, menguji sejumlah besar bentuk akan sangat memakan waktu dan mahal. Oleh karena itu, metode simulasi numerik lebih direkomendasikan [1-3].

Resonator silinder tipe-H merupakan salah satu bentuk resonator untuk mendapatkan frekuensi resonansi optimum. Bentuk resonator ini terdiri dari bagian tengah yang merupakan resonator dan diapit pada kedua ujungnya dengan *buffer* (penyangga). Sinyal frekuensi maksimum berarah pada sumbu longitudinal pada bagian resonator.

Ukuran *buffer* dan resonator tidak sama, $r_{buf} > r_{res}$ dan $l_{buf} < l_{res}$. Adapun fungsi dari *buffer* sebagai peredam gangguan akustik yang muncul antara lain berupa kebisingan latar. Dengan demikian, ukuran dan desain resonator silinder tipe-H ini sangat penting dilakukan karena dilihat dari fungsi *buffer* dan resonator, maka perlu dilakukan optimasi panjang dan jari-jari dari *buffer* dan resonator untuk mendapatkan frekuensi resonansi yang optimum [4], [5].

Permasalahan utama yang ada pada penelitian ini adalah perubahan luas penampang saluran secara mendadak (dari *buffer* ke resonator, dan dari resonator ke *buffer*) yang berakibat adanya perubahan tekanan dan kecepatan volume akustik yang merambat di dalamnya. Perubahan luas penampang secara mendadak ini dikenal sebagai diskontinuitas saluran.

Pemodelan atau simulasi merupakan salah satu cara untuk mendapatkan prediksi sesuatu yang diinginkan. Pengembangan pemodelan dalam masalah ini berkaitan dengan perambatan akustik dalam tiga tabung silinder yang tergendeng pada satu sumbu sedemikian hingga membentuk suatu sistem yang disebut resonator yang dikenal sebagai resonator tipe-H. Metode pemodelan yang digunakan dalam perambatan akustik ini adalah Metode Matriks Transmisi (TMM = *Transmission Matrix Method*) yang didasarkan pada prinsip perilaku akustik gelombang bidang. Adapun algoritma genetika (AG) digunakan untuk mendapatkan nilai optimum dari ukuran *buffer* dan resonator dengan mempertimbangkan adanya diskontinuitas saluran.

Setidaknya terdapat tiga kriteria utama yang dipertimbangan dalam menggunakan metode ini. Pertama, terjadinya pengurangan kebisingan (*noise reduction*, NR), kehilangan sisipan (*insertion loss*, IL), dan kehilangan transmisi (*transmission loss*, TL). Dalam permasalahan ini digunakan TL karena memperhitungkan pengaruh perubahan tampang lintang sewaktu perambatan terjadi. Dan juga, TL ini tidak bergantung pada sumber suara. Secara umum, sebagian besar perhitungan tentang suara adalah hubungan antara intensitas (dB) dan frekuensi bunyi (Hz). Suara dapat dipengaruhi oleh beberapa pengaruh eksternal seperti tekanan, suhu, dan kerapatan medium [6].

Metode Penelitian

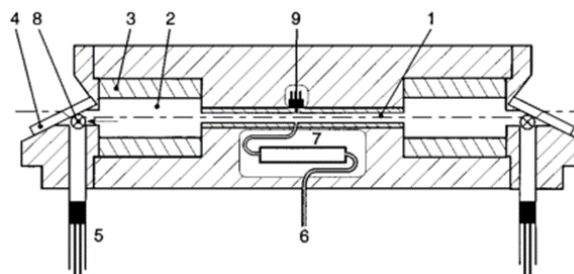
Analisis perambatan akustik dilakukan pada resonator tipe-H yang merupakan perluasan resonator silinder tunggal di mana pada bagian tengah disebut resonator dan di kedua sisinya diapit oleh silinder yang disebut *buffer* dengan jari-jari *a* dan *c* lebih besar daripada resonator yang berjari-jari *b*. Resonator silinder tipe-H dihubungkan pada diskontinuitas dua saluran koaksial (sesumbu) di $z = 0$ dan di $z = l_B$, dan masing-masing silinder panjangnya adalah l_A , l_B , dan l_C (lihat Gambar 1 dan 2). Sistem koordinat silindris digunakan dengan sumbu *z* bertepatan dengan sumbu saluran dan asal di bidang diskontinuitas.

Suara yang dirambatkan dalam fluida di dalam resonator akan menghasilkan bentuk gelombang konveksi. Persamaan gelombang konveksi dalam arah *z* adalah [8], [9].

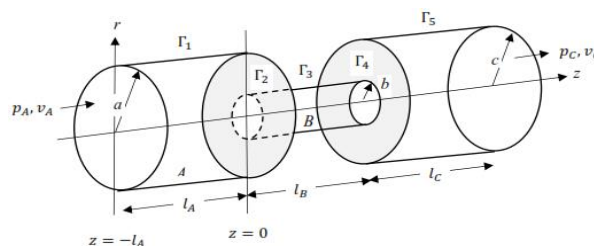
$$\nabla^2 p(\vec{r}, \omega) + k_0^2 p(\vec{r}, \omega) = 0$$

$$\partial p / \partial n = 0 \quad \text{di} \quad \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3 \cup \Gamma_4 \cup \Gamma_5 \quad (1)$$

dengan $k_0 = \omega_0 / c_s$ adalah bilangan gelombang, ω_0 adalah frekuensi sudut, dan c_s adalah kelajuan suara.



Gambar 1. Bentuk resonator Tipe-H. 1. Sel Resonansi Fotoakustik; 2. Volume Buffer; 3. Cincin Buffer untuk mengubah ukuran buffer; 4. Jendela Brewster ZnSe; 5. Kolom Udara; 6. Aliran Fluida Masuk; 7. $\lambda/4$ notch filter; 8. Aliran Gas Keluar; 9. Mikrofon [7]



Gambar 2. Sistem resonator silinder tipe-H

Dengan metode pemisahan variabel dan syarat batas tertentu, diperoleh penyelesaian umum $p(r, \varphi, z)$ untuk masing-masing silinder yang berkaitan dengan ragam longitudinal, azimuth dan radial [*kmn*],

$$p(r, \varphi, z) = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n^+ e^{k_{nm}^+ z} + A_n^- e^{k_{nm}^- z}] \times e^{-im\varphi} J_m \left(\frac{\pi \alpha_{mn}}{a} r \right) \quad (2)$$

dengan J_m adalah fungsi Bessel bentuk pertama, dan α_{mn} adalah akar ke-*n* dari persamaan yang mengandung fungsi Bessel orde ke-*m*.

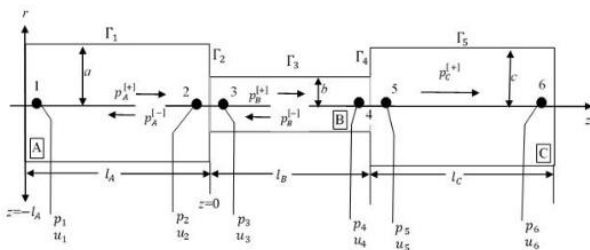
Saluran *buffer* dan resonator tergendeng satu dengan lainnya sehingga dengan demikian bentuk ragam normal azimuth haruslah ortogonal dan sesumbu serta membentuk sistem resonator tipe-H, yaitu $m = 0$. Nilai ragam radial diambil nilai terkecil, yaitu $n = 0$, sehingga tekanan dan kecepatan akustik dapat ditulis sebagai berikut [10].

$$p(r, z) = \begin{cases} \sum_{n'=0}^{\infty} [A_{n'}^+ e^{ik_{zA}(z+l_A)} + A_{n'}^- e^{-ik_{zA}(z+l_A)}] J_0\left(\frac{\pi\alpha_{0n'}}{a} r\right), & \begin{cases} -l_A \leq z \leq 0 \\ 0 \leq r \leq a \end{cases} \\ \sum_{n=0}^{\infty} [B_n^+ e^{ik_{zB}z} + B_n^- e^{-ik_{zB}z}] J_0\left(\frac{\pi\alpha_{0n}}{b} r\right), & \begin{cases} 0 \leq z \leq l_B \\ 0 \leq r \leq b \end{cases} \\ \sum_{n''=0}^{\infty} [C_{n''}^+ e^{ik_{zC}(z-l_B)} + C_{n''}^- e^{-ik_{zC}(z-l_B)}] J_0\left(\frac{\pi\alpha_{0n''}}{c} r\right), & \begin{cases} l_B \leq z \leq l_B + l_C \\ 0 \leq r \leq c \end{cases} \end{cases} \quad (3)$$

dan kecepatan volume

$$Q = -\frac{S}{i\omega_0\rho_0} \frac{dp}{dz} \quad (4)$$

dengan S , dan ρ_0 masing-masing adalah luas penampang silinder dan kerapatan fluida.



Gambar 3. Analisa penyelesaian resonator tipe-H

Adapun penyelesaian berkaitan sistem resonator tipe-H dilakukan bertahap (Gambar 3), yaitu dimulai ujung sebelah kiri *buffer* pada $z = -l_A$, yaitu titik (1) kemudian ditransmisikan ke titik (2) dan (3) serta titik (4) dan (5) masing-masing adalah titik-titik di perbatasan diskontinuitas saluran *buffer* A dan resonator B di $z = 0$ serta resonator B dan saluran *buffer* C di $z = l_B$. Kemudian titik (6) adalah titik di ujung sebelah kanan saluran *buffer* C [6], [11].

Analisis Perambatan Akustik dalam Silinder

Metode matriks transmisi adalah metode yang mendasari prinsip perilaku akustik yang merambat dalam tabung silinder seragam dengan panjang dan luas penampang. Di dalam silinder terdapat fluida mengalir secara seragam dengan kerapatan ρ_0 dan kelajuan suara c_0 . Perambatan akustik terjadi dalam saluran yang luas penampangnya, maka digunakan besaran lain yaitu kecepatan volume, yang didefinisikan sebagai Q (persamaan 5) dan mengambil ragam normal radial terendah, $n = 0$ pada bagian resonator,

$$p_B(z) = B_0^+ e^{ik_{zB}z} + B_0^- e^{-ik_{zB}z},$$

$$Q_B(z) = -\frac{1}{Z_{0B}} [B_0^+ e^{ik_{zB}z} - B_0^- e^{-ik_{zB}z}], \quad (5)$$

dengan $Z_{0B} = \frac{\omega_0\rho_0}{S_B k_{zB}}$ dan tanda superskrip (+) dan (-) menunjukkan arah perambatan ke kanan dan ke kiri.

Perambatan akustik silinder dari titik (3) ke titik (4) dalam saluran B,

$$\begin{pmatrix} p_B(0) \\ Q_B(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_B(l_B) \\ Q_B(l_B) \end{pmatrix} \quad (6)$$

dengan

$$\begin{aligned} B_{11} &= [\cos(k_{zB}l_B)]; \\ B_{12} &= \left[i \left(\frac{\rho_0 c_0}{S_B} \right) \sin(k_{zB}l_B) \right]; \\ B_{21} &= \left[i \left(\frac{S_B}{\rho_0 c_0} \right) \sin(k_{zB}l_B) \right]; \\ B_{22} &= [\cos(k_{zB}l_B)]. \end{aligned} \quad (7)$$

Dengan cara yang sama, dari analisa perambatan akustik dapat ditulis dalam bentuk matriks transmisi titik (1) ke titik (2) pada saluran A dan dari titik (5) ke titik (6) pada saluran C,

$$\begin{pmatrix} p_A(-l_A) \\ Q_A(-l_A) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_A(0^-) \\ Q_A(0^-) \end{pmatrix}$$

dengan

$$\begin{aligned} A_{11} &= [\cos(k_{zA}l_A)]; \\ A_{12} &= \left[i \left(\frac{\rho_0 c_0}{S_A} \right) \sin(k_{zA}l_A) \right]; \\ A_{21} &= \left[i \left(\frac{S_A}{\rho_0 c_0} \right) \sin(k_{zA}l_A) \right]; \\ A_{22} &= [\cos(k_{zA}l_A)], \end{aligned}$$

dan pada silinder C

$$\begin{pmatrix} p_C(l_B^+) \\ p_C(l_B^-) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_C(l_B + l_C) \\ p_C(l_B + l_C) \end{pmatrix}$$

dengan

$$\begin{aligned} C_{11} &= [\cos(k_{zC}l_C)]; \\ C_{12} &= \left[i \left(\frac{\rho_0 c_0}{S_C} \right) \sin(k_{zC}l_C) \right]; \\ C_{21} &= \left[i \left(\frac{S_C}{\rho_0 c_0} \right) \sin(k_{zC}l_C) \right]; \\ C_{22} &= [\cos(k_{zC}l_C)]. \end{aligned}$$

Analisis Perambatan di Diskontinuitas Saluran

Pada diskontinuitas saluran, Wendoloski dalam Homentcovschi dan Bercia [12] mencoba menghitung medan tekanan dan kecepatan perambatannya, dan menemukan bahwa konvergensi sangat lambat, membutuhkan sejumlah besar koefisien untuk mengurangi riak dalam penyelesaian numerik. Amir juga dalam Homentcovschi dan Bercia [12] memperkenalkan fungsi baru yang berisi singularitas yang diharapkan dari kecepatan di dekat titik sudut, yang disebut "fungsi tepi." Penggunaan fungsi tepi juga sebagai fungsi uji pada batas antara gelombang dan ruang bebas (bukaan) menghasilkan penyelesaian dengan konvergensi yang lebih baik. Penggunaan fungsi tepi hanya memenuhi dua masalah: (a) sistem fungsi ini harus terdiri dari fungsi basis lengkap, dan (b) konstruksi fungsi tepi memerlukan sejumlah besar pemrograman numerik, yang melibatkan integral tak hingga, integral dengan integral tunggal dan osilasi, dan perhitungan fungsi khusus.

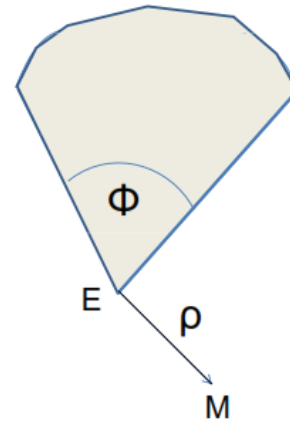
Jelas bahwa konvergensi yang lambat dalam memperoleh medan kecepatan di *aperture* (bukaan) disebabkan oleh adanya tepi tajam di sudut pandu gelombang yang merupakan titik tunggal untuk kecepatan aksial. Jadi, dalam kasus diskontinuitas saluran (perubahan mendadak dari penampang), kecepatan aksial memiliki singularitas di semua titik tepi. Untuk jenis masalah ini, untuk mendapatkan penyelesaian yang unik, dan harus mempertimbangkan "kondisi tepi" yang dirumuskan oleh Mittra dan Lee [13] yang mensyaratkan bahwa energi dari total bidang di sekitar tepi tanggul harus terbatas, kondisi ini membutuhkan variabel fisik yang dalam kasus ini adalah kecepatan v , dalam bentuk

$$v(r) = \mathcal{O}(r^{-1+\tau}), \quad \tau > 0 \quad (8)$$

dengan r menunjukkan jarak titik arus M ke tepi E (lihat Gambar 4). Dengan mengasumsikan domain sebagai bagian luar irisan Φ sudut internal Collin ditunjukkan bahwa koefisien τ memiliki nilai [14], [15].

$$\tau = \frac{\pi}{2\pi - \Phi}. \quad (9)$$

Dengan mengambil nilai $\Phi = \pi/2$ untuk diskontinuitas saluran, memberikan nilai $\tau = 2/3$. Pada permasalahan ini, kecepatan pada titik tepi adalah $v(r) = \mathcal{O}(r^{-1/3})$.



Gambar 4. Titik arus terhadap titik tepi tanggul [14]

Penggunaan model singularitas pada masalah ini dipertimbangkan karena melibatkan ekspansi maupun kontraksi pada saluran. Polinomial Jacobi berbobot [12],[16],[17] juga digunakan untuk menganalisa efek tepi pada sambungan saluran. Selain itu, prosedur Galerkin [18–20] dikombinasikan dengan perkiraan penyelesaian dalam polinomial tertentu digunakan oleh Evans dan Fernyhough [21], Kanoria [22], dan McIver dkk. [23] untuk memodelkan masalah serupa dalam perambatan gelombang. Selanjutnya Kirby dan Lawrie [24], Filippi dkk. [25] dan Solokhin [26] mengembangkan metode analitik untuk kesinambungan tekanan dan kecepatan aksial untuk peredam suara besar berdasarkan pendekatan titik lokasi. Selanjutnya Homentcovschi dan Miles [14], [15] menerapkan metode ekspansi untuk menganalisis diskontinuitas saluran yang simetris sumbu.

Analisis oleh Evans dan Fernyhough [21], Homentcovschi dan Miles [14], Kanoria [22], menunjukkan bahwa perambatan akustik dalam suatu saluran yang dihalangi suatu celah yang berjari-jari b dapat dianalogikan dengan perambatan fluida yang dihalangi tanggul dengan ketinggian b , yang akan memunculkan efek osilasi dan singularitas, yaitu kecepatan aksial di sekitar titik $r = b$,

$$\tilde{v}(r, 0) = K \left[1 - \left(\frac{r}{b} \right)^2 \right]^{-1/3}; \quad 0 \leq r < b, \quad (10)$$

dengan K adalah konstanta.

Seperti halnya untuk perambatan tekanan akustik pada diskontinuitas saluran, perambatan kecepatan volume juga dapat diturunkan

$$Q_{n'}^{(2)}(r, 0^-) = Q_n^{(3)}(r, 0^+); \quad n' = n = 0. \quad (11)$$

Berdasarkan ortogonalitas ragam-ragam yang digunakan kemudian mengintegrasikan profil ragam ψ_n dengan kecepatan volume dengan orde ragam ke- n , diperoleh

$$\int_S \psi_n Q_A dS = \int_S \psi_n \sum_{n'=0}^{\infty} Q_{n'} \psi_{n'} dS = Q_n S. \quad (12)$$

Bentuk $Q_{n'}^{(2)}$ dan $Q_n^{(3)}$ yang menunjukkan ragam longitudinal masing-masing pada silinder A dan B, $\psi_{n'}^{(2)}(r)$ dan $\psi_n^{(3)}(r)$ berkorespondensi dengan ragam radial masing-masing pada silinder A dan B, $\psi_{n'}^{(\mu)(2)}(r/a)$ dan $\psi_n^{(\mu)(3)}(r/b)$. Parameter μ memberikan bentuk singularitas kecepatan pada tanggul, dan $\psi_n^{(\mu)(3)}(r/b)$ adalah polinomial tertentu yang dibangun melalui polinomial Jacobi.

Bentuk $Q_{n'}^{(2)}$ dan $Q_n^{(3)}$ yang menunjukkan ragam longitudinal masing-masing pada silinder A dan B, $\psi_{n'}^{(2)}(r)$ dan $\psi_n^{(3)}(r)$ berkorespondensi dengan ragam radial masing-masing pada silinder A dan B, $\psi_{n'}^{(\mu)(2)}(r/a)$ dan $\psi_n^{(\mu)(3)}(r/b)$. Parameter μ memberikan bentuk singularitas kecepatan pada tanggul, dan $\psi_n^{(\mu)(3)}(r/b)$ adalah polinomial tertentu yang dibangun melalui polinomial Jacobi.

Polinomial Jacobi, $P_n^{(\alpha,\beta)}(z)$ adalah orthogonal untuk $z \in [-1,1]$ dengan fungsi bobot $w(z) = (1-z)^\alpha(1+z)^\beta$. Dengan mengubah variabel $z = 1 - 2x$ menghasilkan polinomial $P_n^{(\alpha,\beta)}(1 - 2x)$ yang orthogonal meliputi interval $[0,1]$ dengan fungsi bobot $w_1(x) = x^\alpha(1-x)^\beta$. Akhirnya, dengan mengubah variabel $x = \rho^2$ dihasilkan polinomial $P_n^{(\alpha,\beta)}(1 - 2\rho^2)$ yang orthogonal pada $\rho \in [0,1]$ dengan fungsi bobot $w_2(\rho) = \rho^{2\alpha+1}(1-\rho^2)^\beta$. Dengan mengisikan $\alpha = 0$ dan $\beta = \mu - 1$, diperoleh

$$\psi_n^{(\mu)}(\rho^2) = P_n^{(\mu-1)}(1 - 2\rho^2); \quad 0 \leq \rho < 1 \quad (13)$$

Polinomial $\psi_n^{(\mu)}(\rho^2)$ merupakan sistem yang lengkap dari fungsi orthogonal yang meliputi interval $(0,1)$ dengan bobot $\rho(1-\rho^2)^{\mu-1}$. Nilai parameter μ diambil 2/3 untuk diskontinuitas saluran. Perhitungan selanjutnya menghasilkan

$$\int_0^1 \rho(1-\rho^2)^{\mu-1} \psi_{n'}^{(\mu)}(\rho^2) \psi_n^{(\mu)}(\rho^2) d\rho = \frac{1}{2(\mu+2n)} \delta_{n'n} \quad (14)$$

melalui rumus

$$P_n^{(\alpha,\beta)}(1 - 2x) = \frac{\Gamma(\alpha+n+1)}{\Gamma(\alpha+1)\Gamma(n+1)} F(-n, \alpha + \beta + 1 + n; \alpha + 1; x) \quad (15)$$

yang diberikan dalam [16], [17], [27] dengan polinomial Jacobi yang argumennya termodifikasi, yang dapat dikaitkan dengan fungsi hipergeometrik Gauss $F(a, b; c; x)$, sehingga

$$P_n^{\mu-1}(1 - 2\rho^2) = F(-n, \mu + n; 1; \rho^2) \quad (16)$$

Dengan meletakkan ortogonalitas fungsi radial, maka diperoleh hubungan ortogonal untuk fungsi basis

$$\begin{aligned} Q_{n'}(0^-) &= \frac{1}{S_A} \int_A \psi_{n'}^{(2)} Q(0^-) dS = \frac{1}{S_A} \int_{S_A} w \psi_{n'}^{(2)} Q_n(0^+) dS \\ &= \frac{1}{S_A} \int_{S_A} \psi_{n'}^{(2)} \sum_{n=0}^{\infty} w \psi_n^{(3)} Q_n(0^+) dS \end{aligned} \quad (17)$$

yang dapat dipersingkat penulisannya menjadi

$$Q_{n'}(0^-) = \sum_{n=0}^{\infty} V_{n'n}(0^\pm) Q_n(0^+), \quad (18)$$

dengan

$$V_{n'n}(0^\pm) = \left(\frac{b}{a}\right)^2 \frac{\delta_{n'n}}{(2n+\mu)} \quad (19)$$

Notasi matriks kolom $Q_n(0^+)$ merupakan vektor kolom yang berisikan seperti yang diberikan $Q_{n'}(0^-)$ dan

$$Q(0^-) = V_{n'n}(0^\pm) Q(0^+); \quad S_A > S_B \quad (20)$$

dengan $V_{n'n}(0^\pm)$ adalah matriks elemen $V_{n'n}$.

Untuk diskontinuitas ekspansi di $z = l_B$, dapat dilakukan dengan cara yang sama

$$Q(l_B^-) = V_{n'n'}(l_B^\pm) Q(l_B^+); \quad S_C > S_B \quad (21)$$

dengan

$$V_{n'n'}(l_B^\pm) = \left(\frac{c}{b}\right)^2 \frac{\delta_{n'n'}}{(2n+\mu)} \quad (22)$$

Di sini $V_{n'n}(0^\pm)$ dan $V_{n'n'}(l_B^\pm)$ menunjukkan pola konvergensi yang terbentuk akibat optimasi luas penampang *buffer* dan resonator. Seperti telah dijelaskan di atas, singularitas efek tepi hanya dipengaruhi pada kecepatan aksial, dan tekanan akustiknya tetap,

$$p_A(0^-) = p_B(0^+), \quad (23)$$

$$p_B(l_B^-) = p_C(l_B^+) \quad (24)$$

Sehingga diskontinuitas saluran dapat ditulis dalam bentuk matriks, di $z = 0$

$$\begin{pmatrix} p_A(0^-) \\ Q_A(0^-) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & V(0^\pm) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_B(0^+) \\ Q_B(0^+) \end{pmatrix} \quad (25)$$

dan di $z = l_B$

$$\begin{pmatrix} p_B(l_B^-) \\ Q_B(l_B^-) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & V(l_B^\pm) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_C(l_B^+) \\ Q_C(l_B^+) \end{pmatrix} \quad (26)$$

Impedansi Pada Resonator Silinder

Impedansi adalah konsep yang sangat penting dalam akustik. Pada permukaan nyata atau benda padat, impedansi ditentukan oleh hubungan antara tekanan akustik $p(z, \omega)$ dan komponen normal kecepatan volume partikel, $Q(z, \omega)$. Hubungan ini tergantung pada frekuensi, ω . Impedansi dapat digunakan sebagai kondisi batas pada permukaan suatu benda, dan dimungkinkan untuk menyelesaikan masalah gelombang di luar benda tanpa secara eksplisit membahas bagian dalamnya [28–32] dan diberikan oleh

$$Z(z, \omega) = \frac{p(z, \omega)}{Q(z, \omega)} \quad (27)$$

Impedansi pada silinder A dengan syarat batas $z = -l_A$ and $z = 0^-$ diperoleh

$$Z_A(0^-) = Z_{0A} \frac{[iZ_{0A} \tan(k_{zA}l_A) - Z_A(-l_A)]}{[iZ_A(-l_A) \tan(k_{zA}l_A) - Z_{0A}]}$$

Jika silinder A tertutup di $z = -l_A$ maka $Z_A(-l_A) \rightarrow \infty$, sehingga diperoleh

$$Z_A(0^-) = \frac{iZ_{0A}}{\tan(k_{zA}l_A)} \quad (28)$$

Dengan cara yang sama untuk silinder B yang syarat batasnya $z = 0^+$ and $z = l_B^-$, diperoleh

$$Z_B(0^+) = Z_{0B} \frac{[Z_B(l_B^-) + iZ_{0B} \tan(k_{zB}l_B)]}{[Z_{0B} + iZ_B(l_B^-) \tan(k_{zB}l_B)]} \quad (29)$$

Begitu juga untuk silinder C dengan syarat batas pada $z = l_B^+$ dan $z = l_B + l_C$, serta ujung kanan silinder tertutup, $Z_C(l_B + l_C) \rightarrow \infty$, maka

$$Z_C(l_B^+) = \frac{Z_{0C}}{i \tan(k_{zC}l_C)} \quad (30)$$

Permasalahan selanjutnya adalah ketiga silinder ini terhubung secara paralel dengan panjang dan luas penampang silinder berbeda, maka impedansi dan frekuensi resonansi sangat bergantung pada parameter-parameter tiap silindernya. Masalah geometri suatu resonator merupakan permasalahan yang sangat penting khususnya yang berkaitan dengan perubahan luas penampang secara mendadak baik dari luas penampang kecil ke besar (kontraksi) atau sebaliknya (ekspansi).

Diskontinuitas Kontraksi

Bila diasumsikan kecepatan volume di diskontinuitas kontraksi tidak sama (lihat persamaan 20), maka impedansi di diskontinuitas kontraksi ini adalah

$$\frac{1}{S_A} \frac{p_A(0^-)}{Q_A(0^-)} = \frac{1}{V(0^\pm)S_B} \frac{p_B(0^+)}{Q_B(0^+)} \quad (31)$$

Impedansi pada diskontinuitas kontraksi diperoleh dengan mensubstitusikan persamaan (28), (29) dan ke persamaan (31)

$$Z_B(l_B^-) = iZ_{0B} \frac{[V(0^\pm)S_B^2k_{zB} - S_A^2k_{zA} \tan(k_{zA}l_A) \tan(k_{zB}l_B)]}{[V(0^\pm)S_B^2k_{zB} \tan(k_{zB}l_B) + S_A^2k_{zA} \tan(k_{zA}l_A)]}$$

yang merupakan konsekuensi langsung dari persamaan kontinuitas. Ini membuktikan juga bahwa luas penampang dari suatu saluran yang berubah secara mendadak juga mengubah impedansinya. Pada diskontinuitas kontraksi ini,

$$Z_B(l_B^-) = iZ_{0B} \frac{[V(0^\pm)S_B^2k_{zB} - S_A^2k_{zA} \tan(k_{zA}l_A) \tan(k_{zB}l_B)]}{[S_A^2k_{zA} \tan(k_{zA}l_A)]} \quad (32)$$

Diskontinuitas Ekspansi

Sama halnya dengan diskontinuitas ekspansi, impedansi pada diskontinuitas kontraksi juga diperoleh

$$\frac{1}{S_B} \frac{p_B(l_B^-)}{Q_B(l_B^-)} = \frac{1}{V(l_B^\pm)S_C} \frac{p_C(l_B^+)}{Q_C(l_B^+)} \quad (33)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (28), dan (29) ke persamaan (33) dengan mempertimbangkan kecepatan volume di diskontinuitas saluran seperti pada persamaan (21), maka diperoleh

$$\begin{aligned} & V(0^\pm)V(l_B^\pm)S_B^2S_C^2k_{zC}k_{zB} \tan(k_{zC}l_C) - \\ & V(l_B^\pm)S_A^2S_C^2k_{zC}k_{zA} \tan(k_{zA}l_A) \tan(k_{zB}l_B) \tan(k_{zC}l_C) = \\ & -S_A^2S_B^2k_{zA}k_{zB} \tan(k_{zA}l_A) \end{aligned} \quad (34)$$

Jika diasumsi bahwa panjang gelombang suara yang dirambatkan sangat kecil dibandingkan dengan panjang silinder, $k_{ZA}l_A \ll 1$, $k_{ZB}l_B \ll 1$ dan $k_{ZC}l_C \ll 1$, maka $\tan(k_{ZA}l_A) \approx k_{ZA}l_A$, $\tan(k_{ZB}l_B) \approx k_{ZB}l_B$, dan $\tan(k_{ZC}l_C) \approx k_{ZC}l_C$ serta dimensi silinder A sama dengan silinder C , sehingga bilangan gelombang pada silinder A (dan silinder C karena ukuran silinder A sama dengan silinder C) adalah

$$k_{ZA}^2 = k_{ZC}^2 = \frac{S_B^2 + V(0^\pm)V(4,5)S_B^2}{V(l_B^\pm)S_A^2 l_A l_B} \quad (35)$$

dan bilangan gelombang pada silinder B berupa resonator silinder tunggal [33], yaitu

$$k_{ZB}^2 = \left(\frac{\pi k}{l_B}\right)^2 + \left(\frac{\pi \alpha_{mn}}{b}\right)^2 \quad (36)$$

Dengan demikian frekuensi resonansi pada resonator silinder tipe-H merupakan jumlah dari bilangan gelombang di tiap silindernya [34]

$$k_0^2 = k_{ZA}^2 + k_{ZB}^2 + k_{ZC}^2 \quad (37)$$

Bilangan gelombang pada persamaan (37) merupakan kombinasi dari dimensi tiap silinder A (*buffer*), silinder B (resonator) dan silinder C (*buffer*), menunjukkan bahwa impedansi di diskontinuitas saluran resonator akan lenyap pada frekuensi tertentu, yaitu adanya faktor koreksi pada frekuensi resonansi resonator tunggal (persamaan 35), sehingga diperoleh frekuensi resonansi resonator silinder tipe-H,

$$f_{kmn} = \frac{c_s}{2\pi} \sqrt{2 \left(\frac{S_B^2 + V(0^\pm)V(l_B^\pm)S_B^2}{V(l_B^\pm)S_A^2 l_A l_B} \right) + \left(\frac{\pi k}{l_B} \right)^2 + \left(\frac{\pi \alpha_{mn}}{b} \right)^2} \quad (38)$$

Dengan k , m , and n masing-masing adalah ragam normal longitudinal, azimuthal, dan radial; c_s , b , S_A , S_B , l_A , l_B , dan α_{mn} masing-masing adalah kelajuan suara dalam medium, jari-jari resonator silinder B , luas penampang silinder A dan B , panjang silinder A dan B dan akar orde ke- n fungsi Bessel. Untuk ragam normal silinder berongga dapat dibagi menjadi, ragam longitudinal murni ($m = n = 0$), ragam azimuthal murni ($k = n = 0$) and ragam radial murni ($k = m = 0$).

Dengan menggabungkan persamaan (6), (8), (10), (25), dan (26) akan terbentuk matriks transmisi dalam resonator silinder tipe-H berbentuk

$$\begin{pmatrix} p_A(-l_A) \\ Q_A(-l_A) \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} p_C(l_B + l_C) \\ Q_C(l_B + l_C) \end{pmatrix} \quad (39)$$

dengan

$$T = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & V(0^\pm) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & V(l_B^\pm) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} \quad (40)$$

Matriks transmisi T mengandung parameter yang dioptimasi, yaitu luas penampang masing-masing silinder, S_A , S_B dan S_C , panjang masing-masing l_A , l_B dan l_C , serta frekuensi resonansi, f . Dalam kasus ini, *buffer* A dan C memiliki dimensi yang sama, $S_A = S_C$ dan $l_A = l_C$.

Algoritme Genetika (AG)

Algoritma genetika (AG) adalah teknik optimasi dan pencarian berdasarkan prinsip genetika dan seleksi alam (evolusi biologi). Metode ini dikembangkan pertama kali oleh John Holland tahun 1975 bersama muridnya bernama De Jong [35], [36] dan diperluas ke optimasi fungsional, kemudian melibatkan penggunaan strategi pencarian optimasi yang dipolakan berdasarkan gagasan Darwin tentang seleksi alam dan evolusi. AG menyelesaikan tugas pengoptimalan dengan memulai dari "populasi" nilai acak untuk parameter masalah pengoptimalan. Setelah itu, "generasi" baru dengan nilai fungsi tujuan yang ditingkatkan dihasilkan. Untuk mencapai evolusi pada generasi baru, sistem biner digunakan.

Sistem biner adalah representasi bilangan real dan bulat. Selain itu, dengan memanipulasi string, operator reproduksi, *crossover*, mutasi, dan *elitisme* bekerja berurutan. Penjelasan singkat tentang operator AG dan komponennya diberikan sebagai berikut [36–39]. a) *Populasi dan Kromosom*, populasi awal dimulai pengacakan. Set parameter dikodekan untuk membentuk *string* yang mewakili kromosom. Dengan mengevaluasi fungsi tujuan, setiap kromosom diberi *fitness*. b) *Parent*, menggunakan perhitungan probabilistik yang dibobot dengan kebugaran relatif, pasangan kromosom dipilih sebagai *parent*.

Setiap individu dalam populasi diberi ruang pada roda *roulette* yang sebanding dengan kebugaran relatif individu. Individu dengan porsi terbesar pada roda memiliki kemungkinan terbesar untuk dipilih sebagai generasi induk untuk generasi berikutnya. c) *Offspring*, sepasang keturunan dihasilkan dari induk yang dipilih *crossover*. *Crossover* terjadi dengan probabilitas *pc*. Selanjutnya, dilakukan seleksi acak dari persilangan dan kombinasi dari 2 data genetik tertua. Skema *single-point crossover* dipilih dari

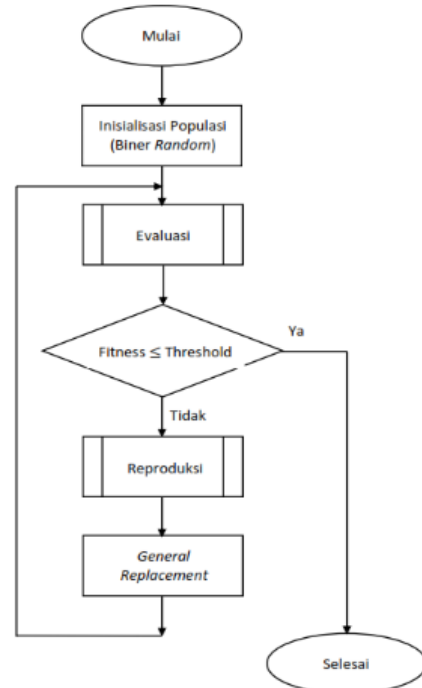
optimasi AG. Rekombinasi dan pemilihan induk adalah metode utama untuk evolusi AG. d) *Mutasi*, operator mutasi digunakan untuk menyediakan keragaman yang dibutuhkan populasi dan mencari di daerah yang berbeda. Secara genetik, mutasi terjadi dengan probabilitas pm dimana titik baru dan tak terduga dibawa ke dalam domain pencarian pengoptimal AG.

Ini adalah operator penting yang memperkenalkan keragaman ke dalam populasi dan mencegah AG menjadi jenuh dengan solusi di optimum lokal. e) *Elitisme*, elitisme memperkenalkan kembali kandidat terbaik di setiap generasi. Ini dapat mencegah gen terbaik menghilang dan meningkatkan akurasi optimasi selama reproduksi. f) *Generasi Baru*, reproduksi meliputi seleksi, *crossover*, mutasi, dan *elitisme*. Reduplikasi berlanjut sampai generasi baru terbangun dan generasi asli diganti. Karakteristik *fit* tinggi menghasilkan lebih banyak salinan diri pada generasi berikutnya sehingga dihasilkan pergerakan populasi ke arah optimal. Proses dapat dihentikan ketika jumlah generasi maksimum yang telah ditentukan (gen_no) telah tercapai.

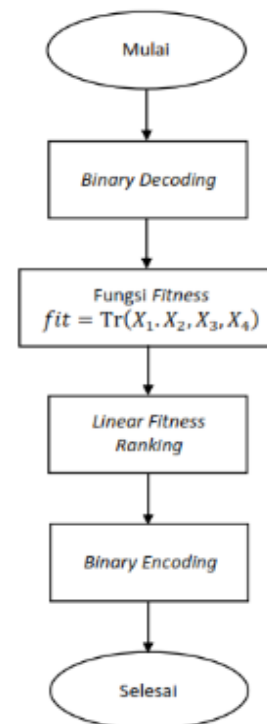
Metode AG diawali dengan membangkitkan bilangan random dari 0-1 dalam matriks yang diubah dalam bilangan biner 0 dan 1 (dengan cara pembulatan ke 0 jika $< 0,5$ dan ke 1 jika $> 0,5$). Bilangan biner yang tersimpan disebut inisiasi populasi. Selanjutnya, proses evolusi dimulai *decode* kromosom ke dalam fungsi *fitness* yang menghasilkan nilai *fitness*. Nilai *fitness* diproses untuk mendapatkan nilai variabel *output*. Kode diubah kembali ke kromosom biner yang dinamakan *encoding*. Mengurutkan setiap individu di dalam populasi sesuai dengan *fitness*-nya.

Proses evaluasi merupakan proses utama dalam optimasi ini. Proses ini merupakan jembatan penghubung antara fenomena fisis dengan program yang dibuat. Setelah itu, kromosom biner dari hasil encoding dicocokkan, apakah mencapai optimasi atau belum. Bila belum, maka selanjutnya proses reproduksi. Reproduksi merupakan bagian penting dari proses biologi untuk mendapatkan generasi yang lebih baik. Langkah awal dengan mengkopi kromosom terbaik dari setiap populasi yang disebut elitisme. Selanjutnya, proses pemilihan induk secara *roulette wheel selection*, yang mana kedua induk yang dipilih akan dikawinkan. Perkawinan ini dilakukan dengan persilangan satu titik potong yang akan menghasilkan dua anakan berbeda. Proses reproduksi masih berlangsung dan beberapa gen dalam kromosom anakan akan mengalami mutasi.

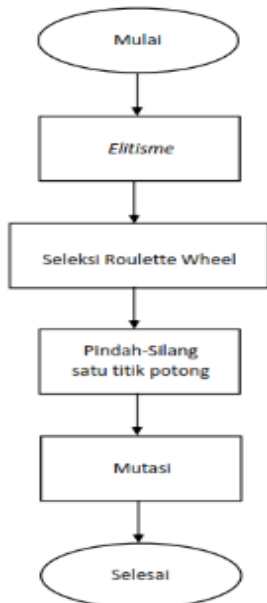
Proses selanjutnya adalah penggantian generasi lama dengan generasi yang baru secara menyeluruh. Generasi baru hasil *general replacement* dievaluasi kembali sampai proses berhenti jika tercapai optimasi atau sampai generasi terakhir diproses. Adapun diagram alir AG dalam optimasi resonator tipe-H ini ditunjukkan pada Gambar 5-7.



Gambar 5. Program utama AG



Gambar 6. Sub-program evaluasi

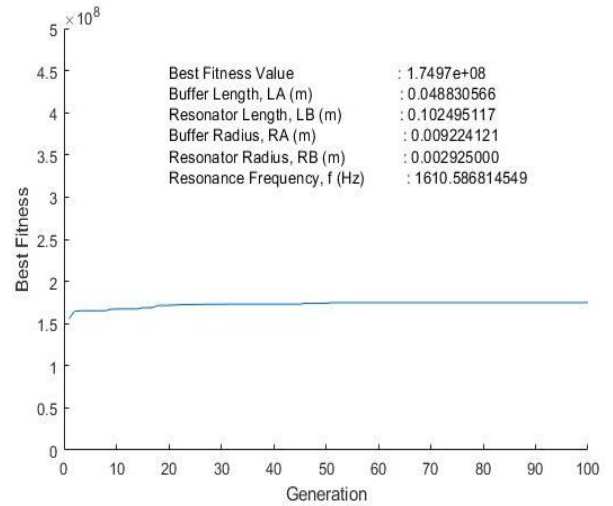


Gambar 7. Sub-program reproduksi

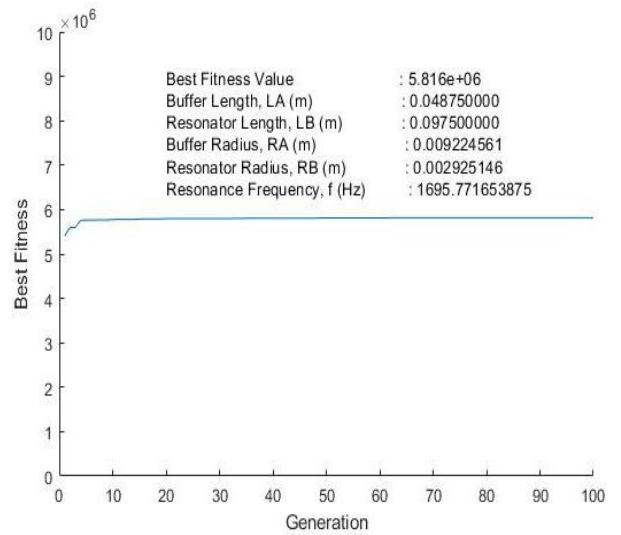
Hasil dan Pembahasan

Dalam penelitian ini, optimasi desain resonator silinder tipe-H mengandung parameter dioptimalkan, yaitu panjang *buffer* (l_{buf}) dan resonator (l_{res}) serta jejari *buffer* (r_{buf}) dan resonator (r_{res}) untuk mendapatkan frekuensi resonansi (f) untuk ragam normal longitudinal terkecil [100] pada gas etilen. Parameter yang digunakan dalam optimasi ini adalah kerapatan (ρ_0), kelajuan suara (c_s), jumlah populasi awal (pop), peluang persilangan (pc), peluang mutasi (pm), generasi maksimum ($itermax$), dan nilai toleransi (tol) dengan nilai 1,178 kg/m³³; 330 m/s; 30; 0,95; 0,005; 100; dan 10⁻²⁰. Hasil optimasi yang diperoleh ditunjukkan pada Gambar 8 dan 9. Gambar 8 menunjukkan optimasi tekanan tetap dan kecepatan volume berubah di diskontinuitas saluran. Gambar 9 sebagai pembandingan tekanan dan kecepatan volume yang tidak berubah di diskontinuitas saluran.

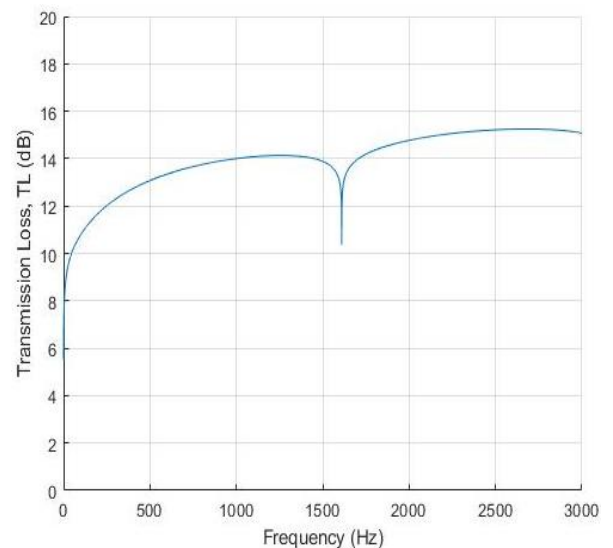
Pada Gambar 8 dan 9, nilai *Best Fitness Value* berkorelasi dengan nilai koefisien transmisi akustik terbesar, dan terlihat optimasi dengan kecepatan volume yang berubah memiliki nilai transmisi lebih besar daripada kecepatan volume yang tidak berubah. Parameter yang berkaitan dengan koefisien transmisi terbesar adalah pada kerugian transmisi terkecil. Dari Gambar 10, kerugian transmisi sebesar 10,37 dB pada frekuensi 1610,6 Hz untuk kecepatan volume berubah. Gambar 11 merupakan kerugian transmisi pada kecepatan volume tetap dan kerugian transmisi 10,04 dB pada frekuensi 1695,8 Hz.



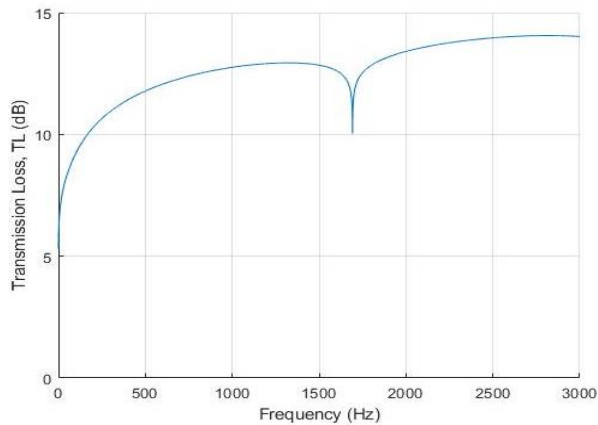
Gambar 8. Optimasi tekanan tetap dan kecepatan volume berubah di diskontinuitas saluran



Gambar 9. Optimasi tekanan dan kecepatan volume tidak berubah di diskontinuitas saluran



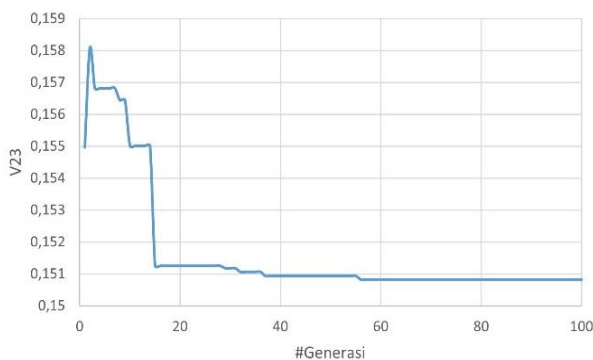
Gambar 10. Kerugian transmisi pada kecepatan volume berubah



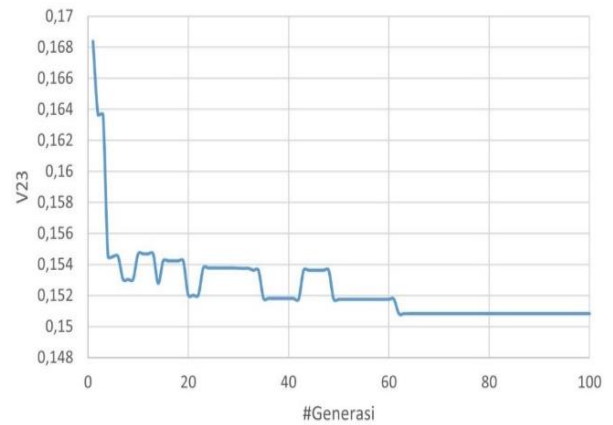
Gambar 11. Kerugian transmisi pada kecepatan volume tetap

Di sini terlihat diskontinuitas saluran mempengaruhi kerugian transmisi. Walaupun kerugian transmisi pada kecepatan volume berubah lebih besar daripada yang tetap, tetapi koefisien transmisinya jauh lebih besar. Efektivitas perbandingan luas penampang *buffer* dan resonator memainkan peranan penting dalam mendapatkan nilai koefisien transmisi terbesar dan desain optimal resonator. Hal ini terkait singularitas efek tepi dimana sewaktu gelombang akustik merambat kemudian menumbuk ujung tepi saluran yang luas penampangnya lebih kecil akan mengakibatkan gelombang berosilasi. Semakin lama osilasi, maka menjadikan singularitas semakin besar dan mereduksi gelombang yang merambat. Yang diinginkan dalam penelitian ini lebih cepat gelombang mencapai konvergensi.

Gambar 12 menunjukkan osilasi untuk mencapai konvergensi sampai pada generasi ke 56, lebih cepat daripada Gambar 13 pada generasi ke 62. Tabel 1 menunjukkan bahwa panjang resonator (l_{res}) pada kecepatan volume berubah adalah lebih besar daripada kecepatan volume tetap dengan nilai frekuensi resonansi (f) kecepatan volume berubah lebih kecil daripada kecepatan volume tetap.



Gambar 12. Konvergensi osilasi pada kecepatan volume berubah



Gambar 13. Konvergensi osilasi pada kecepatan volume tetap

Tabel 1. Kecepatan volume di diskontinuitas

| Koef. Trans. | l_{buf} (mm) | l_{res} (mm) | r_{buf} (mm) | r_{res} (mm) | f (Hz) |
|---------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------|
| Kecepatan Volume Berubah | | | | | |
| 1,75E+08 | 48,83 | 102,50 | 9,22 | 2,93 | 1610,59 |
| 1,75E+08 | 48,79 | 102,50 | 9,22 | 2,93 | 1610,59 |
| 1,75E+08 | 48,79 | 102,50 | 9,22 | 2,93 | 1610,59 |
| 1,75E+08 | 48,83 | 102,50 | 9,22 | 2,93 | 1610,59 |
| 1,75E+08 | 48,75 | 102,50 | 9,22 | 2,93 | 1610,59 |
| Kecepatan Volume Tetap | | | | | |
| 5,82E+06 | 48,75 | 97,50 | 9,22 | 2,93 | 1695,77 |
| 5,81E+06 | 48,75 | 97,50 | 9,22 | 2,93 | 1696,78 |
| 5,82E+06 | 48,75 | 97,50 | 9,22 | 2,93 | 1695,77 |
| 5,82E+06 | 48,76 | 97,50 | 9,22 | 2,93 | 1695,77 |
| 5,82E+06 | 48,75 | 97,50 | 9,22 | 2,93 | 1695,77 |

Kesimpulan

Perubahan luas penampang saluran secara mendadak (diskontinuitas) pada resonator silinder tipe-H mempengaruhi perambatan akustik di dalamnya. Bentuk gelombang yang berosilasi sewaktu gelombang menumbuk pada luas penampang yang lebih kecil membentuk singularitas efek tepi yang mengakibatkan sebagian energi hilang, parameter kecepatan volume berpengaruh terhadap diskontinuitas ini. Pengaruh kecepatan volume di diskontinuitas saluran ini dapat dilihat dari nilai koefisien transmisinya yang besar dan pola osilasinya yang lebih cepat mencapai konvergensi. Adapun nilai desain optimal resonator silinder tipe-H yang diperoleh ini adalah $l_{buf} = 48,8$ mm, $l_{res} = 102,5$ mm, $r_{buf} = 9,2$ mm, dan $r_{res} = 2,9$ mm, serta nilai frekuensi resonansi $f = 1610,6$ Hz.

Ucapan Terima Kasih

Ucapan terima kasih sebesar-besarnya diberikan kepada LPDP yang telah mensponsori penelitian ini dengan nomor kontrak 201710210211540.

Daftar Pustaka

- [1] Baumann, B., Wolff, M., Kost, B., & Groninga, H. (2007). Finite element calculation of photoacoustic signals. *Applied Optics*, 46(7), 1120-1125.
- [2] El-Busaidy, S., Baumann, B., Wolff, M., & Duggen, L. (2018). Photoacoustics modelling using amplitude mode expansion method in a multiscale t-cell resonator. *arXiv preprint arXiv:1810.11618*.
- [3] Kost, B., Baumann, B., Germer, M., & Wolff, M. (2009). Shape optimization of photoacoustic resonators. *WIT Trans. Built Environ*, 106(5), 45-54.
- [4] Bijnen, F. G. C., Reuss, J., & Harren, F. J. M. (1996). Geometrical optimization of a longitudinal resonant photoacoustic cell for sensitive and fast trace gas detection. *Review of Scientific Instruments*, 67(8), 2914-2923.
- [5] Riddle, A., & Selker, M. (2006). Impedance-optimized photo-acoustic spectroscopy. *Applied Physics B*, 85(2), 329-336.
- [6] Ranjbar, M., Arslanb, H., & Orak, M. (2018). Effect of geometry modification on sound transmission loss in multi-chamber muffler. In *The 8th International Conference on Acoustics & Vibration (ISAV2018) (pp. 1-12)*.
- [7] Bijnen, F. G. C., Reuss, J., & Harren, F. J. M. (1996). Geometrical optimization of a longitudinal resonant photoacoustic cell for sensitive and fast trace gas detection. *Review of Scientific Instruments*, 67(8), 2914-2923.
- [8] Karal, F. C. (1953). The analogous acoustical impedance for discontinuities and constrictions of circular cross section. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 25(2), 327-334.
- [9] Peat, K. S. (1988). The acoustical impedance at discontinuities of ducts in the presence of a mean flow. *Journal of Sound and Vibration*, 127(1), 123-132.
- [10] Liu, B., Liu, J., Wei, W., Shen, H., & Wei, Z. (2018). Suppression of low frequency sound transmission in fluid-filled pipe systems through installation of an anechoic node array. *AIP Advances*, 8(11), 115-123.
- [11] Chen, F. (2014). Optimization design of muffler based on acoustic transfer matrix and genetic algorithm. *Journal of Vibroengineering*, 16(5), 2216-2223.
- [12] Homentcovschi, D., & Bercia, R. (2018). Re-expansion method for generalized radiation impedance of a circular aperture in an infinite flange. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 144(1), 32-40.
- [13] Mitra, R., & Lee, S. W. (1971). *Analytical techniques in the theory of guided waves*. New York: MacMilan.
- [14] Homentcovschi, D., & Miles, R. N. (2010). A re-expansion method for determining the acoustical impedance and the scattering matrix for the waveguide discontinuity problem. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 128(2), 628-638.
- [15] Homentcovschi, D., & Miles, R. N. (2012). Re-expansion method for circular waveguide discontinuities: Application to concentric expansion chambers. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 131(2), 1158-1171.
- [16] Zwillinger, D., & Jeffrey, A. (Eds.). (2007). *Table of integrals, series, and products*. Elsevier.
- [17] Romer, R. H. (1996). Handbook of mathematical formulas and integrals by Alan Jeffrey. *American Journal of Physics*, 64(1), 350-351.
- [18] Farooqui, M., Aurégan, Y., & Pagneux, V. (2018). Acoustic Propagation in lined ducts with varying cross-section using a Mild-Slope approximation. *arXiv preprint arXiv:1809.03277*.
- [19] Sadiku, M. N. (2018). *Computational Electromagnetics with MATLAB®*. CRC Press.
- [20] Wilcox, L. C., Stadler, G., Burstedde, C., & Ghattas, O. (2010). A high-order discontinuous Galerkin method for wave propagation through coupled elastic-acoustic media. *Journal of Computational Physics*, 229(24), 9373-9396.
- [21] Evans, D. V., & Fernyhough, M. (1995). Edge waves along periodic coastlines. Part 2. *Journal of Fluid Mechanics*, 297(1), 307-325.
- [22] Kanoria, M. (2001). Water wave scattering by thick rectangular slotted barriers. *Applied Ocean Research*, 23(5), 285-298.
- [23] McIver, M., Linton, C. M., & Zhang, J. (2002). The branch structure of embedded

- trapped modes in two-dimensional waveguides. *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, 55(2), 313-326.
- [24] Kirby, R., & Lawrie, J. B. (2005). A point collocation approach to modelling large dissipative silencers. *Journal of Sound and Vibration*, 286(1), 313-339.
- [25] Filippi, P., Bergassoli, A., Habault, D., & Lefebvre, J. P. (1998). *Acoustics: Basic physics, theory, and methods*. Elsevier.
- [26] Solokhin, N. (2003). Basic types of discontinuity in circular acoustic wave guide. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 114(5), 2626-2632.
- [27] Abramowitz, M., & Stegun, I. A. (Eds.). (1964). *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables (Vol. 55)*. US Government printing office.
- [28] Chaigne, A., & Kergomard, J. (2016). *Acoustics of musical instruments (pp. 844-pages)*. New York, NY: Springer New York.
- [29] Kim, Y. H. (2010). *Sound propagation: an impedance-based approach*. John Wiley & Sons.
- [30] Kinsler, L. E., Frey, A. R., Coppens, A. B., & Sanders, J. V. (2000). *Fundamentals of acoustics*.
- [31] Kuttruff, H. (2007). *Acoustics: An introduction*. CRC Press.
- [32] Noreland, D. (2003). Impedance boundary conditions for acoustic waves in a duct with a step discontinuity. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 71(2), 197-224.
- [33] Besson, J. P. (2006). *Photoacoustic spectroscopy for multi-gas sensing using near infrared lasers* (No. THESIS). EPFL.
- [34] Bruneau, M., Garing, C., & Leblond, H. (1985). Quality factor and boundary-layer attenuation of lower order modes in acoustic cavities. *Journal de Physique*, 46(7), 1079-1085.
- [35] Haupt, R. L., & Haupt, S. E. (2004). *Practical genetic algorithms*. John Wiley & Sons.
- [36] Bramantyo, N. (2006). *Desain resonator Helmholtz ganda dengan menggunakan Matlab*. Universitas Sebelas Maret.
- [37] McCall, J. (2005). Genetic algorithms for modelling and optimisation. *Journal of computational and Applied Mathematics*, 184(1), 205-222.
- [38] Chipperfield, A. J., & Fleming, P. J. (1995). *The MATLAB genetic algorithm toolbox*.
- [39] Yeh, L. J., Chang, Y. C., & Chiu, M. C. (2005). Shape optimal design on double-chamber mufflers using simulated annealing and a genetic algorithm. *Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences*, 29(4), 207-224.