OPTIMASI PROGRAM LINEAR BILANGAN *FUZZY* LINEAR PADA STUDI KASUS PRODUKSI BETON UD. BENTENG SANJAYA PRAMBANAN

OPTIMIZATION OF LINEAR FUZZY LINEAR PROGRAM ON CASE STUDY OF CONCRETE PRODUCTION UD BENTENG SANJAYA PRAMBANAN

Dewi Rahmawati dan Karyati

Departemen Pendidikan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Yogyakarta, Yogyakarta 55281, Indonesia

*email korespondensi: dewii.r22@gmail.com

Submitted: 19 September 2022, Accepted: 21 Agustus 2023

Abstrak

Tujuan dari penelitian ini adalah membahas proses penyelesaian Model Program Linear *Fuzzy* (MPLF) dengan koefisien teknis dan koefisien ruas kanan berbentuk bilangan *fuzzy* linear turun dan aplikasinya pada masalah optimasi laba UD. Benteng Sanjaya Prambanan untuk menentukan produksi batako, genteng dan paving sehingga diperoleh laba yang optimal diselesaikan dengan metode *fuzzy* subgradien dan bantuan *software* Linggo 11.0. MPLF, membentuk fungsi keanggotaan *fuzzy goal* dan *fuzzy constraints* dari model MPLF kemudian diiriskan untuk menghasilkan peyelesaian optimal pada *fuzzy decision*, membentuk MPL dengan menggunakan parameter λ dan menyelesaikan MPL dengan metode *fuzzy* subgradien yang digunakan untuk menghasilkan nilai λ yang terbesar sehingga diperoleh solusi yang layak optimal. Hasil perhitungan dari aplikasi Linggo 11.0 pada masalah optimasi laba UD. Benteng Sanjaya Prambanan yaitu batako sebanyak 0 kali produksi, genteng sebanyak 13 kali produksi, dan paving sebanyak 26 kali produksi sehingga mendapatkan laba sebanyak Rp.1.352.000,00 per hari.

Kata kunci: model program linear *fuzzy*, bilangan *fuzzy* linear turun, fungsi keanggotaan linear.

Abstract

The purpose of this paper is to discuss the process of solving the Fuzzy Linear Programming Model (FLPM) with technological coefficients and right hand side coefficients in the form of linear down fuzzy numbers and their application to the profit optimization problem of UD. Benteng Sanjaya Prambanan to determine the production of brick, tile and paving so that optimal profit was obtained solved by fuzzy subgradient method and Linggo 11.0. MPLF software, forming fuzzy goal and fuzzy constraints membership functions of the MPLF model then sliced to produce optimal solutions in fuzzy decisions, forming MPL using the λ parameter and completing MPL with the fuzzy subgradient method used to produce the largest value of λ so that the optimal feasible solution is obtained. The calculation results from the Linggo 11.0 application on the optimization problem of UD Benteng Sanjaya Prambanan's profit are as many as 0 times production, 13 times tile production, and 26 times paving production to get a profit of Rp1,352,000.00 per day.

Keyword: *fuzzy linear programming model, down linear fuzzy number, linear membership function.*

Pendahuluan

Optimasi adalah proses memaksimumkan atau meminimumkan suatu fungsi tujuan dengan memperhatikan fungsi kendala yang ada. Salah satu contoh pemanfaatan optimasi dalam bidang bisnis adalah untuk menentukan jumlah produksi yang optimal dengan persediaan bahan baku terbatas sehingga mendapatkan keuntungan maksimal. Prosedur pemecahan masalah optimasi adalah memodelkan persoalannya ke dalam sebuah program matematis kemudian persoalan tersebut dipecahkan menggunakan teknik-teknik atau metode optimasi seperti program linear, program non-linear dan metode-metode lainnya yang sudah berkembang saat ini. Pada permasalahan optimasiini menggunakan Model Program linear (MPL) untuk mendapatkan solusi yang optimal.

MPL dikenalkan oleh L.W. Kantorovich pada tahun 1393 dengan metode yang masih terbatas. Selanjutnya, seorang ilmuwan bernama George B. Dantzig yang berkebangsaan Amerika Serikat untuk pertama kalinya pada tahun 1947 memperkenalkan metode simpleks untuk menyelesaikan MPL dengan banyak variabel keputusan. MPL memuat dua komponen utama yaitu fungsi tujuan (*objective function)* dan fungsi kendala *(constraint function)*.

Masalah MPL dengan fungsi tujuan dan fungsi kendala dapat ditetapkan secara tegas tidak selalu terpenuhi atau tidak pasti yang dinyatakan dalam bentuk sekitar, kira-kira, kurang lebih, dan lain-lain. Kondisi kendala yang tidak tegas, samar dapat mempengaruhi fungsi kendala. Diperlukan konsep bilangan *fuzzy* yang digunakan untuk menyatakan koefisien teknis dan koefisien ruang kanan yang dapat disebut dengan Model Program Linear *Fuzzy* (MPLF).

MPLF dengan koefisien teknis dan ruas kanan berbentuk bilangan *fuzzy* dapat diselesaikan menggunakan proses defuzzifikasi dengan mengubah bilangan *fuzzy* linear turun ke dalam bilangan tegas. Proses defuzzifikasi mengandung aturan perkalian silang *(cross product)* pada fungsi kendala sehingga diperoleh penyelesaian yang non konveks. Permasalahan optimasi konveks merupakan bentuk permasalahan optimasi yang digunakan pada himpunan konveks. Himpunan konveks adalah himpunan yang memuat garis melalui sebarang dua titik di dalam himpunan tersebut. Salah satu metode untuk menyelesaikan model optimasi non konveks yaitu dengan menggunakan metode subgradien.

Beberapa jurnal yang membahas MPLF dengan koefisien teknis dan koefisien ruas kanan berbentuk bilangan *fuzzy* menggunakan metode subgradien diantaranya B. Fahardinia (2014: 317-328) membahas masalah MPLF dengan fungsi keanggotaan linear dan Suharyono (2006) dalam tesisnya membahas hal yang sama yaitu MPLF dengan fungsi keanggotaan linear. Jurnal dan tesis tersebut mengkaji ulang jurnal yang ditulis oleh Rafail N. Gasimov dan Kursat Yanilmez (2002: 375-396).

Penelitian-penelitian di atas membahas metode-metode dalam menyelesaikan MPLF dengan koefisien teknis dan koefisien ruas kanan berbentuk bilangan *fuzzy* hanya menggunakan contoh numerik dan belum diaplikasikan ke dalam kehidupan sehari-hari. Berdasarkan hal tersebut, dalam penulis tertarik untuk menulis penyelesaian MPLF dengan koefisien teknis dan koefisien ruas kanan berbentuk bilangan *fuzzy* menggunakan metode subgradien yang diterapkan pada UD. Benteng Sanjaya Prambanan.

Metode Penelitian

Penelitian ini termasuk penelitian penerapan dalam Model Program Linear *Fuzzy* (MPLF). Pada tahap awal, pengambilan data bahan baku dalam sekali produksi yang akan diambil di UD. Benteng Sanjaya Prambanan. Data yang telah diambil dibuat model yang digunakan untuk menentukan fungsi tujuan dan fungsi kendala. Pada pembuatan model tersebut, jenis produk batako, genteng, dan paving akan menjadi variabel x_1, x_2 dan x_3 yang akan dimaksimumkan sebagai fungsi tujuan. Sementara bahan baku akan menjadi fungsi kendala. Penyelesaian Model Program Linear (MPL) yang diselesaikan menggunakan metode simpleks. MPLF dibentuk berdasarkan fungsi kendala yang ada dan diselesaikan mengunakan *software* Linggo 11.0.

Hasil dan Diskusi

A. Model Program Linear *Fuzzy* (MPLF)

MPLF memiliki beberapa macam bentuk, salah satunya koefisien teknis (a_{ij}) dan koefisien ruas kanan (b_i) berbentuk bilangan *fuzzy* linear turun. Sebelum membahas masalah MPLF, perlu diketahui bahwa Model Program Linear (MPL) sangat terbatas pada koefisien fungsi objektif, fungsi kendala maupun koefisien suku tetap yang tegas atau tertentu secara tepat. Berikut ini bentuk umum MPL:

Maksimumkan:

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i\,, \qquad untuk\ i = 1,2,\dots,m$$

$$x_j \geq 0, \qquad untuk\ j = 1,2,\dots,n$$

Salah satu metode untuk menyelesaian masalah MPL yaitu dengan menggunakan metode simpleks, akan tetapi model tersebut menjadi kurang sesuai apabila fungsi kendala maupun koefisien suku tetap berbentuk *fuzzy*. MPLF mampu membantu menyelesaikan masalah tersebut melalui perhitungan menggunakan bilangan *fuzzy* yang disusun menjadi suatu model untuk masalah MPLF. Berdasarkan model yang disusun tersebut, didapat penyelesain dengan mengubah masalah MPLF ke dalam masalah MPL. Berikut ini bentuk umum MPLF dengan koefisien teknis (a_{ij}) dan koefisien ruas kanan (b_i) berbentuk bilangan *fuzzy* linear turun:

Maksimumkan:

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j \leq \tilde{b}_i\,, \qquad untuk\ i = 1,2,\dots,m$$

$$x_j \geq 0, \qquad untuk\ j = 1,2,\dots,n$$

Salah satu metode untuk menyelesaian masalah MPL yaitu dengan menggunakan metode simpleks, akan tetapi model tersebut menjadi kurang sesuai apabila fungsi kendala maupun koefisien suku tetap berbentuk *fuzzy*. MPLF mampu membantu menyelesaikan masalah tersebut melalui perhitungan menggunakan bilangan *fuzzy* yang disusun menjadi suatu model untuk masalah MPLF. Berdasarkan model yang disusun tersebut, didapat penyelesain

dengan mengubah masalah MPLF ke dalam masalah MPL. Berikut ini bentuk umum MPLF dengan koefisien teknis (a_{ij}) dan koefisien ruas kanan (b_i) berbentuk bilangan *fuzzy* linear turun:
Maksimumkan:

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j \leq \tilde{b}_i, \quad untuk\ i = 1,2,\ldots,m$$
$$x_j \geq 0, \quad untuk\ j = 1,2,\ldots,n$$

MPLF dengan koefisien teknis $(\tilde{a}_{ij})$ dan koefisien ruas kanan $(\tilde{b}_i)$ berbentuk bilangan *fuzzy* linear turun dapat dituliskan menggunakan parameter $\tilde{A}(a,b)$.

Penyelesaian masalah MPLF (3.2) dapat diselesaikan menggunakan tahap defuzzifikasi yang berfungsi untuk mengubah nilai *fuzzy* menjadi nilai tegas. Tahap-tahap defuzzifikasi menurut Gasimov & Yanilmez (2002) untuk menyelesaikan masalah MPLF (3.2) menggunakan metode subgradien sebagai berikut:

1. Menentukan 4 MPL dan menentukan masing-masing solusi dari model tersebut.
   Pembentukan 4 model tersebut digunakan untuk mengubah MPLF ke MPL yang didapat dengan cara mengkombinasi nilai batas atas dan nilai batas bawah dari fungsi kendala $(a_{ij}, d_{ij}, b_i, d_{ij})$.
   Untuk Z_1
   Maksimumkan:

$$Z_1 = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

   dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i, \quad untuk\ i = 1,2,\ldots,m$$
$$x_j \geq 0, \quad untuk\ j = 1,2,\ldots,n$$

   Untuk Z_2
   Maksimumkan:

$$Z_2 = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

   dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^{n} (a_{ij} + d_{ij}) x_j \leq b_i, \ untuk\ i = 1,2,\ldots,m$$
$$x_j \geq 0, \quad untuk\ j = 1,2,\ldots,n$$

   Untuk Z_3
   Maksimumkan:

$$Z_3 = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

   dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i + p_i, \quad untuk\ i = 1,2,\ldots,m$$
$$x_j \geq 0, \quad untuk\ j = 1,2,\ldots,n$$

   Untuk Z_4
   Maksimumkan:

$$Z_4 = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

   dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^{n} (a_{ij} + d_{ij}) x_j \leq b_i + p_i, \quad untuk\ i = 1,2,\ldots,m$$
$$x_j \geq 0, \quad untuk\ j = 1,2,\ldots,n$$

2. Menentukan nilai batas atas dan batas bawah dari MPLF.
   MPLF memiliki nilai batas atas $(Z_u) = \max[Z_1, Z_2, Z_3, Z_4]$ dan batas bawah $(Z_l) = \min[Z_1, Z_2, Z_3, Z_4]$.

3. MPLF dibuat ke dalam fungsi keanggotaan *fuzzy goal* dan *fuzzy constraint*.
   Fungsi keanggotaan *fuzzy goal* G pada fungsi tujuan didefinisikan dengan fungsi keanggotaan linear naik dengan Z_u sebagai nilai batas atas dan Z_l sebagai nilai batas bawah dari fungsi tujuan.

$$\mu_G(x) = \begin{cases} 0 & , \ jika\ \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \leq Z_l \\ \dfrac{\sum_{j=1}^{n} c_j x_j - Z_l}{(Z_u - Z_l)} & , \ jika\ Z_l \leq \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \leq Z_u \\ 1 & , \ jika\ \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \leq Z_u \end{cases}$$

   Fungsi keanggotaan *fuzzy constraint* pada fungsi kendala didefinisikan dengan fungsi keanggotaan linear naik dengan $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j$ merupakan nilai batas bawah dan $\sum_{j=1}^{n} (a_{ij} + d_{ij}) x_j + p_i$ merupakan nilai batas atas dari fungsi kendala.

$$\mu_{C_i}(x) = \begin{cases} 0 & , \ jika\ b_i \leq \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \\ \dfrac{(b_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j)}{\sum_{j=1}^{n} d_{ij} x_j + p_i} & , \ jika\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq \sum_{j=1}^{n} (a_{ij} + d_{ij}) x_j + p_i \\ 1 & , \ jika\ b_i \geq \sum_{j=1}^{n} (a_{ij} + d_{ij}) x_j + p_i \end{cases}$$

4. MPLF diubah ke dalam bentuk MPL menggunakan parameter λ.
   Penyelesaian yang optimal yang diperoleh dari memaksimumkan nilai *fuzzy decision*, diharapkan penyelesaian tersebut memiliki nilai derajat keanggotaan lebih atau sama dengan $(\geq)$ λ yang berada pada interval [0,1]. Penyelesaian

MPLF dapat diselesaikan menggunakan bentuk optimasi
Maksimumkan:

$$\lambda$$

dengan kendala:

$$\lambda(Z_u - Z_l) - \sum_{j=1}^{n} c_j x_j - Z_l \leq 0$$

$$\sum_{j=1}^{n} \left(a_{ij} + \lambda d_{ij}\right) x_j + \lambda p_i - b_i \leq 0$$

$$x \geq 0, \quad 0 \leq \lambda \leq 1$$

$$i = 1,2,\dots,m, \quad j = 1,2,\dots,n$$

Diperoleh penyelesaian non konveks karena terdapat kendala memuat λx_j yang non konveks. Solusi untuk model tersebut yaitu dengan menggunakan penyelesaian khusus salah satunya menggunakan metode subgradien.

5. Menyelesaikan MPL menggunakan metode subgradien untuk mendapatkan solusi optimal
Penggunaan metode subgradien untuk menyelesaikan masalah defuzzifikasi, pertama merumuskan persamaan dengan menambah variabel slack s_0, s_1, s_2, ... sehingga diperoleh:
Maksimumkan:

$$\lambda$$

dengan kendala:

$$g_0(x, s_0, \lambda) = \lambda(Z_u - Z_l) - \sum_{j=1}^{n} c_j x_j - z_l + s_0 = 0$$

$$g_i(x, s_i, \lambda) = \sum_{j=1}^{n} \left(a_{ij} + \lambda d_{ij}\right) x_j + \lambda p_i - b_i + s_i = 0$$

$$x \geq 0, \; 0 \leq \lambda \leq 1, \quad s_0, s_i \geq 0$$

$$i = 1,2,\dots,m, \quad j = 1,2,\dots,n$$

Untuk himpunan P didefinisikan

$$P = \{(x, s, \lambda) | x = (x_1, x_2, \dots, x_n), s = (s_0, s_1, \dots, s_n), x_i \geq 0, s_0, s_i \geq 0, 0 \leq \lambda \leq 1\}$$

$\max \lambda = -\min(-\lambda)$ dan

$$g(x, \lambda, s) = (g_0, g_i, \dots, g_m).$$

Fungsi Lagrangian menjadi:

$$L(x, u, c) = -\lambda + c\left[\left(\lambda(Z_1 - Z_2) - \sum_{j=1}^{n} c_j x_j - Z_l + s_0\right)^2 + \sum_{i=1}^{m}\left(\sum_{j=1}^{n}\left(a_{ij} + \lambda d_{ij}\right) x_j + \lambda p_i - b_i + s_i\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} - u_0\left(\lambda(Z_1 - Z_2) - \sum_{j=1}^{n} c_j x_j - Z_l + s_0\right) - \sum_{i=1}^{m} u_i \left(\sum_{j=1}^{n}\left(a_{ij} + \lambda d_{ij}\right) x_j + \lambda p_i - b_i + s_i\right).$$

Penelitian ini bertujuan untuk menguji setiap λ memiliki daerah layak atau tidak dan akan menggunakan bantuan *software* Lingo 11.0 agar memudahkan dalam perhitungan tersebut.

B. Implikasi MPLF dengan Koefisien Teknis (a_{ij}) dan Koefisien Ruas Kanan (b_i) Berbentuk Bilangan Fuzzy Linear Turun pada Masalah Optimasi

Berikut ini contoh aplikasi MPLF dengan koefisien teknis (a_{ij}) dan koefisien ruas kanan (b_i) berbentuk bilangan *fuzzy* linear turun pada masalah optimasi menentukan keuntungan maksimal UD. Benteng Sanjaya.

1. Pemodelan Masalah UD. Benteng Sanjaya

Permasalahan real pada unit usaha UD. Benteng Sanjaya dapat dimodelkan ke dalam bentuk matematis dengan menentukan beberapa asumsi terlebih dahulu.

a.
sumsi

Beberapa asumsi yang diperlukan untuk menyusun MPL masalah UD. Benteng Sanjaya yaitu:

1) Hanya membahas tiga jenis bahan baku yaitu pasir, semen, dan air.
2) Tidak meneliti mengenai kualitas produk.
3) Lama pengerjaan produksi sama.
4) Harga beli bahan baku dan harga jual tetap.
5) Semua produk habis terjual.

b. Notasi

Pada permasalahan pada penelitian ini, variabel yang dibentk yaitu:
x_1= jumlah produksi batako dalam sehari
x_2= jumlah produksi genteng dalam sehari
x_3 = jumlah produksi paving dalam sehari
Notasi untuk fungsi tujuan yaitu:
$Z = f(x_1, x_2, x_3)$ = memaksimumkan laba dalam sehari (rupiah)

c. Formulasi Fungsi

Formulasi yang dimaksud berupa fungsi tujuan dan fugsi kendala dengan rincian sebagai berikut:

1) Fungsi Tujuan

Tujuan yang ingin dicapai pada permasalahan UD. Benteng Sanjaya adalah memaksimumkan keuntungan. fungsi tujuan diperoleh dari keuntungan setiap produksi pada masing-masing produk sebagai berikut:

$$25000x_1 + 60000x_2 + 22000x_3$$

2) Fungsi Kendala

Fungsi kendala berasal dari data jumlah bahan baku yang digunakan dalam memproduksi batako, genteng dan paving.

Tabel 1. Produksi Batako, Genteng dan Paving

Jenis Bahan Baku	**Batako**	**Genteng**	**Paving**	**Bahan Baku yang Tersedia**	**Toleransi (Koefisien Ruas Kanan)**	**Toleransi (Koefisien Teknis)**		
Pasir (m^3)	0.35	0.15	0.18	7.5	1.5	0.05	0.05	0.02
Semen (kg)	40	60	20	1560	240	10	20	5
Air (lt)	50	50	15	1150	125	10	10	2

Dengan demikian, model matematis MPLF dengan koefisien teknis ($\tilde{a}_{ij}$) dan koefisien ruas kanan ($\tilde{b}_i$) berbentuk bilangan *fuzzy* pada permasalahan UD. Benteng Sanjaya adalah
Maksimumkan:

$$25000x_1 + 60000x_2 + 22000x_3$$

dengan kendala:

$$\tilde{a}_{11}x_1 + \tilde{a}_{12}x_2 + \tilde{a}_{13}x_3 \leq \tilde{b}_1$$
$$\tilde{a}_{21}x_1 + \tilde{a}_{22}x_2 + \tilde{a}_{23}x_3 \leq \tilde{b}_2$$
$$\tilde{a}_{31}x_1 + \tilde{a}_{32}x_2 + \tilde{a}_{33}x_3 \leq \tilde{b}_3$$

dengan $x_1, x_2, x_3 \geq 0$.

2. Penyelesaian Masalah UD. Benteng Sanjaya

Model matematis MPLF dengan koefisien teknis ($\tilde{a}_{ij}$) dan koefisien ruas kanan ($\tilde{b}_i$) berbentuk bilangan *fuzzy* pada permasalahan UD. Benteng Sanjaya adalah

Maksimumkan:

$$25000\,x_1 + 60000\,x_2 + 22000\,x_3$$

dengan kendala:

$$\widetilde{0.35}\,x_1 + \widetilde{0.15}\,x_2 + \widetilde{0.18}\,x_3 \leq \widetilde{7.5}$$
$$\widetilde{40}\,x_1 + \widetilde{60}\,x_2 + \widetilde{20}\,x_3 \leq \widetilde{1560}$$
$$\widetilde{50}\,x_1 + \widetilde{50}\,x_2 + \widetilde{15}\,x_3 \leq \widetilde{1150}$$
$$x_j \geq 0 \quad , j \geq 1,2,3$$

Dari hasil output Lingo 11.0 tersebut didapat:
λ = 0.3427139 , s_0 = 0
x_1 = 0 , s_1 = 0
x_2 = 13.21748 , s_2 =39.00913
x_3 = 25.56439 , s_3 = 0

Maka dapat diketahui bahwa UD. Benteng Sanjaya sebaiknya melakukan produksi batako, genteng dan paving dalam sehari masing-masing sebanyak 0 kali produksi artinya tidak memproduksi batako, 13 kali produksi genteng, dan 26 kali produksi paving untuk mendapatkan keuntungan maksimal sebesar Rp.1.352.000,00 per hari.

Simpulan

Berdasarkan pembahasan yang telah dilakukan dari penelitian ini, dapat diambil kesimpulan bahwa dalam menerapkan metode subgradien untuk menyelesaikan MPLF dengan koefisien teknis (a_{ij}) dan koefisien ruas kanan (b_i) berbentuk bilangan *fuzzy* linear turun adalah menggunakan tahap defuzzifikasi dan menggunakan metode subgradien untuk menyelesaikan permasalahan MPLF tersebut. Keuntungan dari metode subgradien yaitu dualitas bilangan nol dapat digunakan masalah yang rumit, setiap iterasi nilai dari fungsi dual selalu naik, metode subgradien tidak menggunakan parameter penghabisan dan mempunyai kriteria pemberhentian alami.

Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada seluruh pihak yang telah membantu dan mendukung penelitian ini.

Pustaka

[1]. Bandemer, Hans & Gottwald, Siegfried. (1995). *Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, Fuzzy Methods with Applications*. Jerman: Wiley.

[2]. Farhadinia, B. (2014). Solving Fuzzy Linear Programming Problems with Linear Membership Functions-Revisited. *Caspian Journal of Mathematical Sciences*, 3(2) 317-328.

[3]. Gasimov, Rafail N. & Yenilmez, Kürsat. (2002). Solving Fuzzy Linear Programming Problems with Linear Membership Functions. *Turkish Journal of Mathematics* 26, 375-396.

[4]. Klir, George J., Clair, U. S., & Yuan, B. (1997). *Fuzzy Set Theory Foundations and Applications*. Prentice Hall, Inc. USA.

[5]. Klir, George J. & Tina, A. F. (1988). *Fuzzy Sets, Uncertainly and Information*. London: Prentice Hall. Prentice Hall, Inc. USA.

[6]. Klir, George J. & Yuan, Bo. (1995). *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic Theory and Applications*. Prentice Hall, Inc. USA.

[7]. Kumala, W. (2014). Prosedur Program Linear Fuzzy Untuk Optimasi Perencanaan Produksi. Skripsi: Universitas Maulana Malik Ibrahim.

[8]. Kusumadewi, S. & Purnomo, H. (2004). *Aplikasi Logika Fuzzy Untuk Pendukung Keputusan*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

[9]. Kusumadewi, S. (2002*). Analisis dan Desain Sistem Fuzzy Menggunakan Toolbox Matlab*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

[10]. Purba, Rivelson. (2012). Penerapan Logika Fuzzy Pada Program Linear. *Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika 2012 Universitas Negeri Yogyakarta.* Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta.

[11]. Saputro, Dinar A. M. (2016). Program Linear Fuzzy Dengan Koefisien Teknis dan Koefisien Ruas Kanan Berbentuk Bilangan Fuzzy Linear Turun dan Aplikasinya Pada Masalah Optimasi Laba PB. Guyub Rukun. Skripsi: Universitas Negeri Yogyakarta.

[12]. Silikin, F. (2011). Aplikasi Logika Fuzzy Dalam Optimasi Produksi Barang Menggunakan Metode Mamdani dan Metode Sugeno (Studi Kasus pada Industri Tahu H. Muadi). Skripsi: Universitas Negeri Yogyakarta.

[13]. Sudradjat. (2008). Dasar-dasar Fuzzy Logic. Bandung: Universitas Padjadjaran.

[14]. Suhayono. (2006). Menentukan Nilai Optimum Fungsi Obyektif Pemrograman Linear Fuzzy Dengan Metode Subgradien. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

[15]. Supranto, J. (2009). Riset Operasi untuk Pengambilan Keputusan. Jakarta: Universitas Indonesia (UI-Pers).

[16]. Susanta, B. (1994). Program Linear. Yogyakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan Direktorat Jendral Pendidikan Tinggi Proyek Pendidikan Tenaga Guru.

[17]. Trimartanti, Laila Wahyu. (2016). Penerapan Sistem Fuzzy Untuk Diagnosis Campuran Bahan Bakar dan Udara Pada Mobil F15 Gurt. Skripsi: Universitas Negeri Yogyakarta.

[18]. Widiarsi, Neswin Indara. (2016). Program Linear Fuzzy Dengan Koefisien Teknis Bilangan Fuzzy Menggunakan Metode Fuzzy Deceive Set (Studi Kasus pada UD Firdaus Magelang). Skripsi: Universitas Negeri Yogyakarta.

[19]. Wutsqa, Dhoriva U., Karyati, & Nur Insani. (2015). Mengonstruksi Program Terpakai Metode Simpleks Fuzzy Menggunakan A Mathematical Programming Language untuk Menyelesaikan Masalah Pemrograman Linear Fuzzy dan Aplikasinya Pada Bidang Ekonomi. Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta.

[20]. Zimmermann. (2001). Fuzzy Sets Theory and Its Applications Second Edition. Massachusetts: Kluwer Academic Publishers.