

PENGEMBANGAN LEMBAR AKTIVITAS MAHASISWA TOPIK TURUNAN BERDASARKAN TEORI APOS

DEVELOPING STUDENTS WORKSHEET ON TOPIC OF DERIVATIVE BASED ON APOS THEORY

Yunika Lestarianingsih¹, Darmawijoyo², Yusuf Hartono²

1)Program Studi Pendidikan Matematika Universitas PGRI Palembang

2)Program Studi Matematika Universitas Sriwijaya

E-mail : yunika.pgri@gmail.com

Abstrak

Tujuan penelitian ini adalah mengembangkan Lembar Aktivitas Mahasiswa topik Turunan berdasarkan teori APOS yang memenuhi kriteria valid, praktis, dan memiliki efek potensial terhadap pemahaman konsep matematika mahasiswa. Penelitian ini menggunakan metode *design research* tipe *development study*. Tahap *development* (pengembangan), yaitu *preliminary* dan *formative evaluation* (*self evaluation, expert review, one-to-one, small group, dan field test*). Subjek penelitian ini adalah mahasiswa Kelas 1C Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas PGRI Palembang semester ganjil tahun akademik 2014/2015 sebanyak 38 orang. Data penelitian dikumpulkan melalui *walkthrough* (*expert reviews*), dokumentasi, dan wawancara. Data dianalisis secara deskriptif kualitatif. Berdasarkan hasil analisis data diketahui bahwa Lembar Aktivitas Mahasiswa yang dikembangkan memenuhi kriteria valid, praktis, dan memiliki efek potensial terhadap kemampuan pemahaman konsep matematika.

Kata kunci: turunan, teori APOS, *development study*

Abstract

The purpose of this study was to develop student activity sheet on topic of derivative that meet the criteria of a valid, practical and have a potential effect on the mathematical concepts understanding. This study uses design method type of development study. The development phase consists of preliminary and formative evaluation (self-evaluation, expert review, one-to-one, small group, and a field test). The subjects were students of Class 1C, Department of Mathematics Education, FKIP, University of PGRI Palembang academic year 2014/2015 as many as 38 people. The research data were collected through a walkthrough (expert reviews), documentation and interviews. Data were analyzed descriptively qualitative. Based on the data analysis known that the students activities sheet developed meet the criteria of valid, practical and have a potential effect on the mathematical concept understanding.

PENDAHULUAN

Purcell, Varberg, & Rigdon (2010) menyebutkan bahwa konsep Turunan merupakan konsep matematika tingkat lanjut yang menjadi kunci dalam mempelajari Kalkulus setelah Fungsi dan Limit. Konsep Turunan dikaji pertama kali oleh dua orang dengan cara yang berbeda, yaitu *Isaac Newton* dan *Gottfried Wilhelm von Leibniz* sebagai alat untuk menyelesaikan masalah dalam Geometri dan Mekanika (Martono, 1999). Konsep Turunan

digunakan untuk menyatakan perubahan yang sangat kecil dari suatu kuantitas terhadap kuantitas lainnya (Weber, et al, 2012).

Dalam kehidupan sehari-hari, Turunan sangat banyak digunakan dalam fisika, pemodelan populasi, ekonomi, dan sebagainya (Bourne, 2013). Oleh karena itu, Turunan menjadi materi yang penting untuk dipelajari pada tingkat sekolah menengah atas dan perguruan tinggi (Orhun, 2012). Salah satu kompetensi dalam pembelajaran turunan adalah

memahami konsep turunan dan mengaplikasikannya untuk menyelesaikan masalah. Kompetensi tersebut tidak dapat dicapai dengan mudah oleh mahasiswa. Banyak mahasiswa yang mengalami kesulitan dalam memahami konsep turunan (Uygur & Ozdas, 2005; Maharaj, 2013). Kesulitan tersebut disebabkan oleh pembelajaran materi Turunan yang menekankan pada pemahaman prosedural daripada pemahaman konseptual (Tall, 1992; Makonye, 2011). Tall (1992) menyarankan bahwa dalam memahami konsep turunan, mahasiswa dapat menggunakan bantuan grafik fungsi untuk melihat perubahan gradien dan menggunakan program komputer.

Sebagai upaya untuk mencapai kompetensi dan mengatasi kesulitan mahasiswa tersebut, perlu dikembangkan Lembar Aktivitas Mahasiswa (LAM) topik turunan untuk membantu mahasiswa mengkonstruksi pemahaman konsep turunan. Salah satu teori belajar matematika yang membantu mahasiswa mengkonstruksi pemahaman konsep matematika adalah teori APOS (*Action-Process-Object-Schema*) (Dubinsky & Mc. Donald, 2001).

Teori APOS diperkenalkan oleh Ed Dubinsky pada tahun 1991. Teori ini menjelaskan bagaimana seseorang menggunakan struktur kognitif yang dimilikinya dalam mengkonstruksi pengetahuan melalui tahap aksi, proses, objek, dan skema (Brijlall & Ndlovu, 2013). Meagher, *et al* (2006) menyebutkan bahwa teori APOS membantu seseorang mengembangkan jalan pikirannya, sehingga konsep matematika yang abstrak dapat diasimilasi dan dipelajari.

Untuk mengembangkan LAM topik Turunan, mahasiswa diasumsikan telah memahami konsep-konsep pendukung, yaitu konsep fungsi, grafik fungsi, gradien garis, kecepatan rata-rata, dan limit fungsi. Pemahaman konsep turunan dapat dibangun dari pemahaman terhadap konsep-konsep pendukung tersebut (Firouzian, 2010). Oleh karena itu, konsep pendukung tersebut dapat digunakan sebagai

patokan dalam menyusun tahapan kerangka kerja teori APOS.

Pemahaman konsep fungsi, grafik fungsi, gradien garis, dan kecepatan rata-rata dapat dikategorikan dalam tahap **Aksi**. Pemahaman tentang limit fungsi dapat dikategorikan dalam tahap **Proses**. Pemahaman tentang turunan berdasarkan informasi-informasi pada tahap aksi dan proses dapat dikategorikan sebagai tahap **Objek**. Pemahaman tentang konsep turunan yang diperoleh dari tahap Aksi, Proses, dan Objek beserta skema lain yang terkait dengan turunan dapat dikategorikan dalam tahap Skema.

Kerangka kerja teori APOS untuk mengkonstruksi konsep turunan tersebut disebut dekomposisi genetik (*genetic decomposition*). Dekomposisi genetik adalah model yang digunakan untuk menjelaskan konsep matematika. Dengan dekomposisi genetik ini, mahasiswa dapat mengetahui cara mengkonstruksi suatu konsep matematika (Dubinsky & McDonald, 2001).

Menurut Skemp (Hasan, 2012) pemahaman konsep matematika dapat digolongkan berdasarkan pemahaman instrumental dan pemahaman relasional. Mahasiswa dikatakan mampu memahami secara instrumental jika ia mampu mengingat kembali hal-hal yang telah dikomunikasikan kepadanya. Hal yang termasuk dalam tingkat ini adalah pengetahuan tentang fakta dasar, istilah, ataupun hal-hal yang bersifat rutin seperti perhitungan sederhana. Tingkat selanjutnya adalah pemahaman relasional. Dalam tingkatan ini mahasiswa telah mampu menerapkan dengan tepat suatu ide matematika yang bersifat umum pada hal-hal yang khusus atau pada situasi baru.

Indikator pemahaman konsep matematika yang dikemukakan oleh Kilpatrick, *et al*, (Long, 2005; Khairani & Nordin, 2011) adalah *conceptual understanding*, *procedural fluency*, *strategic competence*, *adaptive reasoning*, dan *productive disposition*. Kemampuan *conceptual understanding* merupakan

kemampuan memahami objek matematika termasuk operasi dan relasinya. Kemampuan *prosedural fluency* merupakan kemampuan menerapkan prosedur secara tepat, efisien, dan akurat. Sedangkan kemampuan *strategic competence* merupakan kemampuan untuk merumuskan, merepresentasikan, dan menyelesaikan masalah matematika. Kemampuan untuk berpikir logis, merefleksikan, menjelaskan, dan menjustifikasi termasuk dalam kemampuan *adaptive reasoning*, dan kemampuan *productive disposition* melibatkan kemampuan untuk melihat matematika sebagai sesuatu yang bermanfaat.

Dari uraian di atas, pemahaman konsep matematika pada penelitian ini dibatasi pada aspek-aspek pemahaman konsep matematika dan pemahaman relasional. Indikator pemahaman konsep matematika meliputi kemampuan menginterpretasikan, menjelaskan, merumuskan, dan melakukan perhitungan matematis. Sementara indikator pemahaman relasional meliputi kemampuan membandingkan atau menggunakan matematika dalam konteks di dalam maupun di luar matematika.

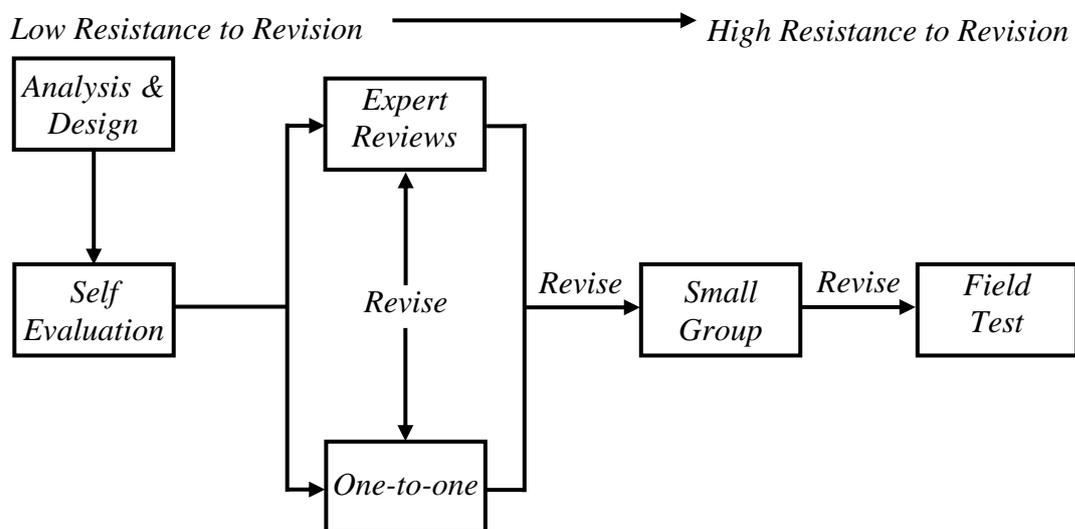
Memperhatikan uraian di atas, perlu dikembangkan LAM topik Turunan berdasarkan Teori APOS bagi mahasiswa Kelas 1C Program Studi Pendidikan Matematika Universitas PGRI Palembang.

Tujuan penelitian ini adalah mengembangkan LAM topik Turunan berdasarkan Teori APOS yang memenuhi kriteria valid, praktis, dan memiliki efek potensial terhadap pemahaman konsep matematika mahasiswa.

METODE PENELITIAN

Subjek penelitian adalah mahasiswa Kelas IC Program Studi (Prodi) Pendidikan Matematika (P. Mat) FKIP Universitas PGRI Palembang tahun akademik 2014/2015 sebanyak 38 orang yang terdiri atas 31 mahasiswa perempuan dan 7 mahasiswa laki-laki.

Metode penelitian ini adalah *design research* tipe *development study* (Akker, et.al, 2006:4). Penelitian ini mengembangkan LAM yang valid, praktis dan memiliki efek potensial terhadap pengembangan pemahaman konsep matematika mahasiswa. Penelitian pengembangan ini meliputi 2 tahap, yaitu tahap *preliminary study* (meliputi tahap analisis dan desain) dan tahap *formative evaluation* (meliputi tahap *self evaluation, expert review, one-to-one, small group, dan field test*). Teknik pengumpulan data penelitian ini adalah *walk-through, dokumentasi, dan wawancara*. Tahapan penelitian dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Alur Penelitian Formatif (*Formative Research*) (Tessmer, 1993)

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil Penelitian

1. Tahap *Preliminary Study*

Pada tahap ini dilakukan persiapan, seperti mengatur jadwal penelitian dan kerja sama dengan pihak universitas, melakukan kajian literatur tentang materi turunan dan mendesain LAM berdasarkan teori APOS. Desain LAM mengacu pada dekomposisi genetik yang dikemukakan oleh Asiala, *et al* (2001). Hasil desain awal LAM yaitu LAM terdiri atas tiga aktivitas yang dilengkapi dengan soal latihan dengan rincian sebagai berikut.

- Aktivitas 1. Mahasiswa menentukan gradien garis singgung dengan menghitung limit dari gradien garis dari dua titik yang sangat dekat.
- Aktivitas 2. Mahasiswa menentukan kecepatan sesaat dengan menghitung kecepatan rata-rata untuk selang waktu yang sangat kecil.
- Aktivitas 3, mahasiswa menentukan definisi turunan melalui gradien garis singgung dan kecepatan sesaat.

LAM dibuat dengan bantuan Program *Microsoft Excel*, yang bertujuan untuk membantu mahasiswa dalam menggambar grafik fungsi. Salah satu contoh aktivitas pada LAM (prototipe pertama) yang belum divalidasi oleh para ahli dapat dilihat pada Gambar 2.

2. Tahap *Formative Evaluation*

Self Evaluation

Pada tahap ini dilakukan evaluasi terhadap LAM yang telah didesain baik dari segi konten, konstruk, maupun bahasa yang digunakan. Pada tahap ini juga dievaluasi apakah LAM yang telah didesain sesuai dengan teori

belajar APOS. LAM yang dihasilkan ini merupakan prototipe pertama.

Expert Reviews

Validasi ahli dilakukan untuk menilai prototipe pertama untuk memperoleh LAM yang valid. Validator memberikan tanggapan berupa komentar dan saran terhadap prototipe pertama. Komentar dan saran digunakan peneliti sebagai bahan masukan untuk melakukan revisi prototipe pertama.

Validator penelitian ini adalah Dr. Abdul Qohar, M.T dari Universitas Negeri Malang, Dr. Kms. Amin Fauzi, M.Pd dari Universitas Negeri Medan, dan Samsuryadi, M.Komp, Ph. D dari Universitas Sriwijaya.

Berdasarkan tahap evaluasi ini, prototipe pertama dinyatakan valid, meskipun masih diperlukan beberapa perbaikan sesuai dengan komentar dan saran validator.

One-to-One

Pada tahap ini, LAM (prototipe pertama) diujicobakan kepada lima mahasiswa Kelas 1A Program Studi Matematika FKIP Universitas PGRI Palembang yang bukan merupakan subjek penelitian. Kelima mahasiswa tersebut berinisial WS, MS, FA, U dan EE. Berdasarkan keterangan dosen, WS berkemampuan matematika tinggi, MS dan FA sedang, dan U dan EE berkemampuan rendah.

Pada proses pembelajaran, kelima mahasiswa tersebut mengerjakan LAM secara individual. Aktivitas mahasiswa diamati, sehingga dapat disimpulkan bahwa mahasiswa dapat mengerjakan LAM, memahami cara pengoperasian *Microsoft Excel* pada LAM, meskipun masih ada beberapa mahasiswa yang mengalami kesulitan.

Aktivitas 1

Menentukan Gradien Garis Singgung dengan Menggunakan *Microsoft Excel*

Misalkan diketahui fungsi $y = -x^2 + 5x$ dengan $0 \leq x \leq 5$. Hitunglah gradien garis singgung kurva y di titik $A = (1,4)$.

Gambar 2. Aktivitas 1 pada Prototipe Pertama Sebelum Divalidasi

Pada tahap ini dilakukan observasi dan wawancara tertulis untuk mengetahui kesulitan yang dialami mahasiswa selama proses pengerjaan LAM. Selain itu kelima mahasiswa tersebut diminta untuk memberi komentar dan saran mengenai LAM turunan yang telah mereka kerjakan. Hasil wawancara menunjukkan bahwa ada mahasiswa yang mengalami kesulitan pada langkah yang menggunakan konsep gradien dan limit fungsi serta penjelasan tentang pendefinisian turunan melalui gradien garis singgung dan kecepatan rata-rata. Selain itu, ada pula mahasiswa yang tidak dapat menggambarkan grafik fungsi dengan benar.

Salah satu komentar mahasiswa terhadap LAM yaitu soal hendaknya tidak terlalu sulit, jika soal sulit ada baiknya dosen

memberi arahan/dijelaskan lebih detail. Selanjutnya komentar dan saran dari mahasiswa serta komentar dan saran validator pada tahap *expert reviews* merupakan informasi penting bagi peneliti yang dapat digunakan sebagai bahan untuk melakukan revisi terhadap prototipe pertama. Revisi ini dilakukan untuk memperbaiki kekurangan pada prototipe pertama guna menghasilkan prototipe kedua yang lebih baik. Hasil revisi prototipe pertama disebut dengan prototipe kedua. Contoh hasil revisi prototipe pertama dapat dilihat lebih jelas pada Gambar 3.

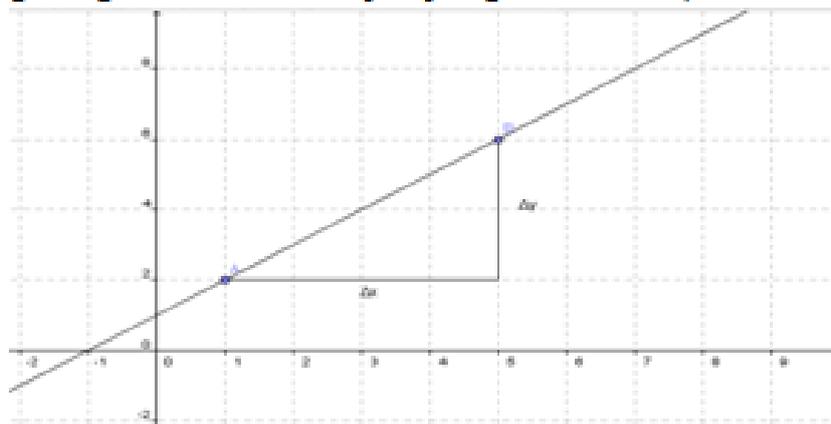
Revisi ini dilakukan berdasarkan saran dari *expert* dan komentar mahasiswa pada tahap *one-to-one* yaitu perlu ditambahkan penjelasan tentang gradien pada awal Aktivitas 1.

Aktivitas 1

Menentukan Gradien Garis Singgung

Definisi 1:

Jika diketahui titik $A(x_1, f(x_1))$ dan $B(x_2, f(x_2))$ terletak pada kurva $y = f(x)$, garis AB adalah garis yang menghubungkan kedua titik ini seperti pada gambar 1 berikut,



Gambar 1.

maka gradien garis AB adalah:

$$m_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

Permasalahan:

Misalkan diketahui fungsi $y = -x^2 + 5x$ dengan $0 \leq x \leq 5$. Hitunglah gradien garis singgung kurva y di titik $A = (1, 4)$.

Gambar 3. Prototipe Kedua (Revisi dari Prototipe Pertama)

Small Group

Tahap ini dimaksudkan untuk mengetahui kepraktisan prototipe kedua. Prototipe kedua yang dihasilkan dari dua tahap sebelumnya diujicobakan pada tanggal 13 Oktober 2014 kepada sembilan mahasiswa Kelas 1B Prodi Pendidikan Matematika FKIP Universitas PGRI Palembang yang bukan merupakan subjek penelitian. Pada tahap ini, sembilan mahasiswa tersebut dibagi ke dalam tiga kelompok dengan setiap kelompok terdiri atas tiga mahasiswa dengan kemampuan matematika yang heterogen.

Pada tahap *small group* diidentifikasi keterbacaan LAM oleh mahasiswa. Seluruh mahasiswa dapat memahami cara pengoperasian *Microsoft Excel* dan mampu mengikuti langkah-langkah pembelajaran pada LAM. Mahasiswa berdiskusi dengan anggota kelompoknya untuk mengerjakan LAM.

LAM yang telah diisi mahasiswa didokumentasikan untuk selanjutnya dianalisis. Jawaban mahasiswa pada tahap ini dievaluasi kembali, dengan tujuan untuk mengukur sejauh mana mahasiswa dapat menjawab perintah yang diberikan, dan untuk mengetahui kesulitan mahasiswa dalam mengerjakan LAM.

Setelah pembelajaran dengan menggunakan prototipe kedua, dilakukan wawancara tertulis untuk mengetahui kesulitan mahasiswa dan meminta komentar dan saran mahasiswa mengenai LAM yang telah mereka kerjakan. Hasil wawancara pada tahap ini menunjukkan bahwa mahasiswa masih mengalami

kesulitan dalam mengerjakan langkah yang terdapat pada Aktivitas 3. Hal ini disebabkan Aktivitas 3 merupakan tahap Objek dan Skema. Tahap Objek dan Skema merupakan tahap tertinggi dalam teori APOS. Pada tahap ini mahasiswa harus dapat menentukan definisi turunan dan menjelaskan pendefinisian konsep Turunan tersebut berdasarkan informasi yang diperoleh pada tahap Aksi dan Proses yang terdapat dalam Aktivitas 1 dan 2.

Komentar dan saran yang diberikan oleh mahasiswa pada tahap *small group* merupakan informasi penting yang diperlukan untuk melakukan revisi terhadap prototipe kedua. Revisi yang dilakukan pada tahap ini tidak begitu banyak. Perubahan sebelum dan sesudah revisi berdasarkan hasil uji coba *small group* dapat dilihat pada Tabel 1.

Hasil revisi prototipe kedua disebut dengan prototipe ketiga yang valid dan praktis. Kevalidan tersebut ditinjau dari aspek konten, konstruksi, dan bahasa. Konten LAM yang dikembangkan sudah sesuai dengan standar kompetensi dan kompetensi dasar. Dari segi konstruksi, LAM yang dikembangkan telah sesuai dengan langkah-langkah yang terdapat dalam teori APOS. Sedangkan kepraktisan dapat dilihat dari keterbacaan LAM oleh mahasiswa, LAM dapat digunakan untuk mempelajari materi turunan, walaupun terdapat sebagian kecil revisi dilakukan berdasarkan komentar dan saran dari mahasiswa pada tahap *small group*.

Tabel 1. Perubahan Sebelum dan Sesudah Revisi

Saran	Sebelum Revisi	Sesudah Revisi
1. Revisi langkah 8 pada Aktivitas 1 dan 2, langsung dituliskan konsep limit.	1. Jika $\Delta x \rightarrow 0$, maka nilai gradien garis AB' menuju ke suatu bilangan tertentu. Jelaskan konsep matematika yang sesuai dengan pernyataan tersebut.	1. Fenomena pada langkah 7 dapat dirumuskan secara matematis dengan menggunakan konsep limit...
2. Revisi langkah 2 Aktivitas 3, ditulis $x = c$.	2. sebagai turunan fungsi $y = f(x)$ pada titik x	2. sebagai turunan fungsi $y = f(x)$ pada titik $x = c$.

Field Test (Uji Lapangan)

Tahap uji lapangan dilakukan dengan tujuan untuk melihat efek potensial dari LAM yang dikembangkan. Efek potensial pada penelitian ini difokuskan pada aspek kognitif yaitu kemampuan pemahaman konsep matematika mahasiswa. Prototipe ketiga yang sebelumnya telah dinyatakan valid dan praktis diujicobakan pada mahasiswa Kelas 1C Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas PGRI Palembang tahun akademik 2014/2015 tanggal 18 Oktober 2014, yang dibentuk menjadi 8 kelompok dengan masing-masing kelompok terdiri atas 4 sampai 5 mahasiswa, dengan kemampuan matematika yang heterogen.

Proses pembelajaran bertujuan untuk menentukan definisi Turunan Fungsi. Pelaksanaan pembelajaran dengan menggunakan LAM berdasarkan teori APOS dalam penelitian ini memuat empat komponen, yaitu Aksi (*Action*), Proses (*Process*), Objek (*Object*), dan Skema (*Schema*). Masing-masing komponen tahap APOS yang terdapat pada LAM dijelaskan sebagai berikut.

a. Aksi

Pada Aktivitas 1 tahap Aksi, mahasiswa menggambar garis yang menghubungkan 2 titik pada suatu kurva dan menghitung gradien garis tersebut. Pembuatan kurva dilakukan dengan bantuan program komputer.

Pada Aktivitas 2 tahap Aksi, mahasiswa menghitung kecepatan rata-rata dari pergerakan sebuah mobil dalam selang waktu tertentu. Pada tahap ini, mahasiswa tidak mengalami kesulitan yang signifikan, semua kelompok dapat menghitung kecepatan rata-rata dari pergerakan sebuah mobil pada interval waktu tertentu. Dengan demikian, tahap aksi dapat dikerjakan dengan baik oleh mahasiswa.

b. Proses

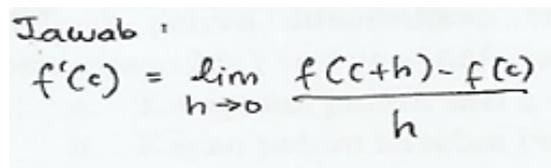
Pada Aktivitas 1 tahap proses mahasiswa mengulangi tahap aksi untuk dua

titik yang semakin mendekat. Dengan bantuan program komputer mahasiswa dapat melihat garis dari dua titik tersebut. Garis yang diperoleh dari dua titik yang selisih nilai x sangat kecil dan mendekati nol mendekati garis singgung kurva. Gradien garis tersebut dapat dihitung dengan cara melengkapi tabel yang telah disediakan.

Kemudian dari Tabel 1 terlihat bahwa gradien garis dengan selisih nilai x yang mendekati nol tersebut mendekati ke suatu bilangan tertentu, sehingga gradien garis singgung dapat ditentukan dengan menghitung nilai limit dari gradien garis untuk selisih nilai x mendekati nol. Sedangkan pada Aktivitas 2, tahap proses mahasiswa mengulangi tahap aksi yaitu menghitung kecepatan rata-rata untuk interval waktu yang semakin mengecil dan mendekati 0. Sehingga kecepatan rata-rata berubah menjadi kecepatan sesaat, yang nilainya dicari dengan cara menghitung nilai limit dari kecepatan rata-rata.

c. Objek

Tahap objek terdapat pada Aktivitas 3. Pada tahap ini, mahasiswa menentukan definisi Turunan suatu fungsi $f(x)$ di titik $x = c$. Hasil jawaban mahasiswa pada tahap ini dapat dilihat pada Gambar 5.



$$\text{Jawab : } f'(c) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h) - f(c)}{h}$$

Gambar 5. Hasil Jawaban Mahasiswa Pada Tahap Objek

d. Skema

Skema mahasiswa tentang konsep Turunan terletak pada langkah terakhir dalam Aktivitas 3. Mahasiswa menyimpulkan mengenai definisi konsep Turunan dari Aksi-Proses-Objek yang didapat dari Aktivitas 1 dan 2.

Dokumentasi yang diperoleh pada tahap uji lapangan ini berupa jawaban

mahasiswa yang dianalisis guna mengetahui efek potensial LAM topik Turunan berdasarkan Teori APOS terhadap pemahaman konsep matematika mahasiswa. Hasil analisis jawaban LAM dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Nilai Kemampuan Pemahaman Konsep Matematika Mahasiswa

Tahap APOS	Indikator	Skor	Kategori
Aksi	1. Mahasiswa merepresentasikan fungsi ke grafik fungsi	58,77%	Cukup
	2. Mahasiswa menghitung gradien garis	98,68%	Sangat Baik
	3. Mahasiswa menghitung kecepatan rata-rata	100%	Sangat Baik
Proses	1. Mahasiswa merumuskan gradien garis singgung	68,42%	Baik
	2. Mahasiswa menggunakan konteks matematika di dalam matematika	77,63%	Baik
	3. Mahasiswa merumuskan kecepatan sesaat	88,60%	Sangat Baik
	4. Mahasiswa menggunakan konteks matematika di luar matematika	92,11%	Sangat Baik
Objek	Mahasiswa merumuskan definisi turunan	94,74%	Sangat Baik
Skema	Mahasiswa menjelaskan pendefinisian turunan	62,50%	Cukup

Pembahasan

1. Tahap *Preliminary Study*

Pada tahap ini, dilakukan persiapan dan pendesainan LAM. Langkah pertama tidak terdapat kesulitan yang signifikan pada waktu melakukan kerja sama dan penjadwalan kegiatan penelitian dengan pihak perguruan tinggi. Selanjutnya dilakukan analisis kurikulum, menentukan SK dan KD, serta merumuskan tujuan pembelajaran yang dijadikan dasar untuk menyusun LAM. Selain itu, untuk keperluan *field test*, dilakukan analisis kemampuan matematika mahasiswa kelas subjek penelitian, agar kelompok mahasiswa yang terbentuk heterogen.

Pada tahap desain, telah diperoleh LAM topik Turunan berdasarkan teori APOS dengan mengacu pada dekomposisi genetik yang dibuat oleh Asiala, *et. al* (2001), yaitu bahwa konsep Turunan dapat dipelajari melalui gradien garis singgung (grafis) dan kecepatan sesaat (analitis).

2. Tahap *Formative Evaluation*

Pada tahap ini, desain LAM yang telah dihasilkan dievaluasi. Hasil evaluasi yang berupa komentar dan saran dijadikan bahan untuk melakukan revisi pada produk yang telah dihasilkan, yaitu prototipe pertama, kedua, dan ketiga.

a. Prototipe Pertama

Prototipe pertama yang telah didesain mengalami banyak revisi setelah melalui tahap *expert review* dan *one-to-one*. Salah satu hasil analisis jawaban mahasiswa pada tahap *one-to-one* adalah mahasiswa yang berkemampuan matematika tinggi dan sedang dapat menggambar grafik fungsi dengan benar. Sebaliknya, mahasiswa yang berkemampuan rendah mengalami kesulitan dalam menggambar grafik dan memerlukan waktu yang lama untuk menggambar. Kesulitan mahasiswa ini tergambar juga dari komentar mahasiswa "U" yang menyatakan bahwa untuk materi yang sulit diberikan arahan atau dijelaskan lebih detail.

Berdasarkan hasil review dilakukan revisi pada prototipe pertama pada awal Aktivitas 1 dan 2 sesuai dengan saran validator. Revisi tersebut diantaranya adalah bahwa sebelumnya, tidak ada penjelasan tentang gradien garis dan kecepatan rata-rata, setelah direvisi pada prototipe kedua ditambahkan penjelasan konsep gradien garis pada awal Aktivitas 1 dan kecepatan rata-rata pada awal Aktivitas 2. Revisi ini membuat langkah-langkah dalam aktivitas menjadi lebih ringkas dengan harapan dapat mempermudah mahasiswa dalam memahami konsep Turunan.

b. Prototipe Kedua

Prototipe kedua diujicobakan pada tahap *small group*. Dari hasil jawaban mahasiswa pada proses *small group*, terlihat bahwa secara umum mahasiswa sudah dapat mengerjakan aktivitas LAM dengan baik. Terdapat beberapa mahasiswa yang keliru dan kesulitan dalam menjawab beberapa bagian aktivitas.

Selanjutnya, berdasarkan hasil komentar yang diberikan oleh mahasiswa menunjukkan bahwa prototipe kedua dapat digunakan oleh mahasiswa dalam mempelajari konsep Turunan, tetapi masih terdapat beberapa kalimat yang belum jelas sehingga perlu diperbaiki. Hasil komentar mahasiswa ini merupakan informasi yang penting sebagai dasar untuk melakukan revisi pada prototipe kedua. Hasil revisi ini selanjutnya disebut prototipe ketiga yang berdasarkan hasil validasi melalui tahap *expert review*, *one-to-one* dan *small group*, prototipe ketiga ini dinyatakan telah valid dan praktis.

c. Prototipe Ketiga

Prototipe ketiga yang dinyatakan telah valid dan praktis diujicobakan pada tahap *field test*. Subjek penelitian pada tahap ini adalah mahasiswa Kelas 1C Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas PGRI Palembang Tahun Akademik 2014/ 2015.

Selanjutnya, untuk melihat efek potensial LAM yang dikembangkan dilakukan analisis hasil jawaban LAM. Hasil analisis jawaban LAM mahasiswa yang disajikan pada Tabel 2. Dalam hal ini digunakan dua aspek, yaitu pemahaman konsep matematika dan aspek pemahaman relasional. Aspek pemahaman konsep matematika terdiri atas empat indikator sebagai berikut.

a. Menggambar fungsi ke dalam grafik fungsi.

Pada bagian ini mahasiswa menggambar grafik fungsi yang telah diplot

dengan menggunakan program komputer di lembar jawaban. Sekilas, hal ini tampak mudah bagi mahasiswa karena konsep fungsi dan grafiknya telah dipelajari oleh mahasiswa dari tingkat dasar sampai perguruan tinggi (Mulyono, 2012). Namun, ternyata mahasiswa banyak melakukan kesalahan dalam menggambar grafik fungsi dan tidak menempatkan koordinat x dan y dengan tepat sehingga grafik yang dihasilkan salah. Skor yang didapat mahasiswa pada indikator menginterpretasikan ini sebesar 58,77% dengan kategori cukup.

Ketidakmampuan mahasiswa dalam menggambar grafik dengan benar mengindikasikan bahwa mahasiswa tersebut tidak dapat memahami konsep fungsi dan grafiknya dengan baik. Hal ini akan menjadi penghambat bagi mahasiswa tersebut dalam memahami konsep turunan. Menurut Makonye (2011) dan Maharaj (2013) pemahaman konsep fungsi dan grafiknya merupakan kemampuan dasar yang harus dimiliki oleh mahasiswa untuk dapat memahami konsep Turunan.

Dengan demikian, jika mahasiswa mengalami kesulitan dalam menggambar grafik fungsi, maka ia akan kesulitan dalam memahami konsep Turunan (Firouziyan, 2010).

b. Menghitung gradien garis singgung dan kecepatan sesaat.

Menghitung merupakan kemampuan mahasiswa dalam melaksanakan perhitungan atau menerapkan rumus pada kasus serupa. Menurut Skemp (Hasan, 2012) menghitung merupakan salah satu kemampuan dari pemahaman prosedural. Mahasiswa tidak mengalami kesulitan dalam kegiatan menghitung. Hasil skor untuk kemampuan menghitung yang merupakan bagian dari pemahaman prosedural ini merupakan skor tertinggi yaitu 98,68% untuk menghitung nilai gradien garis dan 100% untuk menghitung kecepatan rata-rata.

Dengan demikian, dapat diartikan bahwa hampir semua mahasiswa dapat melakukan perhitungan dengan sangat baik. Kemampuan mahasiswa yang sangat baik dalam melakukan perhitungan ini menunjukkan bahwa dalam pembelajaran matematika khususnya Kalkulus, mahasiswa lebih memilih pemahaman prosedural daripada pemahaman konseptual (Tall, 1992; Orhun 2012).

c. Merumuskan konsep matematika.

Pada bagian ini, ada tiga konsep matematika yang dirumuskan mahasiswa, yaitu merumuskan gradien garis singgung, merumuskan kecepatan sesaat, dan merumuskan definisi Turunan. Untuk merumuskan gradien garis singgung skor mahasiswa hanya 68,42%.

Skor yang diperoleh mahasiswa pada bagian ini tidak terlalu tinggi. Hal ini disebabkan kemampuan merumuskan merupakan bagian dari pemahaman konseptual, sedemikian sehingga mahasiswa harus dapat menggeneralisasikan sendiri algoritma. Kemampuan ini sulit bagi mahasiswa (Long, 2005). Kesulitan ini disebabkan karena mahasiswa belum terbiasa merumuskan suatu konsep matematika dan tidak memahami benar kalimat perintah pada aktivitas, atau pada saat proses pembelajaran mahasiswa belum berkonsentrasi penuh sehingga ketika diminta merumuskan gradien garis singgung. Banyak mahasiswa yang masih menuliskan rumus dari gradien garis.

Untuk merumuskan kecepatan sesaat, skor mahasiswa meningkat menjadi 88,60% dan skor tertinggi diperoleh ketika mahasiswa merumuskan definisi Turunan Fungsi, yaitu 94,74%. Perumusan turunan fungsi terdapat pada Aktivitas 3. Hasil yang sangat baik ini menunjukkan bahwa mahasiswa telah dapat belajar dari Aktivitas 1 dan 2.

d. Menjelaskan pendefinisian turunan fungsi.

Menurut Killpatrick, et al, (Long, 2005; Khairani & Nordin, 2011) indikator yang termasuk dalam kemampuan *adaptive reasoning*, merupakan dimensi keempat dari pemahaman konsep matematika. Pada bagian ini, mahasiswa menjelaskan bahwa turunan fungsi dapat diperoleh melalui dua cara, yaitu melalui gradien garis singgung (secara grafik) dan kecepatan sesaat (secara analitik). Namun, banyak mahasiswa yang hanya membuat simpulan tentang turunan, tanpa memberikan penjelasan bagaimana turunan itu didapatkan. Skor untuk indikator menjelaskan sebesar 62,50% dengan kategori baik.

Skor mahasiswa pada bagian ini mencerminkan bahwa mahasiswa masih lemah dalam menghubungkan sebab akibat yang terjadi dalam pembentukan suatu konsep. Hal ini sejalan dengan pendapat Khairani & Nordin (2011) yang menyebutkan bahwa mahasiswa sulit dalam membuat hubungan antartopik matematika.

Aspek kedua adalah pemahaman relasional matematika dengan indikator-indikator sebagai berikut.

a. Mahasiswa menggunakan konteks matematika di dalam matematika

Pada bagian ini, mahasiswa menggunakan konsep Fungsi, gradien garis dan Limit Fungsi untuk menentukan gradien garis singgung. Kesalahan mahasiswa pada indikator ini adalah mahasiswa tidak dapat menggunakan konsep fungsi, gradien garis dan limit fungsi dengan benar dalam menentukan gradien garis singgung. Hal ini dapat terjadi karena pemahaman mahasiswa tentang konsep fungsi dan grafiknya, gradien garis, dan kaitannya dengan konsep limit fungsi dalam mengkonstruksi konsep gradien garis singgung masih lemah. Skor mahasiswa untuk indikator ini adalah sebesar 77,63%.

b. Mahasiswa menggunakan matematika di luar konteks matematika

Pada bagian ini mahasiswa menggunakan konsep Fungsi, kecepatan rata-rata dan limit fungsi untuk menghitung kecepatan sesaat, kecepatan sesaat merupakan konteks pada bidang fisika. Skor mahasiswa untuk indikator ini adalah sebesar 92,11%.

Dengan demikian, berdasarkan penjelasan tersebut, maka dapat dilihat bahwa penggunaan LAM Turunan yang telah dikembangkan berdasarkan teori APOS di Kelas 1C Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas PGRI Palembang tahun akademik 2014/2015, memiliki efek potensial terhadap pemahaman konsep matematika mahasiswa, khususnya untuk konsep Turunan.

SIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil penelitian, maka dapat disimpulkan bahwa telah dihasilkan Lembar Aktivitas Mahasiswa (LAM) Turunan berdasarkan teori APOS yang valid dan praktis bagi mahasiswa dengan menggunakan metode pengembangan yang terdiri atas tahap analisis, desain, evaluasi, dan revisi. LAM topik Turunan berdasarkan teori APOS ini telah memenuhi kategori diitnjau dari aspek konten, konstruksi, dan bahasa. Untuk aspek konten, LAM yang dikembangkan telah sesuai dengan kompetensi dasar materi Turunan yang ada pada kurikulum di perguruan tinggi. Untuk aspek konstruksi, LAM yang telah dikembangkan telah sesuai dengan Teori APOS, yaitu Aktivitas 1 dan 2 merupakan kegiatan yang membimbing mahasiswa pada tahap Aksi dan Proses untuk memahami konsep Turunan, dan Aktivitas 3 merupakan kegiatan mahasiswa dalam membentuk objek yaitu mahasiswa menentukan definisi Turunan, serta skema yang tergambar pada saat mahasiswa mampu menjelaskan pendefinisian turunan. Sedangkan aspek bahasa terlihat dari bahasa yang digunakan pada LAM yang telah

dikembangkan, yaitu penyusunan LAM telah sesuai dengan EYD dan tidak ada kalimat yang menimbulkan penafsiran ganda.

Sedangkan kepraktisan LAM terlihat dari hasil kegiatan *small group* dan komentar dari mahasiswa yang menunjukkan bahwa mahasiswa dapat menggunakan LAM yang telah dikembangkan tersebut untuk memahami definisi turunan.

Selanjutnya, berdasarkan hasil uji lapangan (*field test*), disimpulkan bahwa LAM yang dikembangkan memiliki efek potensial terhadap pemahaman konsep matematika mahasiswa kelas 1C Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas PGRI Palembang Tahun Akademik 2014/2015. Hal ini terlihat pada saat mahasiswa melakukan pembelajaran dengan menggunakan LAM. Mahasiswa dapat menginterpretasikan fungsi ke dalam bentuk grafik, melakukan kegiatan perhitungan gradien garis dan kecepatan rata-rata dengan sangat baik, dapat merumuskan gradien garis singgung, kecepatan sesaat dan turunan, dan dapat menggunakan konteks fungsi dan limit fungsi dalam menentukan gradien garis singgung dan kecepatan sesaat.

Berdasarkan hasil penelitian ini, disarankan bahwa perangkat pembelajaran ini, yaitu LAM topik turunan yang dikembangkan berdasarkan teori APOS dapat digunakan sebagai alternatif dalam pembelajaran matematika.

DAFTAR PUSTAKA

- Akker, V.J.D. 2006. Principles and Methods of Development Research (Eds). *Design Approaches and Tools in Education and Training*. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.
- Anderson, L. W., & Krathwohl, D. R. 2001. *A Taxonomy for Learning Teaching and Assessing*. New York: Longman.
- Asiala, *et al.* 1997. *A Framework for Research and Curriculum Development in Undergraduate Mathematics*

- Education*. Diakses tanggal 8 Maret 2014. dari <http://www.math.wisc.edu/~wilson/Courses/Math903/APOS-Overview.pdf>.
- Asiala, *et al.* 2001. *The Development of students' graphical understanding of the derivative graphical*. Diakses tanggal 8 Maret 2014 dari <http://homepages.ohiodominican.edu/~cottrilj/graph-deriv.pdf>.
- Bourne, M. 2013. *The Derivative as an Instantaneous Rates of Change*. Diakses tanggal 13 Mei 2014 dari <http://www.intmath.com/differentiation/4-derivative-instantaneous-rate-change.php>.
- Brijlall, D., & Ndlovu, Z. 2013. High school learners' mental construction during solving optimisation problems in calculus: a south african case study. *South African Journal of Education*, 33(2), 1-18.
- Brijlall, D., & Maharaj, A. 2008. *Applying APOS Theory as a Theoretical Framework For Collaborative*. Diakses tanggal 11 April 2014 dari <http://tsg.icme11.org/document/get/857>.
- Dubinsky, E., & Mc. Donald, M.A. 2001. *APOS: A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research*. Diakses tanggal 8 Maret 2014 dari <http://www.math.kent.edu/~edd/ICMIPa.per.pdf>. Diakses tanggal 8 Maret 2014.
- Firouzian, S., S. 2010. *Correlations Between Students' Multiple Ways of Thinking About The Derivative and Their Abilities to Solve Applied Derivative Problems*. Diakses tanggal 4 September 2014 dari <http://umaine.edu/center/files/2011/10/FirouzianThesis.pdf>.
- Hasan, Q.A. 2012. Rekonstruksi Pemahaman Konsep Pembagian pada Siswa Berkemampuan Rendah. *Prosiding SNMPM Universitas Sebelas Maret 2012*. Surabaya: Universitas Sebelas Maret.
- Khairani, A.Z., & Nordin, S.M. (2011). The development and construct validation of the mathematics proficiency test for 14-year-old students. *Asia Pacific Journal of Educators and Education*, 26(1), 33-50.
- Long, C. 2005. Maths concepts in teaching: procedural and conceptual knowledge. *Phythagoras*, 62, 59-65.
- Maharaj, A. 2007. Using a task analysis approach within a guided problem solving model to design mathematical learning activities. *Phythagoras*, 66, 34-42.
- , 2013. An APOS analysis of natural science students' understanding of derivatives. *South African Journal of Education*, 33(1), 1-16.
- Makonye, J, P. 2011. *Learners Mathematical Errors in Introductory Differential Calculus Tasks: A study of misconception in the senior school certificate examinations*. Diakses tanggal 19 Oktober 2013 dari <https://ujdigispace.uj.ac.za/bitstream/handle/10210/6788/Makonye.pdf?sequence=1>.
- Martono, K. 1999. *Kalkulus*. Jakarta: Erlangga.
- Mulyono. 2012. Pemahaman mahasiswa field dependent dalam merekonstruksi konsep grafik fungsi. *Jurnal Kreano*, 3(1), 49-59.
- Orhun, N. 2012. Graphical understanding in mathematics education: derivative function and students difficulties. *Procedia-Sosial and Behaviour Sciences*, 55, 679-684.
- Purcell, E.J., Varberg, D., & Rigdon, S.E. 2010. *Kalkulus Jilid 1*. Jakarta: Erlangga.
- Tall, D. 1992. *Students' Difficulties in Calculus*. Diakses tanggal 9 Juni 2013 dari homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdf5/dot1993k-calculus-wg3-icme.pdf.

Tessmer, M. 1993. *Planning and Conducting Formative Evaluations*. Philadelphia: Kogan Page.

Tziritas, M. 2011. APOS Theory as a Framework to Study the Conceptual Stages of Related Rates Problems.

Thesis. Diakses tanggal 8 Agustus 2013 dari http://spectrum.library.concordia.ca/36027/1/Tziritas_MTM_F2011.pdf.

Weber, E., *et al* 2012. Introducing derivative via the calculus triangle. *Mathematics Teacher*, 104(4), 274-278.