



## **Analisis Proses Berpikir Aljabar**

**Cahyaningtyas<sup>1</sup>, Dian Novita<sup>2\*</sup>, Toto<sup>3</sup>**

<sup>123</sup> Pascasarjana Universitas Negeri Malang, Jl. Semarang No 5 Malang, Indonesia.

\* Korespondensi Penulis. E-mail: [dc.novita@gmail.com](mailto:dc.novita@gmail.com)

### **Abstrak**

Penelitian ini merupakan studi pendahuluan yang bertujuan untuk mendeskripsikan proses berpikir aljabar siswa kelas VII di MTs Surya Buana Malang. Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif. Subjek dikelompokkan dalam tiga kategori, yaitu kemampuan matematika tinggi, sedang, dan rendah. Data diperoleh berdasarkan hasil tes yang dianalisis berdasarkan proses berpikir aljabar siswa. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa siswa sering mengalami kesulitan dalam memperoleh informasi dari soal yang diberikan sehingga siswa kesulitan dalam memprediksi pola dan *chunking* informasi. Faktor penyebabnya adalah siswa kurang terbiasa dengan jenis soal non rutin. Selain itu, siswa juga mengalami kesulitan dalam menjelaskan aturan untuk menentukan atau mencari pola selanjutnya. Faktor penyebabnya adalah kurangnya kemampuan siswa dalam merepresentasikan apa yang diketahui ke dalam model matematika (persamaan dan gambar), penggunaan simbol matematika, dan operasi aljabar. Kesulitan yang dialami siswa mempengaruhi siswa dalam menggambarkan atau menjelaskan perubahan dan membenarkan aturan berdasarkan representasi yang lainnya.

**Kata Kunci:** berpikir, proses berpikir, berpikir aljabar

## ***Analysis of Student Algebra Thinking Process***

### ***Abstract***

*This research is a preliminary study that aims to describe the algebraic thinking process of seventh grade students at MTs Surya Buana Malang. This research is a qualitative descriptive study. Subjects are grouped into three categories, namely high, medium and low math abilities. Data were obtained based on the results of tests analyzed based on the students' algebraic thinking process. The results of this study indicate that students often experience difficulties in obtaining information from the given questions so that students have difficulty in predicting patterns and chunking information. The contributing factor is that students are not familiar with the types of non-routine questions. In addition, students also experience difficulties in explaining the rules to determine or look for the next pattern. The contributing factor is the lack of students' ability to represent what is known into mathematical models (equations and pictures), the use of mathematical symbols, and algebraic operations. Difficulties experienced by students affect students in describing or explaining change and justifying rules based on other representations.*

**Keywords:** *thinking, thinking process, thinking algebra*

## PENDAHULUAN

Aktivitas sehari-hari yang dilakukan manusia tidak terlepas dari aktivitas berpikir. Berpikir melibatkan proses memanipulasi informasi secara mental, seperti membentuk konsep-konsep abstrak, menyelesaikan beragam masalah, mengambil keputusan dan melakukan refleksi kritis atau menghasilkan gagasan kreatif (King, 2010). Matematika sendiri juga tidak bisa dilepaskan dari proses berpikir. Hal tersebut senada dengan yang diutarakan oleh Hudojo (1990) bahwa ketika siswa belajar matematika maka siswa juga melakukan proses berpikir. Salah satu berpikir yang sering dilakukan saat seseorang belajar matematika adalah berpikir aljabar.

Blanton & Kaput (2005) mendefinisikan pemikiran aljabar sebagai "kebiasaan pikiran" yang memungkinkan siswa untuk mengidentifikasi dan mengekspresikan struktur dan hubungan matematika, seperti struktur dalam ekspresi aritmatika dan simbolik (Radford, 2000), hubungan dalam pola numerik dan geometri (Mulligan & Mitchelmore, 2009; Warren & Cooper, 2008), dan struktur numerik dan geometri dalam tabel, grafik, dan garis bilangan (Carraher, Schliemann, Brizuela, & Earnest, 2006). Dalam studi sebelumnya, Driscoll, Zawojeski, Humez, Nikula, Goldsmith, & Hammerman (2003) menyatakan bahwa ada tiga kebiasaan dasar pikiran aljabar: melakukan dan membatalkan proses matematis, mengidentifikasi dan merepresentasikan aturan-aturan fungsional, dan memikirkan komputasi secara terpisah dari angka-angka tertentu.

Kamol & Ban Har (2010) menyatakan bahwa berpikir aljabar merupakan alat untuk belajar matematika khususnya dalam belajar matematika aljabar. Berpikir aljabar sendiri menurut Kieran (2004) sebagai "*the use of any of a variety of representations that handle quantitative situations in a relational way*". Sedangkan Swafford & Langrall (2000) mendefinisikan berpikir aljabar adalah "kemampuan untuk beroperasi pada kuantitas yang tidak diketahui seolah-olah jumlahnya diketahui, berbeda dengan berpikir aritmetika yang melibatkan operasi pada jumlah yang diketahui". Pemikiran aljabar dapat dianggap sebagai "kemampuan untuk mewakili situasi kuantitatif sehingga hubungan antar variabel menjadi nyata". Indikasi berpikir aljabar menurut Driscoll, et al. (2003) adalah mengelompokkan informasi, memprediksi pola,

chunking informasi, menggambarkan aturan, representasi yang berbeda, menggambarkan perubahan, membenarkan aturan.

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan oleh Tanisli & Kose (2013) terhadap guru *pre-service* yang bertujuan untuk mengevaluasi kemampuan guru matematika dasar dan membahas dan menyelidiki proses berpikir siswa tentang konsep variabel, persamaan dan persamaan, untuk memprediksi kesulitan dan kesalahpahaman siswa. Hasil tersebut mengungkapkan bahwa terdapat contoh kesalahan yang dilakukan oleh siswa. Misalkan persamaan pertama adalah  $4x - 1 = 0$ . Terdapat kesalahan ketika siswa diminta untuk menentukan nilai  $x$  dalam persamaan tersebut, seperti  $4x = 1$  maka  $x = 1 - 4$  sehingga  $x = -3$ . Tanisli & Kose (2013) menyatakan bahwa, memecahkan persamaan ini, siswa pada umumnya membuat kesalahan  $4x = 1$ ,  $x = 1 - 4$ , yang disebut "*The Other Inverse Error*", dan mereka berfokus pada kebalikan dari operasi penambahan, bukan kebalikan dari pengoperasian perkalian. Selain itu, kesalahan lain yang sering dilakukan oleh siswa adalah kesalahan dalam merepresentasikan permasalahan matematika ke model matematika, dalam hal ini berkaitan dengan ekspresi menyederhanakan. Misalkan  $2 + 3x$  menyamakan dengan  $5x$ . Menurut Tabach & Friedlander (2017) kebiasaan seperti ini dikaitkan dengan keinginan siswa untuk menggunakan ekspresi aljabar sebagai "hasil tertutup" dengan cara yang sama dalam memperoleh hasil akhir perhitungan seperti  $2 + 3 = 5$ .

Proses berpikir itu sendiri dapat dilihat atau dianalisis ketika siswa menuliskan proses pengerjaan tes tulis yang berkaitan dengan materi aljabar. Hal tersebut sesuai dengan pernyataan Blanton & Kaput (2011) berpikir aljabar adalah suatu proses dalam diri siswa dalam menggeneralisasi ide-ide atau gagasan matematika dari suatu contoh sehingga dalam menyusun generalisasi tersebut diungkapkan melalui tulisan atau percakapan (argumentasi) dan mengekspresikannya sesuai dengan tingkatan usianya. Proses berpikir aljabar siswa yang diungkapkan melalui tulisan dalam proses pengerjaan tes tertulis tersebut, maka dapat dilihat pula komunikasi matematis siswa secara tertulis. Setiap simbol matematika mempunyai makna yang pasti dan disepakati untuk semua orang. Sebagai contoh simbol bilangan bulat 9, simbol penghitung  $+$ ,  $x$ ,  $-$ , dan aljabar  $\leq \{...\}$  dipahami oleh siswa yang belajar matematika.

Penggunaan simbol ini sering dijumpai saat seseorang melakukan proses berpikir aljabar dalam belajar matematika. Pernyataan tersebut sesuai dengan definisi berpikir aljabar sebagai kemampuan penggunaan salah satu dari representasi untuk menyelesaikan situasi kuantitatif dengan cara relasional dengan penggunaan simbol (Kieran, 2004; Inganah & Subanji, 2013). Simbol yang dimaksud dalam hal ini dapat berupa huruf maupun gambar yang digunakan sebagai pendukung kemampuan mengenal aljabar.

Proses berpikir aljabar yang dimaksud dalam penelitian ini adalah proses mengelompokkan informasi terkait dengan masalah aljabar, kemudian memprediksi pola berdasarkan informasi yang telah di cari dengan memilah-milah berdasarkan potongan informasi yang diperoleh. Selanjutnya menggambarkan aturan dari contoh atau permasalahan yang diberikan yang direpresentasikan dalam hal yang berbeda. Pada konteks ini representasi yang dimaksud adalah dalam penggunaan simbol, notasi dan model matematika/persamaan, grafik, gambar, tabel, atau sebagainya.

Penelitian sebelumnya yang terkait dengan materi aljabar telah banyak dilakukan, namun hanya berfokus pada kegiatan diagnostik untuk menemukan jenis kesalahan dan letak kesulitan siswa pada materi tersebut. Misalnya, penelitian yang dilakukan oleh Kusaeri (2013) terkait kesalahan konsepsi yang dilakukan oleh siswa SMP pada materi aljabar. Retnawati (2017), Kartianom (2017), dan Kartianom & Mardapi (2018) menemukan bahwa kesulitan siswa pada materi aljabar terkait dengan materi relasi dan fungsi. Disisi lain, penelitian yang berkaitan dengan analisis berpikir aljabar siswa belum banyak dilakukan. Penelitian terkait hal tersebut masih dilakukan oleh peneliti-peneliti dari luar Indonesia. Misalnya, Blanton, M, Stephens, Knuth, Gardiner, & Isler (2014) terkait progres pembelajaran anak dalam berpikir aljabar, dan Blanton, M., et al. (2015) terkait perkembangan pemikiran aljabar siswa. Selain itu, beberapa hasil temuan dari penelitian sebelumnya juga banyak yang berkaitan dengan kesulitan siswa dalam materi aljabar.

Berdasarkan uraian di atas diperoleh informasi penting bahwasanya kesulitan matematika siswa di Indonesia sebagian besar terkait dengan materi aljabar. Hal ini menjadi sangat penting untuk ditindaklanjuti, dalam hal ini mengetahui proses berpikir siswa. Oleh karena itu, tujuan dari penelitian ini tidak lain

adalah untuk mendeskripsikan proses berpikir aljabar siswa SMP/MTs di kelas VII.

## METODE

### Jenis Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan proses berpikir siswa pada materi aljabar.

### Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan di kelas VIII SMP Surya Buana Malang. Waktu pelaksanaan penelitian ini dimulai dari tanggal 19 Maret 2018. Penelitian ini menyesuaikan dengan jadwal mata pelajaran matematika yang ada di kelas VIII SMP Surya Buana Malang.

### Populasi dan Sampel Penelitian

Populasi penelitian ini adalah seluruh siswa SMP Surya Buana Malang. Sampel dalam penelitian ini adalah siswa kelas VIII di SMP Surya Buana Malang. Sampel dipilih dengan menggunakan teknik *purposive sampling* dengan tipe *maximal variation purposive*. *Maximal variation purposive* menurut Creswell (2012) adalah strategi *purposive sampling* dengan cara mengambil kasus atau individu berbeda berdasarkan ciri khas atau karakteristik tertentu. Karakteristik tersebut adalah kategori siswa yang memiliki kemampuan matematika tinggi, sedang, dan rendah. Pengelompokan kemampuan tersebut berdasarkan informasi yang telah diberikan oleh guru mata pelajaran matematika.

### Data Penelitian

Data yang dikumpulkan dalam penelitian ini dalam bentuk kualitatif. Data diperoleh berdasarkan hasil tes dengan memberikan lembar tes kepada siswa.

### Instrumen Pengumpul Data

Instrumen pengumpul data yang digunakan dalam penelitian ini adalah instrumen tes. Instrumen tes yang digunakan dalam bentuk essay sebanyak dua butir. Soal tersebut termasuk dalam jenis soal non rutin yang berkaitan dengan materi persamaan linier dua variabel. Soal-soal tersebut telah disesuaikan dengan indikator yang telah dibuat. Poin pertama berkaitan dengan cara siswa mengelompokkan informasi yang ada, memprediksi pola, mengambil potongan informasi yang diberikan, dan menggambarkan aturan yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan tersebut. Poin kedua, siswa diminta untuk membuat representasi lain dalam bentuk gambar dengan syarat pola harus sesuai dengan permasalahan

yang diberikan pada poin pertama beserta model matematika.

Indikator yang digunakan untuk melihat proses berpikir aljabar siswa disajikan pada Tabel 1 (Driscoll, et al., 2003).

Tabel 1. Proses Berpikir Aljabar

Indikator	Deskripsi
Mengelompokan Informasi	Berpikir dicirikan dengan kemahiran Mengorganisir Informasi dengan cara yang berguna untuk mengungkap pola, hubungan, dan aturan yang menentukannya
Chunking Informasi (Potongan Informasi)	Berpikir dicirikan oleh kemahiran dalam mencari pengulangan potongan informasi yang mengungkapkan bagaimana sebuah pola bekerja
Memprediksi Pola	Berpikir dicirikan oleh kemampuan dalam menemukan dan memahami keteraturan dalam situasi tertentu
Menggambarkan Aturan	Berpikir dicirikan oleh kemampuan dalam menggambarkan langkah-langkah prosedur atau peraturan secara eksplisit atau rekursif tanpa masukan khusus
Representasi yang berbeda	Berpikir dicirikan oleh kemampuan dalam memikirkan dan mencoba Representasi Masalah yang berbeda untuk menemukan perbedaan informasi tentang masalah tersebut
Menggambarkan Perubahan	Berpikir dicirikan dengan kemampuan dalam Menggambarkan Perubahan dalam suatu proses atau hubungan secara eksplisit sebagai hubungan fungsional antar variabel
Membenarkan Aturan	Berpikir dicirikan oleh kemampuan untuk membenarkan mengapa sebuah peraturan bekerja untuk sejumlah orang

#### Teknik Analisis Data

Setelah data telah diperoleh, data dianalisis dengan memperhatikan proses

berpikir aljabar dari hasil lembar tes tertulis siswa sesuai dengan indikator yang telah dibuat.

#### HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian telah dilakukan pada tanggal 19 Maret 2018 di kelas VIII SMP Surya Buana Malang. Satu kelas terdiri dari 26 siswa perempuan. Penelitian telah dilaksanakan dalam waktu satu hari dengan membagikan lembar tes kepada siswa. Siswa diberikan waktu 50 menit untuk menyelesaikan tes dan 40 menit untuk melakukan wawancara. Saat pelaksanaan tes ada beberapa siswa bertanya mengenai soal yang ada pada lembar tes. Siswa lebih banyak menanyakan terkait butir soal nomor 2. Pertanyaan siswa tersebut disajikan di bawah ini.

*"...Bu, itu soal nomor 2 maksudnya kita disuruh buat soal lagi lalu kita jawab, begitukah Bu?". (S1)*

*"...Iya, dengan memisalkan paku yang diperlukan dengan p dan figura dimisalkan dengan t. Polanya atau syaratnya hampir sama ya seperti nomor 1". (IG)*

*"...Baik Bu". (S1)*

Selama proses siswa menyelesaikan tes yang diberikan, peneliti berkeliling untuk mengamati proses siswa menyelesaikan tes. Pada umumnya siswa merasa kesulitan dalam memperoleh informasi dari gambar yang diberikan di lembar tes. Terdapat dua siswa yang cukup mampu untuk memperoleh informasi dari gambar yang ada pada lembar tes dan untuk 24 siswa lainnya masih memperoleh informasi. Namun, dua siswa yang cukup mampu untuk memperoleh informasi tersebut juga mengalami kesulitan dalam menuliskan jawaban yang mereka maksudkan. Hal tersebut ditandai dengan siswa seringkali menghapus dari jawaban yang telah mereka tuliskan sebelumnya agar sesuai dengan jawaban yang mereka maksudkan. Siswa lainnya menuliskan jawaban mereka dengan mendeskripsikan informasi yang mereka peroleh. Kesulitan siswa tersebut dialami ketika siswa menyelesaikan soal pada nomor satu. Butir soal nomor 2, hanya terdapat satu siswa yang mampu menyelesaikan dengan cukup baik. Hal tersebut dikarenakan siswa telah memahami pola pada gambar di soal tersebut meskipun dalam jawaban tersebut masih terdapat ketidaksesuaian dengan apa yang diperintahkan. Siswa lainnya mengalami kesulitan dalam membuat representasi bentuk yang lain berdasarkan perintah yang diberikan

pada butir soal nomor 2 dengan mengingat pola atau aturan hampir sama seperti pada butir soal nomor 1.

Berdasarkan temuan tersebut maka peneliti mengelompokkan dua tipe siswa dalam proses berpikir aljabar siswa. Tipe pertama, yaitu tipe sedang dengan ditandai siswa mampu menyelesaikan tes berdasarkan indikator proses berpikir aljabar. Tipe kedua, yaitu siswa mampu menyelesaikan tes sesuai dengan beberapa indikator proses berpikir aljabar siswa. Tipe tinggi terdiri dari 2 siswa dan tipe rendah terdiri dari 24 siswa. Berdasarkan tipe tersebut diambil satu siswa dari setiap tipe.

Hasil dari penyelesaian siswa KHA dari tipe sedang disajikan pada Gambar 1, yakni jawaban pada butir soal nomor 1. Proses berpikir aljabar yang pertama sesuai dengan indikator yang telah dibuat adalah mengelompokkan informasi. Saat mengelompokkan informasi, siswa telah menuliskan informasi yang diperoleh dari soal yang diberikan dengan menuliskan diketahui 3 figura = 10 paku.  $3x = 10y$ . Simbol  $x$  yang dimaksudkan siswa adalah permisalan dari figura dan simbol  $y$  merupakan permisalan dari paku.

**Jawab :**  
 Diket : 3 Figura = 10 paku  
 $3x = 10y$   
 Ditanya : 4? = ...y ?  
 Dijawab :  
 $3x = 10y$   
 $4x = ...y ?$   
 $= 1x = 4y$   
 $2x = 7y$   
 $3x = 10y$   
 $4x = 13y$   
 = 4 Figura membutuhkan paku sebanyak 13 buah

Annotations:  
 - Red oval around "3 Figura = 10 paku" and " $3x = 10y$ " points to "Mengelompokkan informasi".  
 - Red oval around "4? = ...y ?" points to "Chunking Informasi".  
 - Red box around the final equations points to "Memprediksi Pola".

Gambar 1. Jawaban Siswa untuk Butir Soal Nomor 1

Hal ini juga diperkuat dengan pernyataan siswa saat diwawancara mengenai hasil pekerjaannya pada butir soal nomor 2.

"...simbol atau huruf  $x$  dan  $y$  ini maksudnya untuk apa dek?". (IG)

"...di soal kana ada dua yang diketahui. Pertama figura dan yang kedua paku. Jadi untuk yang figura saya misalkan  $x$  dan untuk yang paku saya misalkan dengan  $y$ ". (KHA)

Untuk mengetahui lebih dalam bagaimana siswa memperoleh informasi bahwa 3 figura memerlukan 10 paku agar figura dapat tergantung di dinding, maka dilakukan wawancara lanjutan secara mendalam seperti yang ada di bawah ini.

"...lalu, adek kan menuliskan 3 figura = 10 paku atau dituliskan dengan  $3x = 10y$ . Bagaimana adek bisa tahu kalau 3 figura memerlukan 10 paku agar dapat tergantung di dinding?". (IG)

"...dari gambar yang ada di soal Bu. Saya menghitung satu per satu. Jadi kalau figura yang pertama kan perlu 4 paku, selanjutnya figura kedua cuma

perlu 3 buah paku begitu juga untuk paku ketiga Cuma perlu tiga paku. Kemudian saya jumlahkan paku diperlukan dari figura pertama sampai figura ketiga dan totalnya ada 10 paku". (KHA)

"...kenapa pada figura kedua sama ketiga hanya memerlukan 3 paku?". (IG)

"...karena pada sudut figura kedua dan ketiga sudah ikut tertempel dengan paku pada figura sebelumnya". (KHA)

"...kalau misalkan ibu jawab figura pertama memerlukan 3 paku karena sudut sebelah kiri figura pertama sudah tertempel oleh satu paku, figura kedua juga perlu 3 paku, dan figura ketiga juga hanya perlu 3 paku saja. Totalnya juga ada 10 paku yang dibutuhkan untuk menempelkan 3 figura di dinding. Kalau seperti itu apakah benar juga?". (IG)

"...benar juga bu. Berarti kan memang benar kalau 3 figura butuh 10 paku agar menempel di dinding. Tapi kalau 1 sudut sebelah kiri figura pertama sudah menempel 1 paku lalu figura pertama

*hanya perlu 3 paku saya kurang tahu Bu". (KHA)*

Berdasarkan hasil wawancara mendalam dapat disimpulkan bahwa siswa kurang memahami informasi yang ada pada soal dan gambar yang diberikan dengan baik.

Indikator kedua yaitu, *chunking* informasi. *Chunking* informasi ini diperlihatkan melalui kemahiran dalam mencari pengulangan potongan informasi yang mengungkapkan bagaimana sebuah pola bekerja. Siswa menuliskannya dengan " $4x = \dots y$ ". Seharusnya siswa menuliskan " $4 \rightarrow y$ ", dimana  $y$  merupakan bilangan dari banyaknya paku yang akan dicari untuk menempelkan 4 figura pada pola selanjutnya.

Indikator ketiga dan keempat, yaitu tentang memprediksi pola dan menjelaskan aturan. Siswa menuliskan prediksi pola untuk menyelesaikan soal pertama, yaitu dengan menuliskan seperti di bawah ini.

- 1x 4y : untuk figura pertama
- 2x 7y : untuk figura kedua
- 3x 10y : untuk figura ketiga
- 4x 13y : untuk figura keempat

Untuk mengetahui maksud dari jawaban siswa tersebut maka dilakukan wawancara mendalam untuk memperjelas jawaban dari siswa tersebut. Berikut disajikan transkrip wawancara mengenai maksud jawaban siswa tersebut di bawah ini.

*"...maksud jawabannya ini seperti apa dek?". (IG)*

*"...seperti yang saya jelaskan tadi Bu, figura yang pertama kan perlu 4 paku jadi saya tuliskan seperti ini " $1x = 4y$ ", selanjutnya figura kedua cuma perlu 3*

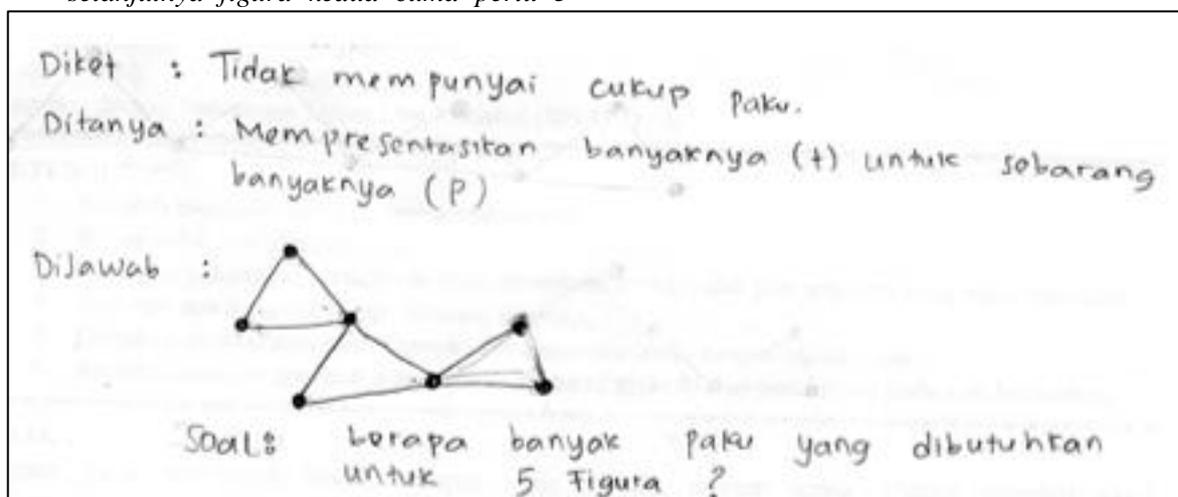
*buah paku saya tuliskan " $2x = 7y$ " begitu juga untuk seterusnya bu... jadi kalau ada 4 figura maka banyaknya paku yang diperlukan saya tuliskan seperti ini " $4x = 13y$ " jadi ada 13 paku yang diperlukan untuk menempelkan 4 figura di dinding". (KHA)*

Berdasarkan penjelasan siswa melalui wawancara mendalam di atas siswa berkeinginan menuliskan dengan cara perbandingan senilai. Akan tetapi, ketika siswa sebelumnya telah memisalkan bahwa "*figura = y*" dan "*paku = x*", maka jika dituliskan seperti itu tidak akan memiliki arti. Artinya, siswa belum mengerti atau memahami bahwa huruf yang digunakan oleh siswa adalah suatu variabel. Artinya variabel tersebut merupakan nilai yang perlu dicari dari sesuatu yang disimbolkan. Seharusnya, jika siswa memisalkan "*figura = y*" dan "*paku = x*" maka dapat menuliskannya seperti di bawah ini.

Figura (y)	Paku (x)
1	4
2	7
3	10
4	13

Jadi, paku yang diperlukan untuk menempelkan 4 figura di dinding sebanyak 13 buah paku.

Selanjutnya, untuk indikator kelima dan keenam, yaitu membuat representasi berbeda dan menggambarkan perubahan. Siswa mampu membuat representasi lain yang berbeda tetapi syarat atau pola yang digunakan hampir sama dengan pola atau syarat pada soal pertama. Hal tersebut ditunjukkan pada Gambar 2.

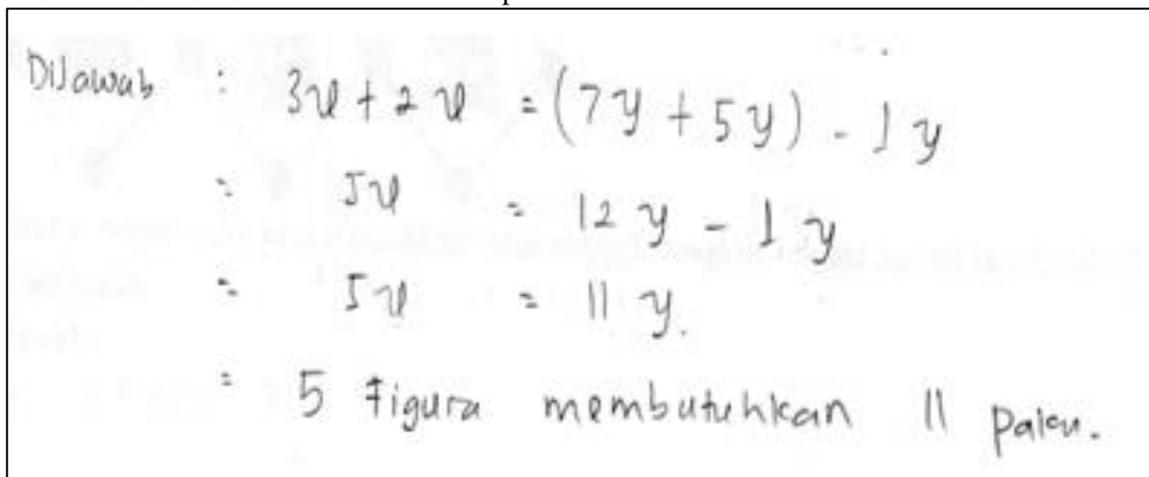


Gambar 2. Jawaban Siswa KHA untuk Butir Soal Nomor 2

Siswa menggambarkan perubahan figura dengan bentuk segitiga dan satu sudut pada salah satu segitiga menempel pada paku yang sama (1 paku). Kemudian siswa mencoba untuk mencari paku yang diperlukan untuk 5 figura dengan pola yang KHA telah buat.

Indikator terakhir, yaitu membenarkan aturan. Membenarkan aturan ini maksudnya siswa menggunakan pola yang telah siswa buat sendiri untuk menentukan atau mencari pola

selanjutnya. Hasil pekerjaan siswa ditunjukkan pada Gambar 3, dimana siswa melakukan kesalahan dalam menuliskan apa yang diketahui dari representasi yang telah dibuat. Seperti 1 figura = 1 paku, padahal pada 1 figura memerlukan 2 paku, 1 paku pada sudut lainnya telah digunakan untuk 2 figura (berdasarkan keterangan yang ada pada lembar jawaban siswa).



Dijawab :  $3x + 2x = (7y + 5y) - 1y$   
 $= 5x = 12y - 1y$   
 $= 5x = 11y$   
 $= 5 \text{ figura membutuhkan } 11 \text{ paku.}$

Gambar 3. Jawaban Siswa untuk Butir Soal Nomor 2

Selanjutnya, siswa melakukan pembenaran aturan dari pola yang telah dibuat, bahwa untuk menempelkan 5 figura diperlukan 11 paku. Adapun langkah-langkah yang dituliskan siswa seperti di bawah ini.

$$3x + 2x = (7y + 5y) - 1y$$

$$5x = 12y - 1y$$

$$5x = 11y$$

Untuk mengetahui lebih dalam mengenai langkah-langkah yang dituliskan siswa tersebut maka dilakukan wawancara mendalam. Transkrip wawancara mendalam tersebut disajikan di bawah ini.

“...bisakah kamu menjelaskan penyelesaian mu ini dek?”. (IG)

“...bisa Bu. Maksud saya 3x itu untuk figura yang ketiga dan itu kan memerlukan 7 paku (7y) kemudian 2x itu untuk figura kedua yang memerlukan 5 paku (5y) dan untuk 1y itu bu untuk 1 paku yang digunakan untuk figura. Jadi saya peroleh seperti itu bud dan hasilnya 11 paku yang diperlukan”. (KHA)

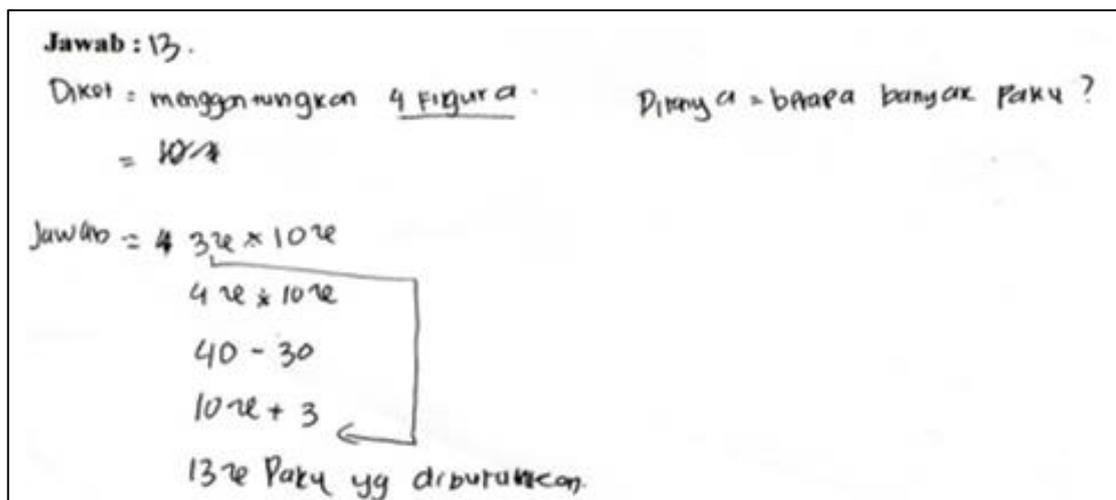
“...lalu yang figura pertama tidak digunakan?”. (IG)

“...kalau saya gunakan figura pertama pada persamaan nanti tidak ketemu 11 pakunya pada figura kelima”. (KHA)

Berdasarkan hasil wawancara mendalam dapat disimpulkan bahwa siswa kurang mampu dalam merepresentasikan pola yang dibuat ke dalam model matematika dalam hal ini bentuk persamaan. Seharusnya, siswa dapat menuliskannya seperti di bawah ini.

“banyaknya paku yang diperlukan = banyaknya figura 2 + 1”

Selanjutnya, dianalisis hasil pekerjaan dari siswa tipe rendah yang diwakili oleh EN. Hasil penyelesaian dari siswi EN ditunjukkan pada Gambar 4. Berdasarkan hasil yang diselesaikan oleh siswi EN pada Gambar 4, maka pada indikator pertama yaitu mengelompokkan informasi. Pada lembar jawaban, siswa tidak menuliskan informasi apa yang telah diperoleh oleh siswa pada soal dan gambar yang telah diberikan.



Gambar 4. Jawaban Siswa EN untuk Butir Soal Nomor 1

Untuk mengetahui lebih dalam mengenai langkah-langkah yang dituliskan siswa EN pada Gambar 4 maka dilakukan wawancara mendalam. Transkrip wawancara mendalam tersebut disajikan di bawah ini.

“...apa adek memahami soal pada nomor 1?”. (IG)

“...iya Bu... begini... (siswa membacakan soal pada no 1)”. (EN)

“...lalu apa yang adek peroleh dari soal tersebut?”. (IG)

“...kalau 1 figura ada 4 paku Bu, lalu untuk figura kedua ada tiga paku, dan figura ketiga juga terdapat 3 paku”. (EN)

“...kenapa pada figura kedua dan ketiga perlu 3 paku?”. (IG)

“...karena 1 paku sudah pada salah satu sudut di figura menggunakan paku pada figura sebelumnya Bu”. (EN)

“...lalu, kenapa kamu tidak menuliskan apa yang kamu ucapkan tadi?”. (IG)

“...saya tidak tau cara menuliskannya seperti apa Bu”. (EN)

Berdasarkan hasil wawancara mendalam dapat disimpulkan bahwa siswa mengalami kesulitan ketika mereka ingin menuliskan dari hasil proses berpikir tersebut.

Indikator kedua, yaitu *chunking* informasi. EN hanya menuliskan berapa banyak paku saja. Artinya EN tidak memahami maksud dari pertanyaan yang diberikan yaitu untuk mencari banyak paku yang diperlukan untuk menggantungkan 4 figura di dinding. Hal tersebut diperkuat dengan hasil wawancara berikut ini.

“...disuruh cari banyak paku buku Bu untuk menggantungkan figura”. (EN)

Indikator ketiga, yaitu memprediksi pola. Untuk memperoleh pola pengerjaan siswa EN terkait soal yang diberikan maka dilakukan wawancara yang hasilnya disajikan di bawah ini.

“...adek tahu bagaimana pola pada gambar ini?”. (IG)

“...tau seperti yang saya jelaskan tadi kalau 1 figura ada 4 paku Bu, lalu untuk figura kedua ada tiga paku, dan figura ketiga juga terdapat 3 paku. Berarti kalau untuk mencari banyak paku jika ada 4 figura berarti tinggal ditambah 3 Bu”. (EN)

“...kenapa kok tinggal ditambah 3?”. (IG)

“...iya Bu, kan tadi di figura kedua sama ketiga kan cuma perlu 3 paku saja jadi untuk selanjutnya juga Cuma perlu 3 paku saja Bu”. (EN)

Berdasarkan hasil wawancara tersebut diperoleh informasi bahwa siswa kurang mampu mengetahui pola yang ada pada gambar.

Indikator keempat, yaitu menjelaskan aturan. Siswa menjelaskan aturan dari pola yang diketahui seperti yang disajikan di bawah ini.

$$3x \cdot 10x$$

$$4x \cdot 10x$$

$$40 - 30$$

$$10x + 3$$

13x paku yang diperlukan

Untuk mendapatkan informasi mengenai pekerjaan siswa tersebut maka dilakukan wawancara secara mendalam yang hasilnya disajikan di bawah ini.

“...adek bisa menjelaskan maksud dari penyelesaian tersebut?”. (IG)

“...pertama paku itu saya misalkan x bu. Sebelumnya, saya menghitung secara

manual kalau ada 4 figura itu ada berapa paku. Ternyata tadi itu kan kalau 3 figura ada 10 paku. Kemudian kalau ada 4 figura tinggal ditambah 3 paku jadi totalnya ada 13 paku Bu". (EN)

"...lalu  $10x$  itu apa?". (IG)

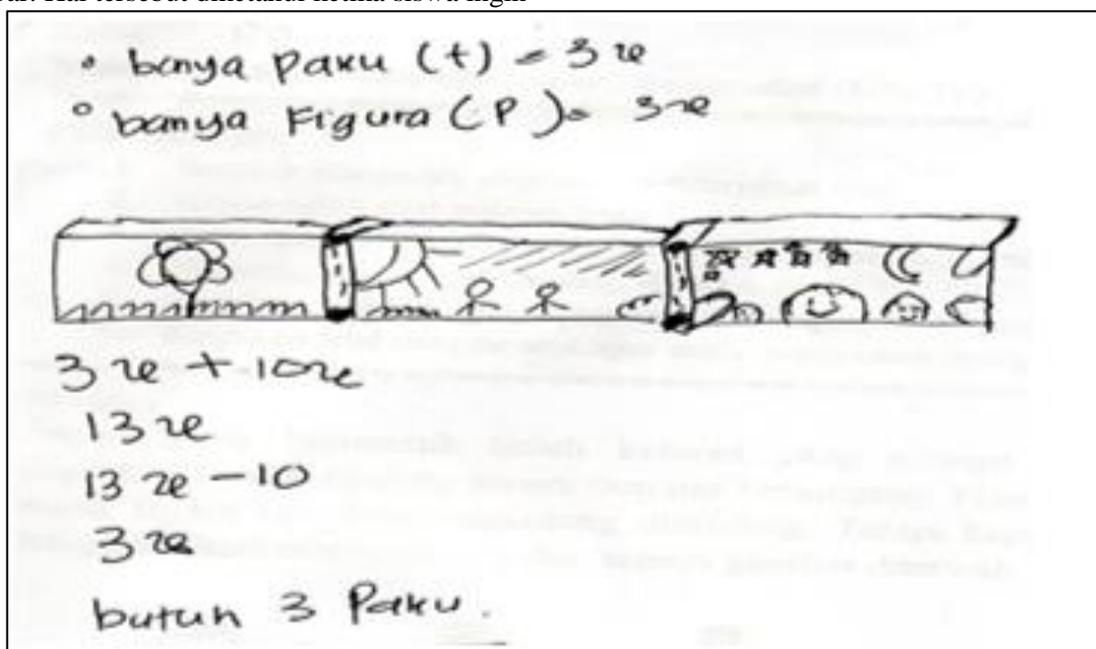
"...biar nanti hasilnya ada angka 10 bu.

Jadi  $10+3=13$ ". (EN)

Berdasarkan hasil wawancara tersebut diperoleh informasi bahwa siswa kurang mampu dalam memahami pola dan maksud dari soal. Siswa juga tidak mampu menuliskan model matematika dari apa yang diketahui. Selain itu, siswa juga melakukan kesalahan dalam melakukan pengoperasian penjumlahan pada aljabar. Hal tersebut diketahui ketika siswa ingin

melakukan operasi perkalian seperti " $3x \cdot 10x$ " yang menghasilkan "30". Kesalahan tersebut menurut Tabach & Friedlander (2017) kebiasaan seperti ini dikaitkan dengan keinginan siswa untuk menggunakan ekspresi aljabar sebagai "hasil tertutup" dengan cara yang sama dalam memperoleh hasil akhir perhitungan seperti " $3 \cdot 10 = 30$ ". Selain itu, siswa juga kurang memahami dalam penggunaan simbol matematika.

Indikator kelima dan keenam, yaitu representasi yang berbeda dan menggambarkan perubahan. Bentuk representasi yang dibuat oleh EN terdapat pada Gambar 5.



Gambar 5. Jawaban Siswa EN untuk Butir Soal Nomor 2

Saat dilakukan wawancara terkait butir soal nomor 2, EN mengemukakan bahwa:

"...saya kesulitan Bu, untuk buat soal lain yang hampir sama seperti nomor 1. Jadi saya buat seperti ini. Tapi saya juga tidak tahu polanya seperti apa ini Bu". (EN)

Berdasarkan hasil wawancara tersebut diperoleh informasi bahwa siswa mengalami kesulitan dalam menuliskan representasi yang berbeda dari soal pertama.

Terakhir, yaitu indikator tentang membenarkan aturan. Siswa menuliskan seperti di bawah ini.

$$3x \cdot 10x$$

$$13x$$

$$13x - 10$$

$$3x$$

Jadi memerlukan 3 paku.

Siswa mengulangi kesalahan yang sama seperti pada penyelesaian soal pertama, yaitu kesalahan dalam melakukan operasi perkalian dan penjumlahan sebagai hasil tertutup. Selain itu, siswa juga tidak mampu untuk melakukan pembenaran dari aturan yang dibuat berdasarkan representasi yang berbeda di atas.

## SIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan, maka dapat disimpulkan bahwa siswa sering mengalami kesulitan dalam memperoleh informasi dari soal yang diberikan sehingga siswa kesulitan dalam memprediksi pola dan chunking informasi. Faktor penyebabnya adalah siswa kurang terbiasa dengan jenis soal non rutin. Selain itu, siswa juga mengalami kesulitan dalam menjelaskan

aturan untuk menentukan atau mencari pola selanjutnya. Faktor penyebabnya adalah kurangnya kemampuan siswa dalam merepresentasikan apa yang diketahui ke dalam model matematika (persamaan dan gambar), penggunaan simbol matematika, dan operasi aljabar. Kesulitan yang dialami siswa mempengaruhi siswa dalam menggambarkan atau menjelaskan perubahan dan membenarkan aturan berdasarkan representasi yang lainnya.

Untuk penelitian selanjutnya, peneliti menganjurkan untuk fokus melatih komunikasi matematis siswa secara tertulis. Hal tersebut dikarenakan dalam proses berpikir aljabar disebutkan oleh Driscoll, et al. (2003) terdapat proses komunikasi matematis siswa yang berkaitan dengan penggunaan simbol matematika, representasi matematis dalam bentuk model matematika, gambar, grafik, dan lainnya.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 412–446.
- Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2011). Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades. In *Early algebraization* (pp. 5–23). Springer.
- Blanton, M., Stephens, A., Knuth, E., Gardiner, A., & Isler, I. (2014). Progressions of learning in children's algebraic thinking. *Manuscript in Preparation*.
- Blanton, M., Stephens, A., Knuth, E., Gardiner, A. M., Isler, I., & Kim, J.-S. (2015). The development of children's algebraic thinking: The impact of a comprehensive early algebra intervention in third grade. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(1), 39–87.
- Carraher, D. W., Schliemann, A. D., Brizuela, B. M., & Ernest, D. (2006). Arithmetic and algebra in early mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 87–115.
- Driscoll, M., Zawojewski, J., Humez, A., Nikula, J., Goldsmith, L., & Hammerman, J. (2003). *The Fostering Algebraic Thinking Toolkit: A Guide for Staff Development*.
- Hudojo, H. (1990). Strategi mengajar belajar matematika. *Malang: IKIP Malang*.
- Inganah, S., & Subanji. (2013). Semiotik Dalam Proses Generalisasi Pola. In *Makalah disajikan dalam Konferensi Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika V. FMIPA Universitas Negeri Malang*.
- Kamol, N., & Ban Har, Y. (2010). Upper Primary School Students' Algebraic Thinking. *Mathematics Education Research Group of Australasia*.
- Kartianom, K. (2017). Diagnosis Kesalahan Konsep Materi Matematika SMP Berdasarkan Hasil Ujian Nasional di Kota Baubau. UNY.
- Kartianom, K., & Mardapi, D. (2018). The utilization of junior high school mathematics national examination data: Conceptual error diagnosis. *REiD (Research and Evaluation in Education)*, 3(2).
- Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it. *The Mathematics Educator*, 8(1), 139–151.
- King, L. A. (2010). Psikologi umum: Sebuah pandangan apresiatif. *Jakarta: Salemba Humanika*.
- Kusaeri, K. (2013). Menggunakan model DINA dalam pengembangan tes diagnostik untuk mendeteksi salah konsepsi. *Jurnal Penelitian Dan Evaluasi Pendidikan*, 16(1), 281–306.
- Mulligan, J., & Mitchelmore, M. (2009). Awareness of pattern and structure in early mathematical development. *Mathematics Education Research Journal*, 21(2), 33–49.
- Radford, L. (2000). Signs and meanings in students' emergent algebraic thinking: A semiotic analysis. *Educational Studies in Mathematics*, 42(3), 237–268.
- Retnawati, H. (2017). Diagnosing the junior high school students' difficulties in learning mathematics. *International Journal*, 8(1), 4.
- Swafford, J. O., & Langrall, C. W. (2000). Grade 6 students' pre-instructional use of equations to describe and represent problem situations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 89–112.

Tanisli, D., & Kose, N. Y. (2013). Preservice Mathematics Teachers' Knowledge of Students about the Algebraic Concepts. *Australian Journal of Teacher Education*, 38(2), n2.

Warren, E., & Cooper, T. (2008). Generalizing the pattern rule for visual growth patterns: Actions that support 8 year olds' thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 67(2), 171–185.

### **PROFIL SINGKAT**

Dian Novita Cahyaningtyas, Lahir di Pasuruan, 03 November 1993. Gelar Sarjana S1 diperoleh pada Tahun 2016 Jurusan Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Muhammadiyah Malang. Tahun 2017 melanjutkan studi ke jenjang S2 di Universitas Negeri Malang sampai saat ini. Penulis adalah mahasiswa Pascasarjana Pendidikan Matematika Universitas Negeri Malang Semester 2.